

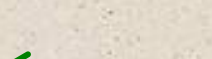
PREDAVANJE 5

NEPREKIDNE SLUČAJNE PROMENLJIVE

Ponavljjanje

Podela slučajnih promenljivih:

- dva osnovna tipa slučajnih promenljivih, u zavisnosti od veličine skupa vrednosti $\mathbf{R}_X$

1. Konačan (veličine n)  **DISKRETNE sl.pr.**
2. Prebrojiv (kao $\mathbb{N}$) 
3. Neprebrojiv (kao $\mathbb{R}$)  **NEPREKIDNE sl.pr.**

- Postoje i slučajne promenljive kombinovanog tipa

Napomena: podela na **diskretne** / **neprekidne** strukture je centralna podela u matematici uopšte! (**algebra** / **analiza**)

Neprekidne slučajne promenljive

- Opisuju verovatnosne eksperimente kod kojih ishodi mogu biti proizvoljne vrednosti iz nekog podskupa skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$.
- **Skup vrednosti** R_X je **interval** ili unija intervala.
- Obično se odnose na **rezultate merenja** (za razliku od diskretnih sl. pr. koje se odnose na prebrojavanja)

Primeri

masa nekog proizvoda

temperatura pri nekom
procesu

Prihodi nekog preduzeća

vreme trajanja nekog
događaja

visina neke osobe

Izračunavanje verovatnoće

- Neprekidne slučajne promenljive imaju beskonačno mnogo mogućih vrednosti, pa je verovatnoća da X ima bilo koju pojedinačnu vrednost uvek 0.

$$P(X=a) = 0, a \in \mathbb{R}$$

- Zbog toga kod neprekidnih slučajnih promenljivih izračunavamo **verovatnoće pripadanja nekom intervalu**.

Primer: ukoliko nas zanima T - vreme trajanja nekog događaja (u min) , umesto $P(T=5)$, računaćemo $P(4 < T < 6)$, ili $P(4.9 < T < 5.1)$, ili $P(4.99 < T < 5.01)$, ...

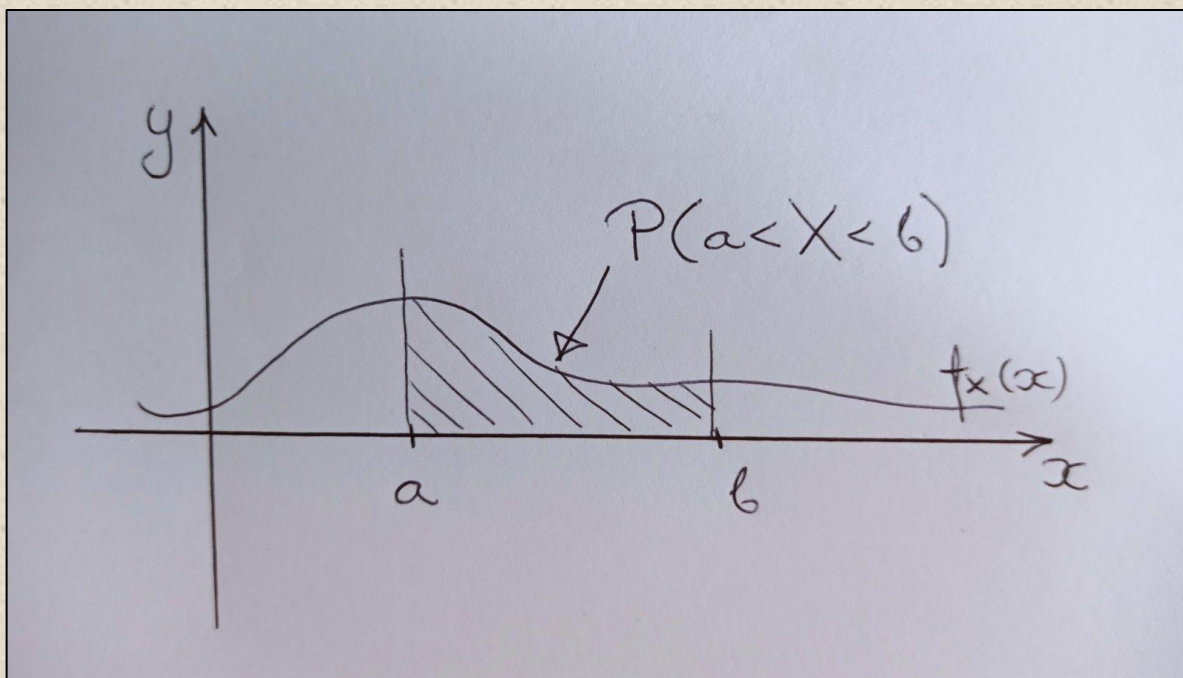
F-ja gustine i f-ja raspodele

- Neprekidne slučajne promenljive možemo predstaviti dvema funkcijama:
 1. **funkcijom gustine $f_X(x)$**
 2. **funkcijom raspodele $F_X(x)$**
- Ove funkcije omogućavaju određivanje verovatnoća, grafički prikaz neprekidnih slučajnih promenljivih, izračunavanje numeričkih karakteristika $E(X)$ i $D(X)$, ...

Napomena: funkcija gustine se često obeležava i $\varphi_X(x)$

Funkcija gustine

Gustina neprekidne sl. promenljive X je nenegativna funkcija takva da **verovatnoća** $P(a < X < b)$ odgovara **površini** ispod grafika krive, koja odgovara intervalu (a, b) .



Površina ovakve figure se računa pomoću **određenog integrala**.

Izračunavanje verovatnoće preko f-je gustine

- Osnovna formula:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f_X(x) dx$$

- Izvedene f-le:

$$P(X < b) = \int_{-\infty}^b f_X(x) dx \quad P(X > a) = \int_a^{\infty} f_X(x) dx$$

- $P(X = a) = 0 \Rightarrow P(X \geq a) = P(X > a)$ i $P(X \leq a) = P(X < a)$

Maksimalna moguća verovatnoća $P(-\infty < X < \infty) = 1$,

pa svaka funkcija gustine mora zadovoljavati sledeći **uslov**:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$$

Funkcija raspodele

- Kao i kod diskretne slučajne promenljive, i ovde definišemo funkciju raspodele:

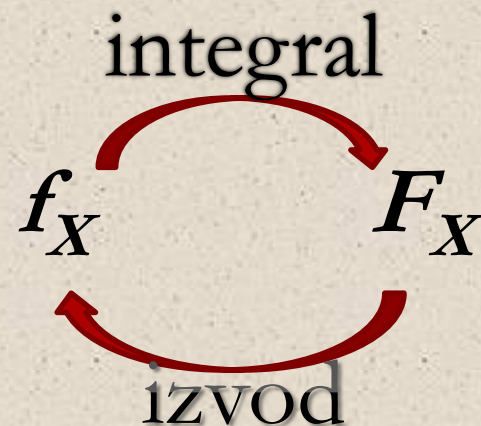
$$F_X(x) = P(X < x)$$

- Funkcija raspodele neprekidne sl. pr. zadovoljava:

1. $P(X < a) = F_X(a)$
2. $P(X > b) = 1 - F_X(b)$
3. $P(a < X < b) = F_X(b) - F_X(a)$

- F-ja gustine i f-ja raspodele su povezane na sledeći način:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$$



Numeričke karakteristike

- Matematičko očekivanje neprekidne slučajne promenljive X :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

- Disperzija neprekidne slučajne promenljive X :

$$D(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

- U formuli za disperziju $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx$