

MATEMATIČKA ANALIZA
Ispitni zadaci

1. [8 poena] Dat je niz sa opštim članom

$$a_n = n - 1 - \sqrt{pn^2 + qn},$$

gde su $p, q \in \mathbb{R}$, $p > 0$. U zavisnosti od parametara p i q diskutovati kada dati niz

- a) konvergira,
- b) divergira.

U slučaju konvergencije, odrediti za koje vrednosti parametara p i q niz teži ka -49.

2. [8 poena] Data je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq 3, \\ (x - 2)^{\frac{1}{(x-3)^A}}, & x > 3. \end{cases}$$

Diskutovati neprekidnost funkcije $f(x)$ u zavisnosti od parametara A , u slučaju da funkcija negde nije neprekidna, odrediti vrstu prekida.

3. [6 poena] Odrediti domen, i ispitati postojanje asimptota za funkciju

$$y(x) = \ln \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right).$$

4. [6 poena] Odrediti domen, ispitati parnost, monotonost i postojanje ekstrema za funkciju

$$y(x) = \operatorname{arctg}^2 \left(\frac{1}{x^2} \right).$$

5. [8 poena] Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $f(x, y) = x + 2y$ pod uslovom $x^2 + y^2 \leq 1$.

6. a) [10 poena] Izračunati: $\int \left(\frac{x e^{\operatorname{arctg} x}}{x^2 + 1} + \frac{2e^{\operatorname{tg}^2 x} \sin x}{\cos^3 x} \right) dx$.

- b) [6 poena] Izračunati dužinu luka krive $y = \ln(x^2 - 1)$ na intervalu $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

7. [8 poena] Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y'' + 4y = e^{2x} + 2x$.