


TOTALNI DIFERENCIJAL

- 
- Jedna od najvažnijih ideja kod funkcija jedne promenljive:
 - Kada bi se u pravcu neke tačke zumirao grafik diferencijabilne funkcije, taj grafik se ne bi razlikovao od tangente u toj tački.
 - Tako da funkciju možemo aproksimirati linearnom funkcijom.

- Slične ideje se primenjuju i za funkcije dve promenljive
 - Ako bismo u nekoj tački zumirali grafik diferencijabilne funkcije dve promenljive, površ bi izgledala više kao ravan (tangenta ravan).
 - Jednačina tangentne ravni na površ $z = f(x, y)$ u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je:
 - $$z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$
 - Funkciju možemo aproksimirati linearnom funkcijom dve promenljive.

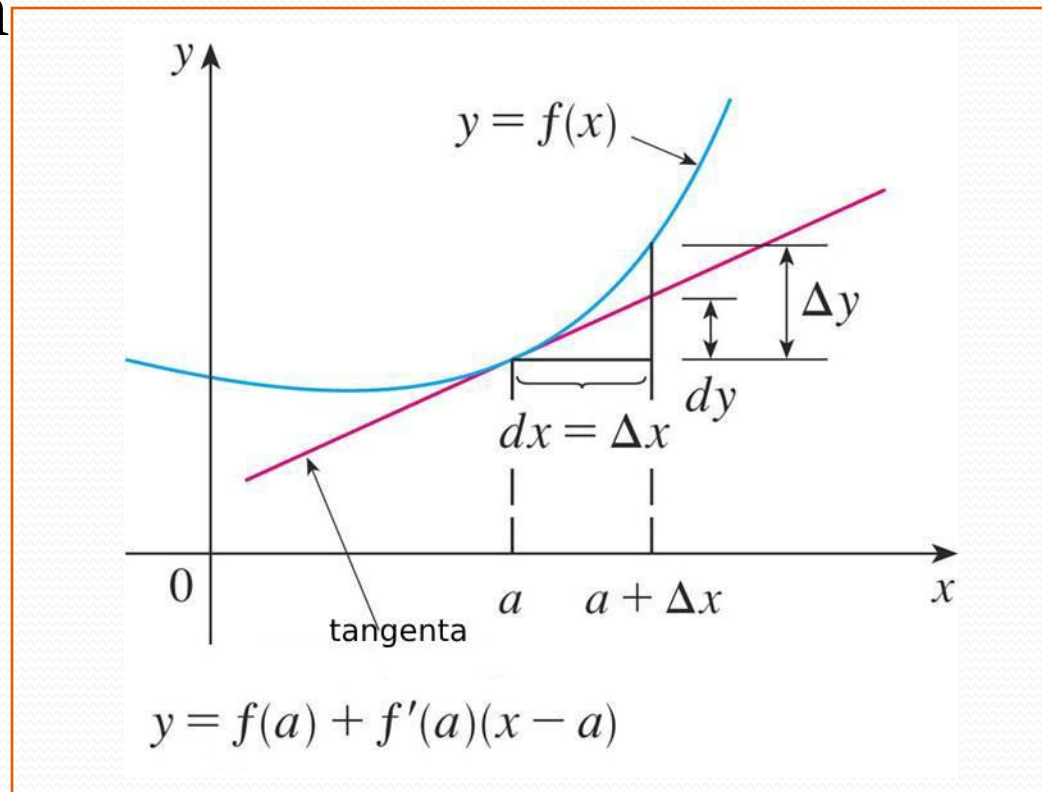
- Takođe ćemo ideju diferencijala proširiti na funkcije dve ili više promenljivih.

Diferencijal funkcije y je definisan sa:

$$dy = f'(x) dx$$

DIFERENCIJAL

- Na slici je prikazan odnos između priraštaja Δy i diferencijala dy .



DIFERENCIJAL

- Za diferencijabilnu funkciju dve promenljive $z = f(x, y)$, definišemo diferencijale dx i dy nezavisno.
- Oni mogu imati bilo kakvu vrednost.

