

MATEMATIKA 1

1. [15 poena] Odrediti algebarski oblik kompleksnog broja $z = Im \left(8 \left(\frac{2-3i}{5-i} \right)^5 + 1 \right) + Re(z_1)$, gde je

$$z_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & i \\ 2 & \sqrt{3} & -1 \\ i & 0 & i \end{vmatrix}.$$

2. [10 poena] Dat je sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + y + z &= a \\ x + (1+a)y + z &= 2a \\ x + y + (1+z)a &= 0 \end{aligned}$$

U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati prirodu rešenja datog sistema i rešiti ga u slučaju neodređenosti.

3. Date su tačka $A(1, -1, 3)$ i prava $p: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

- (a) [5 poena] Napisati jednačinu ravni koju određuju tačka A i prava p .
(b) [5 poena] Odrediti projekciju tačke A na pravu p .

4. Ako je $p(x)$ polinom petog stepena sa realnim koeficijentima, čiji je koeficijent uz najveći stepen 3 i čija je dvostruka nula broj $2+i$, a broj 3 jednostruka nula, koliki je ostatak pri deljenju tog polinoma polinomom $x-1$? Rastaviti na sumu parcijalnih razlomaka racionalnu funkciju $\frac{1}{p(x)}$.

5. Izračunati:

- (a) [5 poena] graničnu vrednost $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 - 5n + 7})$,
(b) [5 poena] prvi izvod funkcije $f(x) = \sin 2x \cdot e^{\sin x} + x^{\sin x}$.

6. [15 poena] Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $y = \frac{2-x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Studenti koji rade samo prvi deo rešavaju prva 3 zadatka, a studenti koji rade samo drugi deo poslednja 3 zadatka.