

PREDAVANJE 1

UVOD U TEORIJU VEROVATNOĆE

Pojam verovatnoće

U svakodnevnom životu se često susrećemo sa pojmom **verovatnoće** (šanse)

- „Kolika je verovatnoća da sutra ne pada kiša?“
- „Kolika je šansa da osvojim nešto u nagradnoj igri?“
- „Kolika je verovatnoća da kandidat XY pobedi na narednim predsedničkim izborima?“
- „Ima li šanse da mi negde nađete još tih par bodova koji mi trebaju da položim ispit?“

Formalno, verovatnoća i šansa nisu sinonimi, tako da ćemo koristiti samo pojam verovatnoće.

Teorija verovatnoće

- Oblast matematike koja se bavi analizom **slučajnih događaja**
- Slučajni događaji se realizuju uz određenu verovatnoću
- Teorija verovatnoće omogućava matematički zasnovano rezonovanje o slučajnim događajima, i na taj način daje matematičku osnovu **statistici**, koja proučava masovne pojave.
- Početak teorije verovatnoće je u XVII veku, vezan za hazardne igre (kockanje)
- Prvi rezultati: Paskal, Ferma, Hajgens

Napomena: teorijom verovatnoće ne možemo matematički korektno analizirati sve slučajne događaje.

Slučajni događaji



Primeri:

- Putovanje voza koji krene u 10h iz NS i ide do Subotice će se odvijati prugom. (**determin.**)
- Putovanje voza koji krene u 10h iz NS i ide do Subotice će se završiti u 12h. (**slučajni**)
- Student koji je sve naučio će znati odgovor na jedno ispitno pitanje izvučeno od 10 pitanja. (**determin.**)
- Student koji je sve naučio će odgovarati na ispitno pitanje br. 7 izvučeno od 10 pitanja. (**slučajni**)

Primena teorije verovatnoće

- Rezultate teorije verovatnoće koristimo prilikom **procena, predviđanja, planiranja, donošenja odluka** u prisustvu nepotpunih ili nepreciznih informacija.
- Koristi se za **modelovanje** pojava i procesa koji sadrže neke nederminističke komponente.
- Ona je takođe osnova statistički zasnovanog zaključivanja.
- Primenjuje se u gotovo svim oblastima nauke, tehnologije, inženjerstva, pa i u vašim strukama.
- Na primer: **upravljanje rizikom** (u poslovanju, od povrede na radu, od katastrofalnih događaja, od ekstremnog zagađenja,...) je oblast koja se prvenstveno zasniva na teoriji verovatnoće

PROSTOR SLUČAJNIH DOGAĐAJA

Osnovni pojmovi

Uvešćemo osnovne pojmove potrebne za definisanje pojma verovatnoće:

- **Verovatnosni eksperiment** ima više mogućih ishoda (npr. putovanje voza NS-SU, greška pri merenju, bacanje kockice za igru,...)
- **Skup elementarnih događaja (Ω)** ver.exp. je skup svih mogućih ishoda tog eksperimenta
- **Elementarni događaji ($\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$)** su elementi skupa Ω
- **Događaji ($A, B, C, \dots$)** su podskupovi skupa Ω

Analogija

Elementarni događaji $\rightarrow$ Događaji $\rightarrow \Omega$

Slova $\rightarrow$ Reči $\rightarrow$ Alfabet

Osnovni pojmovi - Primer

Primer: Verovatnosni eksperiment se sastoji od jednog bacanja kockice za igru, ishod je pali broj.

Napisati skup elementarnih događaja:

- $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$, gde ω_i znači „pao je broj i “
- $|\Omega| = 6$ (broj elemenata skupa, kardinalnost)

Možemo definisati neke događaje, i predstaviti ih preko elementarnih:

- A – pao je paran broj
- B – pao je broj deljiv sa 3
- C – pao je broj 5
- D – pao je broj manji od 17
- E – pao je broj veći od 17

$$A = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$$

$$B = \{\omega_3, \omega_6\}$$

$$C = \{\omega_5\}$$

$$D = \Omega$$

$$E = \{ \} \text{ (ili } \emptyset \text{ - prazan skup)}$$

Operacije na događajima

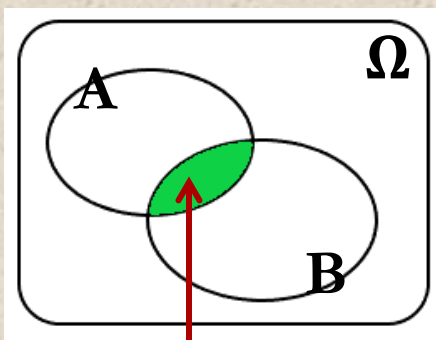
Operacije na prostoru događaja omogućavaju da pomoću datih događaja generišemo nove događaje.