TOTALNI DIFERENCIJAL

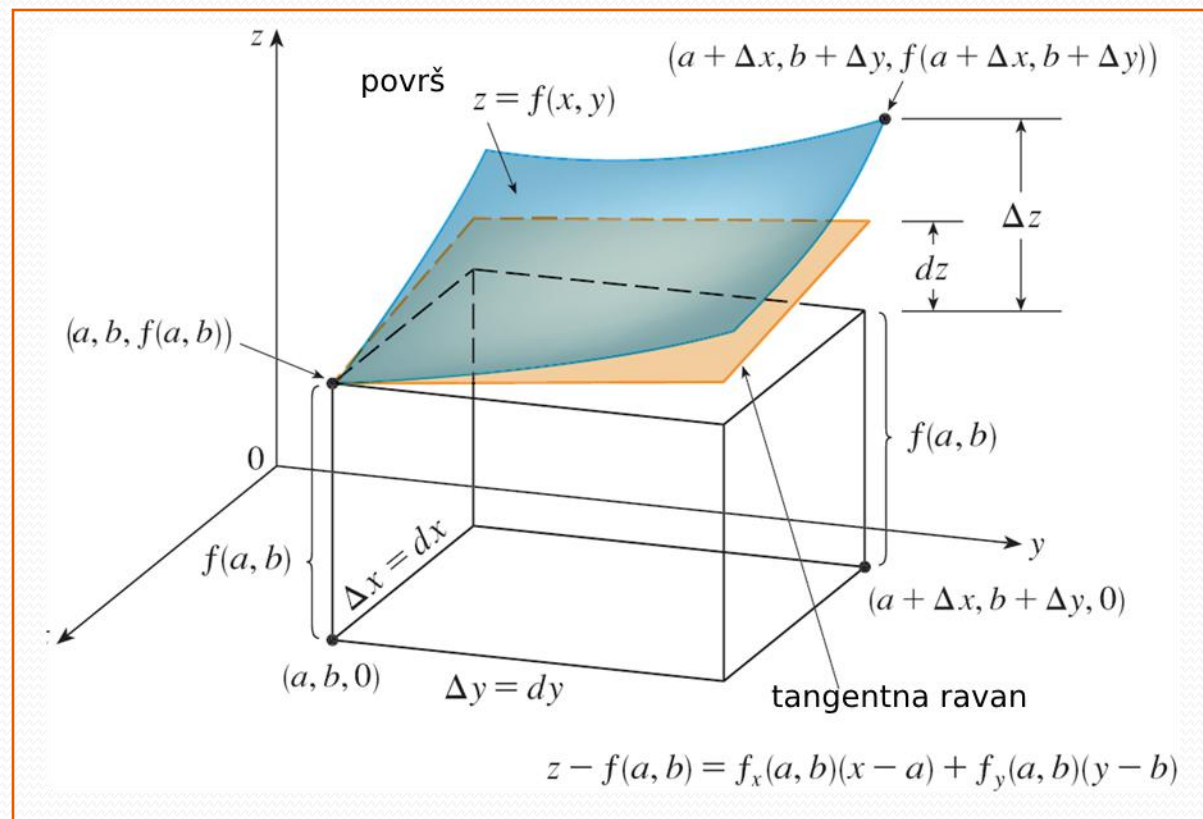
- Tada je diferencijal dz (zove se još i *totalni diferencijal*), definisan sa:

$$dz = f_x(x, y) dx + f_y(x, y) dy = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

- Koristi se i notacija df umesto dz .

