

Projekt ON 174 026 Rezultati rada u 2013.

Aleksandar Krapež

Matematički institut
sasa@mi.sanu.ac.rs

05.12.2013.

Dva rada

Dva rada:

- Quadratic Level Quasigroup Equations With Four Variables II: the Lattice of Varieties
- Weakly generalized functional equations:
Fuzzy case with applications to fuzzy control
(koautori: Branimir Šešelja, Andreja Tepavčević)

Prvi rad

105 kvadratnih kvazigrupnih identiteta sa po 4 promenljive.

Primer: intermedijalnost $xy \cdot yu = xv \cdot vu$

Mreža 26 kvazigrupnih varijeteta.

Primer varijeteta: intermedijalne kvazigrupe

Drugi rad

Funkcionalna jednačina $f(\dots) = g(\dots)$

Jednačina je slabo generalisana:

funkcije f, g se javljaju samo jednom u jednačini

oznake

$$f(s_1, \dots, s_p) = g(t_1, \dots, t_q)$$

s_i, t_j – podtermi

$$f : U \longrightarrow T \quad g : V \longrightarrow T$$

oznake

$\mathbf{x}$ – niz svih promenljivih

$\mathbf{F}$ – niz svih funkcijskih promenljivih

$\mathbf{P}$ – niz svih parametara (poznatih funkcija)

Φ – niz svih funkcijskih promenljivih bez prve dve (f, g)

oznake

nove funkcije:

$$u_i(\mathbf{x}) = s_i$$

$$v_j(\mathbf{x}) = t_j$$

$\mathbf{u}$ – niz svih funkcija u_i $\mathbf{u} : S \longrightarrow U$

$\mathbf{v}$ – niz svih funkcija v_j $\mathbf{v} : S \longrightarrow V$

Jednačinu možemo pisati: $f(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = g(\mathbf{v}(\mathbf{x}))$

konzistentnost

Ako je $f(\mathbf{y}) = g(\mathbf{z}) = d$,
bez obzira na to kakve su funkcije iz Φ
jednačina ima rešenje.

opšte rešenje

$$\begin{array}{ccccc}
 S & \xlongequal{\quad} & S & \xlongequal{\quad} & S \\
 \mathbf{u}_e \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \mathbf{v}_e \\
 S/\ker(\mathbf{u}) & \longrightarrow & S/\sim & \longleftarrow & S/\ker(\mathbf{v}) \\
 \mathbf{u}_m \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \mathbf{v}_m \\
 U & \xrightarrow{\lambda} & (U \oplus V)/\sim & \xleftarrow{\varrho} & V \\
 f \downarrow & & \downarrow \varphi & & \downarrow g \\
 T & \xlongequal{\quad} & T & \xlongequal{\quad} & T
 \end{array}$$

opšte rešenje

Gde je:

Φ – proizvoljno

$$\approx = \ker(\mathbf{u}) \vee \ker(\mathbf{v})$$

Relacija $\sim$ je najmanja ekvivalencija na $U \oplus V$ za koju je:
 $(1, \mathbf{u}(a)) \sim (2, \mathbf{v}(a))$ za sve $a \in S$

$$\lambda(y) = (1, y)^\sim$$

$$\varrho(z) = (2, z)^\sim$$

φ – proizvoljna

opšte rešenje

$$\begin{array}{ccccc}
 S & \xlongequal{\quad} & S & \xlongequal{\quad} & S \\
 \mathbf{u}_e \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \mathbf{v}_e \\
 S/\ker(\mathbf{u}) & \longrightarrow & S/\sim & \longleftarrow & S/\ker(\mathbf{v}) \\
 \mathbf{u}_m \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \mathbf{v}_m \\
 U & \xrightarrow{\lambda} & (U \oplus V)/\sim & \xleftarrow{\varrho} & V \\
 f \downarrow & & \downarrow \varphi & & \downarrow g \\
 T & \xlongequal{\quad} & T & \xlongequal{\quad} & T
 \end{array}$$

opšte rešenje

Opšte rešenje:

$$f(y) = \varphi(\lambda(y))$$

$$g(z) = \varphi(\varrho(z))$$

Φ, φ – proizvoljno

slabo generalisana nejednačina

$$f(\mathbf{u}(\mathbf{x})) \leq g(\mathbf{v}(\mathbf{x}))$$

slabo generalisana nejednačina

Ideja rešenja:

Ako su f_0, g_0 rešenja jednačine $f(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = g(\mathbf{v}(\mathbf{x}))$
tada je:

$$f(\mathbf{u}(\mathbf{x})) \leq f_0(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = g_0(\mathbf{v}(\mathbf{x})) \leq g(\mathbf{v}(\mathbf{x}))$$

opšte rešenje nejednačine

Opšte rešenje:

$$f(y) = f_0(y) \wedge \alpha(y)$$

$$g(z) = g_0(z) \vee \beta(z)$$

Φ, φ – proizvoljno

α, β – proizvoljno.