Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________

U svakom zadatku u kom je dato više odgovora treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Zaokružiti tačne izraze:

1) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=f'(x)$ 2) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)+f(x)}{\Delta x}=f'(x)$ 3) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)-f(x+\Delta x)}{\Delta x}=f'(x)$

- Zaokružiti tačne izraze:

1) $(\sin x)'=-\cos x$ 2) $(e^{-x})'=-\frac{1}{e^x}$ 3) $(2^4)'=4\cdot 2^4$ 4) $(2x^2)'=4x$ 5) $(-x)'=-1$
6) $(e^{3x})'=\frac{1}{3}e^{2x}$ 7) $(\ln x+1)'=x^{-1}$ 8) $(\sin 5x)'=5\cos x$ 9) $(x)'=0$ 10) $(2^x)'=2^x$
11) $(e^x)'=e^x\ln e$ 12) $(\ln(3x))'=\frac{1}{x}$ 13) $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ 14) $(\sqrt[3]{x})'=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^3}}$ 15) $(\mathrm{ctgx})'=\frac{-1}{\sin(x^2)}$

- Zaokružiti tačne izraze, gde je $f(x)\neq 0$, $g(x)\neq 0$ i c je konstanta:

1) $\big(c\cdot f(x)\big)'=c\cdot f'(x)$ 2) $\big(c\cdot f(x)\big)'=c'\cdot f'(x)$ 3) $\big(f(x)-g(x)\big)'=-g'(x)+f'(x)$
4) $\big(f(x)-g(x)\big)'=f'(x)+g'(x)$ 5) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)}{g'(x)}$ 6) $\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right)'=\frac{f'(x)}{g'(x)}$ 7) $\big(f(g(x))\big)'=f'(g(x))\cdot g'(x)$

- Ako je $x(t)=\sin t+2$ i $y(t)=2-\cos t$ tada je:

1) $y'_x=\mathrm{tg}t$ 2) $y'_x=-\mathrm{tg}t$ 3) $y'_x=\mathrm{ctg}t$ 4) $y'_x=-\mathrm{ctg}t$

- Ako je $y=y(x)$ i $\ln y=e^x+x$ tada je:

1) $y'_x=(e^x+x)(e^x+1)$ 2) $y'_x=e^{2x}+(x+1)e^x+x$ 3) $y'_x=e^x+1$ 4) $y'_x=e^{e^x+x}(e^x+1)$

- Ako je $y=f(x)$, $y'_x=y'=f'(x)$, $y'_t=\dot y$ i $x'_t=\dot x$ tada je:

1) $y'=\frac{\dot x}{\dot y}$ 2) $y'=\frac{dx}{dy}$ 3) $y'=\frac{\dot y}{\dot x}$ 4) $\dot x=\frac{dx}{dt}$ 5) $\dot x=\frac{dt}{dx}$ 6) $y'=\frac{dy}{dx}$ 7) $\dot y=\frac{dt}{dy}$ 8) $\dot y=\frac{dy}{dt}$

- Izračunati:

1) $\left(\frac{x-3}{x^2+1}\right)'=\frac{x^2+1-(x-3)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

2) $(e^{2x}\mathrm{tg}(3x))'=2e^{2x}tg3x+e^{2x}\frac{1}{\cos^2 3x}\cdot 3$

3) $(x^5+5^x+\frac{1}{x})'=5x^4+5^x\ln 5-\frac{1}{x^2}$

4) $(\sqrt{x^2-2x+10})'=\frac{1}{\sqrt{x^2-2x+10}}(2x-2)$

5) $(\ln(\ln x))'=\frac{1}{\ln x}\cdot\frac{1}{x}$

6) $(\sin^2(2x)-\mathrm{ctg}\,x)'=2\sin 2x\cos 2x\cdot 2-\left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$

7) $(x\sin^2 x)'=\sin^2 x+x\cdot 2\sin x\cdot\cos x$

8) $(\ln(1+x^2))'=\frac{1}{1+x^2}\cdot 2x$

9) $(\arcsin(x-1))'=\frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}}$

10) $(\sqrt{\mathrm{tg}\frac{x}{2}})'=\frac{1}{2\sqrt{tg\frac{x}{2}}}\cdot\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}\cdot\frac{1}{2}$

- Napisati jednačinu normale na funkciju $y=f(x)$ u tački (x_0,y_0) $y-y_0=-\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)$

- Neka je data funkcija $f(x)=e^{3x}$ i neka je $A(0,y_0)$ jedna njena tačka. Jednačina tangente funkcije $f(x)$ u tački A je t : $y=3x+1$, a jednačina normale n : $y=-\frac{1}{3}x+1$.