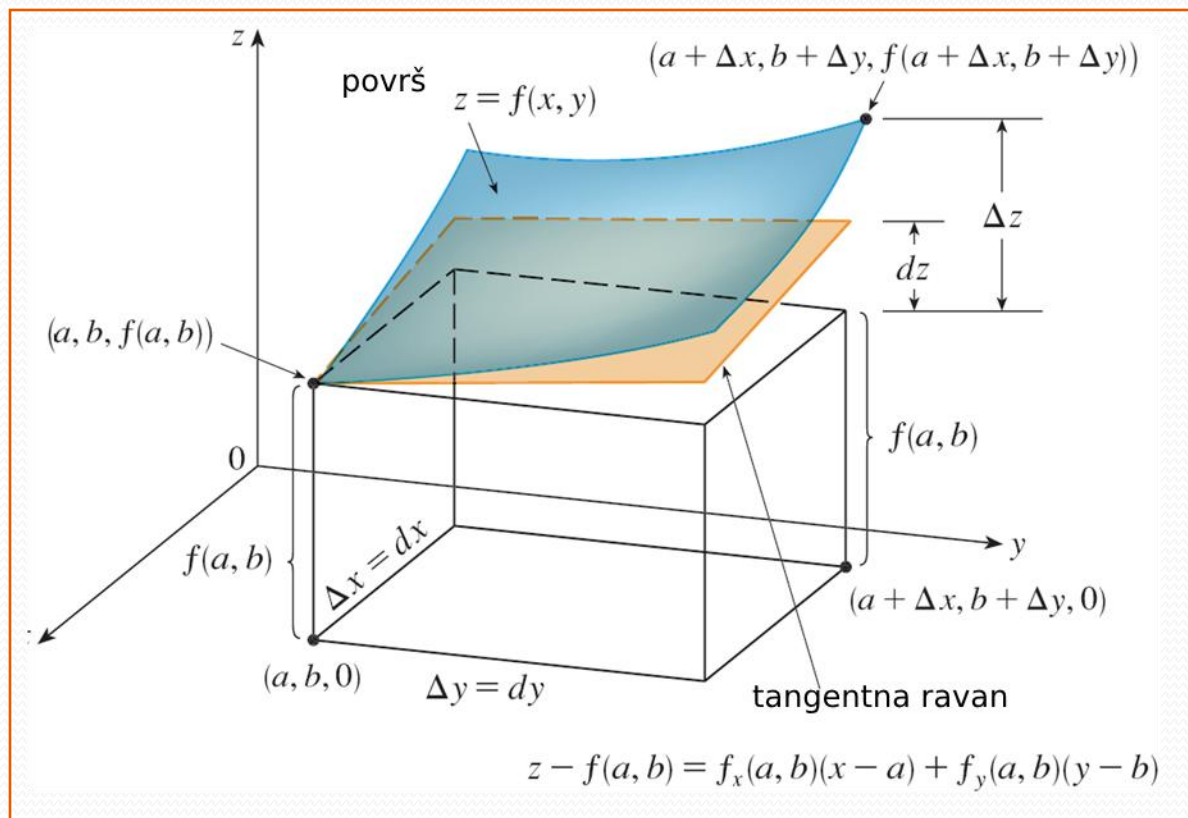
TOTALNI DIFERENCIJAL

- Geometrijska interpretacija totalnog diferencijala dz i priraštaja Δz .