Izvedene su od skupovnih operacija, jer su i događaji definisani kao skupovi.

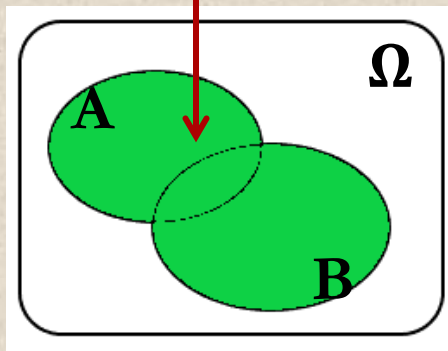
Neka su dati događaji A i B na Ω :

1. **Presek** događaja A i B ($A \cap B$) je događaj koji se realizuje akko se realizuju i A i B .
2. **Unija** događaja A i B ($A \cup B$) je događaj koji se realizuje akko se realizuje bar jedan od događaja A i B .
3. **Razlika** događaja A i B ($A \setminus B$) je događaj koji se realizuje akko se realizuje događaj A a ne realizuje događaj B .
4. **Komplement** događaja A tj. **suprotan** događaj od A ($\bar{A}$) je događaj koji se realizuje akko se ne realizuje događaj A .

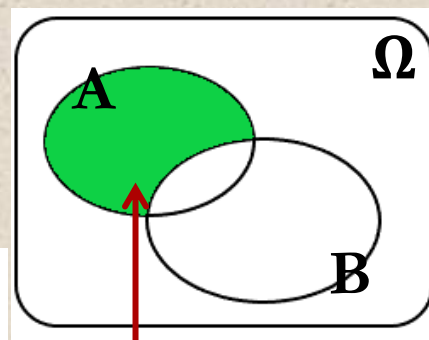
- Ako su događaji A i B takvi da je $AB = \emptyset$ kažemo da su A i B međusobno isključivi, nesaglasni, **disjunktni** događaji.
- **Unija disjunktnih** događaja A i B se obeležava sa $A+B$
- Suprotan događaj događaja A se može definisati i preko skupovne razlike, na sledeći način: $\bar{A} = \Omega \setminus A$
- Ω se zove i **siguran** događaj, a njegov suprotan događaj $\emptyset$ se zove i **nemoguć** događaj.
- Događaji i operacije na njima se mogu grafički predstaviti **Venovim** **dijagramima**.



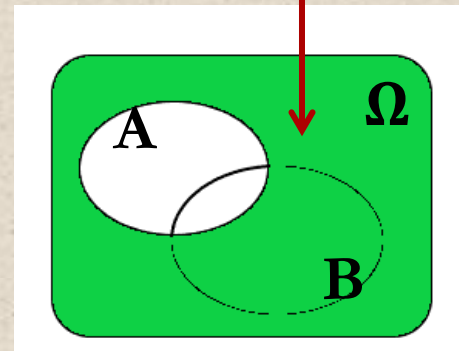
AB



$A \cup B$



$A \setminus B$



$\bar{A}$

Operacije na događajima - Primer

Primer: Bacamo jednu kockicu za igru, ishod je pali broj. Dati su događaji A – pao je paran broj, B – pao je broj deljiv sa 3. Rečima iskazati sledeće događaje:

- AB – pao je broj koji je paran **i** deljiv sa 3
- $A \cup B$ – pao je broj koji je paran **ili** deljiv sa 3
- $A \setminus B$ – pao je broj koji je paran a nije deljiv sa 3
- $B \setminus A$ – pao je broj koji je deljiv sa 3 ali nije paran
- $\bar{A}$ – pao je broj koji nije paran
- $\bar{B}$ – pao je broj koji nije deljiv sa 3
- $\overline{AB}$ – pao je broj koji nije paran i deljiv sa 3
- $\bar{A} \bar{B}$ – pao je broj koji nije paran i koji nije deljiv sa 3

Napomena: precizna jezička formulacija događaja je često ključna za tačno izračunavanje njegove verovatnoće!

Operacije na događajima - Primer

Primer: Bacamo jednu kockicu za igru, ishod je pali broj. Dati su događaji $A = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$, $B = \{\omega_3, \omega_6\}$. Sledeće događaje iskazati preko elementarnih događaja:

- AB – $\{\omega_6\}$
 - $A \cup B$ – $\{\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_6\}$
 - $A \setminus B$ – $\{\omega_2, \omega_4\}$
 - $B \setminus A$ – $\{\omega_3\}$
 - $\bar{A}$ – $\{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$
 - $\bar{B}$ – $\{\omega_1, \omega_2, \omega_4, \omega_5\}$
 - $\overline{AB}$ – $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$
 - $\bar{A} \bar{B}$ – $\{\omega_1, \omega_5\}$
- 