

MATEMATIKA 1,
ISPIT

1. [15 poena] Naći kompleksne brojeve z za koje važi

$$\operatorname{Im}\left(\frac{z+2}{2-i}\right) = 1 \quad \text{i} \quad \operatorname{Re}(z^2 + 1) = 1,$$

a zatim za rešenje z_1 koje se nalazi u drugom kvadrantu naći $\sqrt[3]{z_1}$.

2. a) [8 poena] U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati prirodu rešenja sistema linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ 2x - 2y + az &= -2 \\ 3x - ay + 2z &= 0 \end{aligned}$$

i rešiti ga u slučaju neodređenosti.

- b) [7 poena] Za vrednost parametra $a = 2$ rešiti zadati sistem matričnom metodom.

3. Date su prave $p: \frac{x+6}{-6} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-5}{3}$ i $q: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-6}{-1}$ i tačka $A(1, 0, -1)$.

(a) [5 poena] Naći tačku A' koja je projekcija tačke A na pravu p .

(b) [10 poena] Naći jednačinu ravni α određenu pravama p i q .

4. [15 poena]

a) Faktorizirati polinom $P(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$ nad poljem realnih i kompleksnih brojeva.

b) Rastaviti na zbir parcijalnih razlomaka racionalnu funkciju $r(x) = \frac{x+1}{(x-1)(x+2)(x-3)}$.

5. [15 poena] Izračunati:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}}$;

b) prvi izvod funkcije: $y = \sin(\cos x) + e^{\frac{x^2+1}{x}}$.

6. [15 poena] Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $y = \frac{x}{x^2 - 1}$.