Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ **2.2.2024.**

Studijski program EE RA PR SV (zaokruži) KOLOKVIJUM 1

U zadacima dato je više odgovora, a treba zaokružiti brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\to(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ definisana sa $f(x)=\operatorname{arctg}x$. Tada je:
  1) $f^{-1}(x)=\operatorname{tg}x$, **2)** $f^{-1}(x)=\operatorname{arctg}^{-1}(x)$, **3)** $f^{-1}(x)=\frac{1}{\operatorname{arctg}x}$, **4)** $f^{-1}(x)=\operatorname{arctg}(\operatorname{arctg}x)$.

- Koreni (nule) polinoma x^2-i su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $e^{i\frac{-3\pi}{4}}$.

- Koreni (nule) polinoma $x^2-x\sqrt{2}+1$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{3\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{3\pi}{4}}$,

- NZD za polinome $x^2-x\sqrt{2}+1$ i x^2-i je normalizovani polinom: ______________________

- Neka su $f:(-1,1)\to(-1,1)$ i $g:(-1,1)\to(-1,1)$ definisane sa $f(x)=\sin\frac{\pi}{2}x$ i $g(x)=x^3$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x)=$, **2)** $g^{-1}(x)=$, **3)** $(f\circ g)(x)=$,
  4) $(f\circ g)^{-1}(x)=$, **5)** $(g^{-1}\circ f^{-1})(x)=$.

- Pri deljenju polinoma x^4-1 sa x^2+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Skup S kompleksnih rešenja jednačine $x^3=-8i$ je $S=\{2i,\ \sqrt{3}-i,\qquad\}$.

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\c&d&b&a\end{pmatrix}$ i $g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\b&a&c&d\end{pmatrix}$. Tada je $f\circ g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$
  $f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$ $g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$ $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$ $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ & & & \end{pmatrix}$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  1) $a+ac+ab+cb=(a+b)(a+c)$ **2)** $a'+a'=a'\cdot 0'$ **3)** $aa'=1'$ **4)** $a\cdot 1'=0'$ **5)** $1\cdot 0=1'$ **6)** $a+1=0'$

- Zaokružiti brojeve ispred sirjekivnih funkcija:
  1) $f:(0,\frac{\pi}{2})\to(0,1],\ \ f(x)=\cos x$ **2)** $f:(0,\frac{\pi}{2})\to(0,1),\ \ f(x)=\cos x$ **3)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+,\ \ f(x)=x^2$
  4) $f:\mathbb{R}^+\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+,\ \ f(x)=e^x$

- Za $z_1=2-3i$ i $z_2=2+4i$ napisati rezultat u algebarskom obliku
  $z_1+z_2=$, $z_1z_2=$, $\frac{z_1}{z_2}=$, $\overline{z_1}=$, $|z_1|=$.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F,+,\cdot)$: **1)** $(F,\cdot)$ je komutativna grupa
  2) $ac+bc=(a+b)c$ **3)** $cb+ca=c(a+b)$ **4)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **5)** $(F\setminus\{0\},\cdot)$ je komutativna grupa

- Neka je $z=4+2i$, $u=2-i$ i $w=-3-2i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________,
  translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, $\measuredangle zuw=$ __________, a $\measuredangle wuz=$ __________.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ je ______

  $g(z) = z \cdot \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ______

  $A = \{z | arg(z) = -arg(\overline{z})\}$ je ______

  $B = \{z | R_e(z) \geq I_m(z) + 2\}$ je ______

  $C = \{z | 1 \leq |z-1| \leq 3\}$ je ______

  $D = \{z | \frac{z-\overline{z}}{2} = iR_e(z)\}$ je ______

  $E = \{z | I_m(z) = i\}$ je ______

  $F = \{0, z_1, z_2, z_1 + z_2\}$, gde su 0, z_1, z_2 nekolinearni, je ______

- Proveriti koje od sledećih ekvivalencija i implikacija su tačne za svaki kompleksni broj z:

  1) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \;\Leftrightarrow\; R_e(z) \geq 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \;\Leftrightarrow\; \Big(R_e(z) \geq 0 \land z \neq 0\Big)$

  3) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \;\Leftrightarrow\; R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0 \;\Rightarrow\; I_m(z) \leq 0$ **5)** $\arg z < 0 \;\Leftarrow\; I_m(z) \leq 0$

- NZD(P,Q) za polinome $P(x) = x^4 + x^2 + 1$ i $Q(x) = x^3 + 1$ je polinom

  1) $x - 1$ **2)** $x^2 - 1$ **3)** $x^2 + x + 1$ **4)** $x^2 - x + 1$

- Skup svih zajedničkih korena polinoma $P(x) = x^4 + x^2 + 1$; i $Q(x) = x^3 + 1$ je $\{ \qquad \}$.

- Skup svih vrednosti za nenula različite polinome $p(x) = a^2x^2 + b$ i $q(x) = c^2x^2 + dx$ i proizvoljne realne parametre a, b, c, d je:

  $dg(p) \in \{ \qquad \}$, $dg(q) \in \{ \qquad \}$, $dg(p \cdot q) \in \{ \qquad \}$ $dg(p+q) \in \{ \qquad \}$, $dg(p-q) \in \{ \qquad \}$

ALGEBRA **ZADACI 1** **2.2.2024.**

1. Neka je $A = \{x, y\}$. Ispitati sve aksiome komutativne grupe za strukturu $(\mathcal{P}(A), \cup)$, gde je $\mathcal{P}(A)$ partitivni skup skupa A, a $\cup$ unija.
2. Polinom $p(x) = x^5 + 3x^4 + 9x^3 + 27x^2 + 81x + 243$ napisati kao proizvod nesvodljivih polinoma (faktorisati) nad poljima $\mathbb{C}$ i $\mathbb{R}$.
3. Neka je u kompleksnoj ravni kružnica k data jednačinom $|z - 2 - 4i| = 2\sqrt{10}$ i neka je data tačka $z_1 = 1 + i$ na kružnici k. Odrediti kompleksne brojeve z_2, z_3 i z_4 na kružnici k, tako da z_1, z_2, z_3, z_4 budu temena kvadrata.