$A(\underset{x_0}{0},\underset{y_0}{1})$ $f'(x)=3e^{3x}$ $f'(x_0)=f'(0)=3$

T: $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)\Rightarrow y-1=3(x-0)\Rightarrow\boxed{y=3x+1}$

N: $y-y_0=-\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)\Rightarrow y-1=-\frac{1}{3}(x-0)\Rightarrow\boxed{y=-\frac{1}{3}x+1}$

- Odrediti y' za implicitno zadatu funkciju $y = y(x)$ definisanu jednačinom $e^{2x^3-y} = 2x + 3xy^3$

$$e^{2x^3-y}(6x^2-y') = 2+3y^3+9xy^2y' \Leftrightarrow y'(e^{2x^3-y} - 9xy^2) = 2+3y^3$$

$$y' = \frac{2+3y^3}{e^{2x^3-y} - 9xy^2}$$

- Odrediti $y^{(iv)}$ od funkcije $y = \sin x$ i odrediti $y^{(iv)}(0)$. $y' = \cos x$; $y'' = -\sin x$; $y''' = -\cos x$

$y^{(iv)} =$ $\sin x$

$y^{(iv)}(0) =$ $\sin 0 = 0$

- Izračunati:
  1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{e^x+x}{x^2}\right) \overset{\frac{\infty}{\infty}}{\underset{L.P}{=}} \lim\limits_{x\to\infty} \frac{e^x+1}{2x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{\underset{L.P}{=}} \lim\limits_{x\to\infty} \frac{e^x}{2} = \infty$
  2) $\lim\limits_{x\to 0}(x\ln x) \overset{0\cdot\infty}{=} \lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{\underset{L.P}{=}} \lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x\to 0} -x = 0$
  3) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x^3-2}\right) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2x^3-4-x}{x(x^3-2)} = -\frac{4}{0} = -\infty$

- Kako izgleda grafik funkcije za koju važi da je $f(-x) = -f(x)$ F-JA JE NEPARNA

GRAFIK F-JE JE SIMETRIČAN U ODNOSU NA KOORDINATNI POČETAK

- Dati definiciju horizontalne asimptote.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = a$ ← KONST $\Rightarrow y = a$ H.A

- Proveriti da li funkcija $f(x) = \frac{3x}{x^2-2}$ ima vertikalne asimptote

$D: \mathbb{R} / \{\pm\sqrt{2}\}$

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+} \frac{3x}{x^2-2} = \frac{3\sqrt{2}}{0^+} = +\infty$ $\quad\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-} \frac{3x}{x^2-2} = \frac{3\sqrt{2}}{0^-} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}^+} \frac{3x}{x^2-2} = \frac{-3\sqrt{2}}{0^-} = +\infty$ $\quad\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}^-} \frac{3x}{x^2-2} = \frac{-3\sqrt{2}}{0^+} = -\infty$

- Ispitati monotonost funkcije $f(x) = \frac{e^x}{x}$
  a) Domen $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
  b) Monotonost

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot x - e^x}{x^2} = \frac{\overbrace{e^x}^{>0}(x-1)}{\underbrace{x^2}_{>0}}$$

	$-\infty$ … 0	0 … 1	1 … ∞
$x-1$	$-$	$-$	$+$
	↘	↘	↗

MIN$(1, e)$

- Ispitati monotonost funkcije $f(x) = \ln\frac{x+2}{1-x}$
  a) Domen $\frac{x+2}{1-x} > 0$

	$-\infty$ … -2	-2 … 1	1 … ∞
$x+2$	$-$	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$+$	$-$
	$-$	$+$	$-$

DOMEN $x \in (-2, 1)$

  b) Monotonost

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{x+2}{1-x}} \cdot \frac{1-x+x+2}{(1-x)^2} = \frac{\cancel{1-x}}{x+2} \cdot \frac{3}{(1-x)^{\cancel{2}}} = \frac{3}{(x+2)(1-x)}$$

	-2 … 1
$x+2$	$+$
$1-x$	$+$
	↗

$f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ ↗

- ~~Napisati Maklorenov polinom četvrtog stepena za funkciju $y = \sin x$ i napisati čemu je greška jednaka.~~