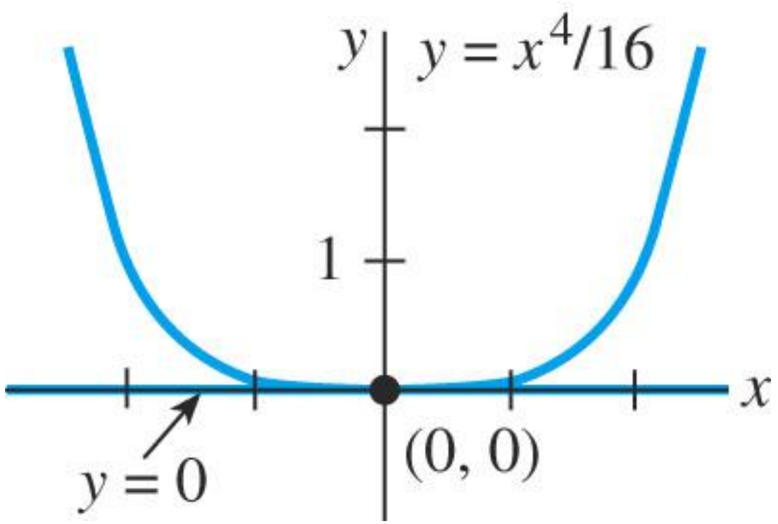
- ***Egzistencija i jedinstvenost:***

Da li rešenje početnog problema postoji?
Ako postoji, da li je jedinstveno?

Primer 1

Funkcije $y = x^4/16$ *i* $y = 0$ zadovoljavaju DJ $dy/dx = xy^{1/2}$ i početni uslov $y(0) = 0$, tako da ovaj početni problem ima bar dva rešenja:

Slika 1



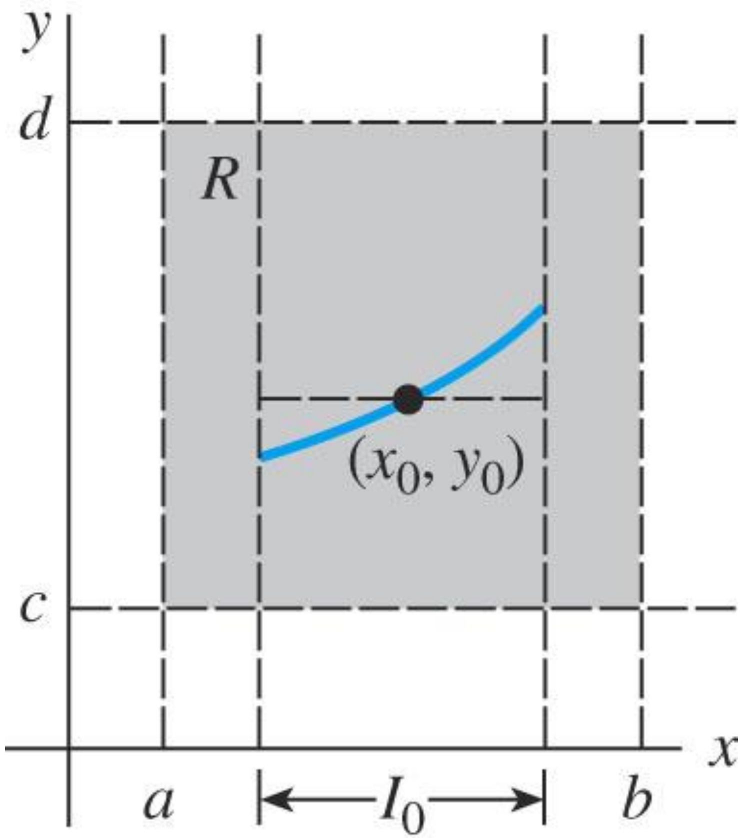
TEOREMA

Egzistencija i jedinstvenost rešenja

Neka je R oblast definisana sa $a \le x \le b$, $c \le y \le d$ takva da sadrži tačku (x_o, y_o) u svojoj unutrašnjosti. Ako su $f(x, y)$ i $\partial f/\partial y$ neprekidne funkcije na R, tada postoji interval I_o: $x_o - h < x < x_o + h$, $h > 0$, sadržan u $a \le x \le b$ i jedinstvena funkcija $y(x)$ definisana na I_o koja je rešenje početnog problema

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0.$$

Slika 2



Primer 1

Za DJ: $dy/dx = xy^{1/2}$, ispitaćemo funkcije

$$f(x,y) = xy^{1/2} \quad \text{i} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x}{2y^{1/2}}.$$

Zaključujemo da su one neprekidne za svako $y > 0$. Na osnovu Teoreme 1, možemo zaključiti da za bilo koju tačku (x_o, y_o), $y_o > 0$, postoji interval oko x_o na kome taj početni problem ima jedinstveno rešenje.

❖ *Interval egzistencije i jedinstvenosti*

Neka je $y(x)$ rešenje početnog problema

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \ \ y(x_0) = y_0.$$

Sledeći skupovi ne moraju biti isti:

domen od $y(x)$,

interval definisanosti od $y(x)$ kao rešenja početnog problema,

interval I_0 egzistencije i jedinstvenosti.