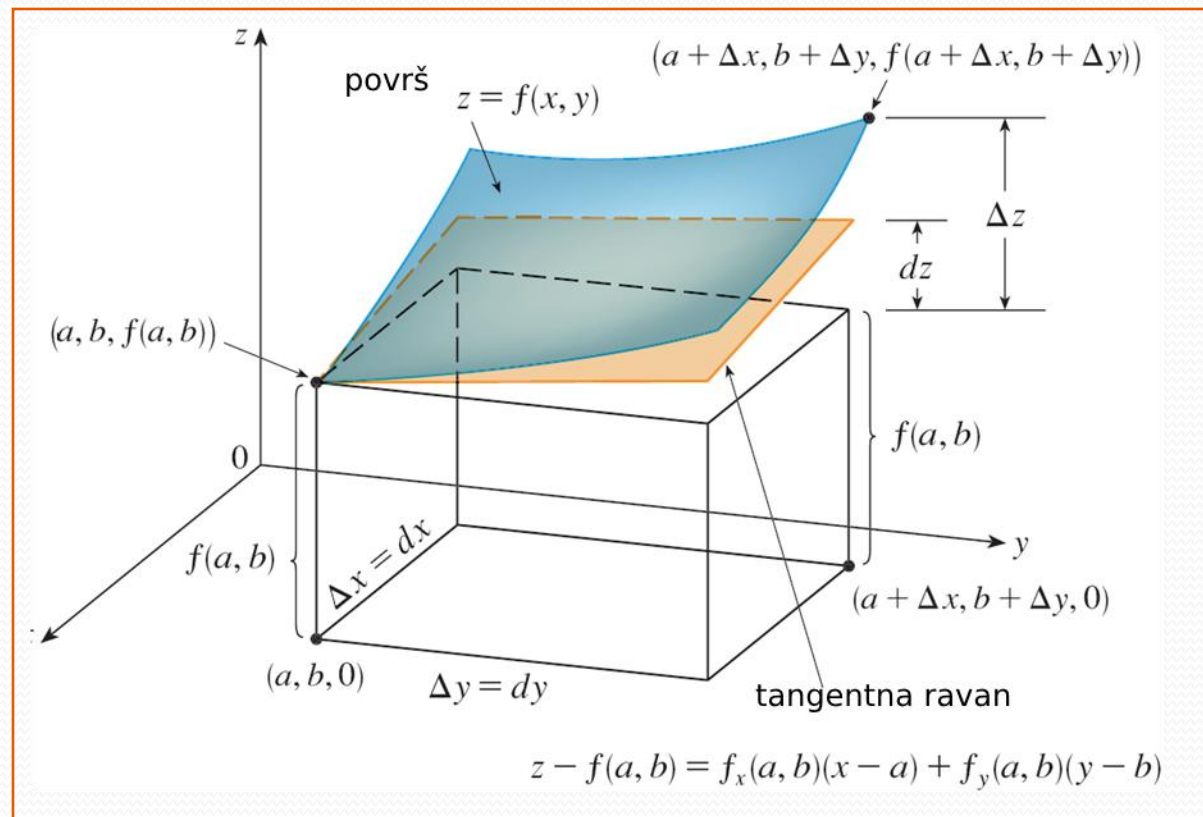
TOTALNI DIFERENCIJAL

- dz je promena u visini tangentne ravni.



TOTALNI DIFERENCIJAL

- Δz predstavlja promenu visine površi $z = f(x, y)$ kada se (x, y) promeni od (a, b) do $(a + \Delta x, b + \Delta y)$.



TOTALNI DIFERENCIJAL

- a. Ako je $z = f(x, y) = x^2 + 3xy - y^2$, naći diferencijal dz .
- b. Ako se x promeni sa 2 na 2.05, a y od 3 na 2.96, uporediti Δz i dz .

TOTALNI DIFERENCIJAL

- Na osnovu definicije imamo:

$$\begin{aligned} dz &= \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy \\ &= (2x + 3y) dx + (3x - 2y) dy \end{aligned}$$

TOTALNI DIFERENCIJAL

- Kada uvrstimo sve vrednosti
 $x = 2$, $dx = \Delta x = 0.05$, $y = 3$, $dy = \Delta y = -0.04$, dobijamo:

$$\begin{aligned} dz &= [2(2) + 3(3)]0.05 + [3(2) - 2(3)](-0.04) \\ &= 0.65 \end{aligned}$$

TOTALNI DIFERENCIJAL

- Totalni priraštaj od z je dat sa:

$$\begin{aligned}\Delta z &= f(2.05, 2.96) - f(2, 3) \\ &= [(2.05)^2 + 3(2.05)(2.96) - (2.96)^2] - [2^2 + 3(2)(3) - 3^2] \\ &= 0.6449\end{aligned}$$

- Primetimo da je $\Delta z \approx dz$, ali se dz izračunava sa manje računskih operacija.

TOTALNI DIFERENCIJAL

- U ovom primeru vrednost dz je bliska vrednosti Δz zato što je tangentana ravan dobra aproksimacija površi $z = x^2 + 3xy - y^2$ u blizini tačke $(2, 3, 13)$.

