TRANSPORTNI PROBLEM

(*) DEFINICIJA PROBLEMA

POSMATRAJMO m STOVARIŠTA $A_1, A_2, \dots, A_m$
SA $a_1, a_2, \dots, a_m$ JEDINICA ROBE REDOM I
U ODREDIŠTA $B_1, B_2, \dots, B_n$ SA PO $b_1, b_2, \dots, b_n$
JEDINICA ZA SKLADIŠTENJE ROBE REDOM. POTREBNO JE
IZ STOVARIŠTA A_i $(i = 1, 2, \dots, m)$ NAPUNITI ROBOM
SVA ODREDIŠTA B_j $(j = 1, 2, \dots, n)$. CENA TRANSPORTA
ROBE PO JEDINICI KOLIČINE IZ STOVARIŠTA A_i U
ODREDIŠTE B_j JE POZNATA I OBELEŽENA JE SA C_{ij}.
<u>TRANSPORTNI PROBLEM</u> PODRAZUMEVA DA SE ODREDE
SVE KOLIČINE ROBE KOJE IZ STOV. A_i TREBA PRENETI
U ODREDIŠTE B_j (x_{ij}), TAKO DA TROŠKOVI
TRANSPORTA BUDU MINIMALNI.

AKO JE $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j$, TJ. AKO JE PONUDA
JEDNAKA POTRAŽNJI, ONDA SE RADI O <u>ZATVORENOM TRANSPORTNOM PROBLEMU</u>. ~~KN~~ U NASTAVKU ĆEMO
RAZMATRATI SAMO TAKVE PROBLEME.

TROŠKOVI TRANSPORTA ROBE SE MOGU IZRAZITI
POMOĆU LINEARNE FUNKCIJE

$$f = C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + C_{13}x_{13} + \dots + C_{mn}x_{mn}$$

TRAŽIMO TAKO DA f IMA MINIMUM

$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{mn} = ?$$

P2

- FORMIRANJE TABLICE

~~[illegible]~~ DATE PODATKE MOŽEMO PRIKAZATI U TABLIČNOM OBLIKU:

	B_1	B_2	$\dots$	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}		c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}		c_{2n} x_{2n}	a_2
$\vdots$					$\vdots$
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}		c_{mn} x_{mn}	a_m
	b_1	b_2	$\dots$	b_n	

x_{ij} - KOLIČINA ROBE KOJE TREBA TRANSP. IZ i-TOG SKLAD. U j-TO ODREDIŠTE

$$x_{ij} = ?$$

ZA PROMENLJIVE x_{ij} VAŽE SLEDEĆI USLOVI:

$$\left.\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} &= a_1 \\
x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} &= a_2 \\
&\vdots \\
x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} &= a_m \\
x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} &= b_1 \\
x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} &= b_2 \\
&\vdots \\
x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} &= b_n
\end{aligned}\right\} (*)$$

SISTEM TIPA:

$$(m+n-1) \times (m \cdot n)$$

BROJ NEZAVISNIH JEDNAČINA

BROJ PROMENLJIVIH x_{ij}

JEDNA JEDN. SE MOŽE ODBACITI, JER JE $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$a_i > 0, \quad b_j > 0$$

$$c_{ij} \geq 0 \qquad \begin{aligned} i &= 1, \dots, m \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

$m \cdot n - (m+n-1)$ = BROJ SLOBODNIH PROMENLJIVIH SISTEMA

(P3)

- TRANSPORTNI PROBLEM MOŽEMO ZAPISATI U OBLIKU LINEARNOG PROGRAMA:

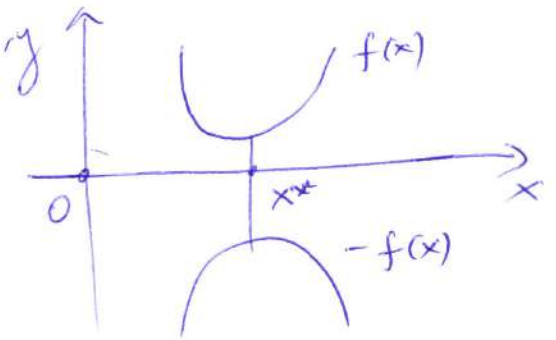
NAĆI MINIMALNU VREDNOST LINEARNE FUNKCIJE (TROŠKOVA TRANSPORTA)

$$f = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \cdots + c_{mn}x_{mn}, \quad \text{AKO}$$

PROMENLJIVE x_{ij} ZADOVOLJAVAJU SISTEM JEDNAČINA (*) I $x_{ij} \geq 0$ ZA SVAKO $i = 1, 2, \ldots, m$ I $j = 1, 2, \ldots, n$.

VIDELI SMO RANIJE DA VAŽI

$$\min_{x} f(x) = -\max_{x} -f(x)$$



PA UMESTO MINIMUMA FUNKCIJE f, MOŽEMO DA TRAŽIMO MAKSIMUM FUNKCIJE $F = -f$ I PRIMENIM POZNATE METODE ZA REŠAVANJE P. LIN. PROG. (TRANSF. NA SISTEMOM ILI SIMPLEKS TABLICE).

(*) NAČIN REŠAVANJA TRANS. PROBLEMA

1) U OBLIKU LINEARNOG PROG. (TRANS. NAD SISTEMOM ILI SIMPLEKS TABLICAMA)

2) POSTUPKOM DISTRIBUCIJE

a) METODOM NAJMANJIH TROŠKOVA → POČETNO BDR

b) MODI (MODIFIED DISTRIBUTION) METODA → OPTIMALNO BDR

PRIMER REŠITI TRANSPORTNI PROBLEM

(P4)

	B_1	B_2	B_3	
A_1	9	2	5	$40 = a_1$
A_2	3	1	7	$70 = a_2$
	55	25	30	
	$\parallel$	$\parallel$	$\parallel$	
	b_1	b_2	b_3	

REŠ. ODGOVARAJUĆI PROBLEM LIN. PROG. IZGLEDA NA SLEDEĆI NAČIN:

$$\min f = C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + C_{13}x_{13} + C_{21}x_{21} + C_{22}x_{22} + C_{23}x_{23}$$

$$x_{11} + x_{21} = 55$$
$$x_{12} + x_{22} = 25$$
$$x_{13} + x_{23} = 30$$
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 40$$
$$x_{ij} \geq 0$$

$m = 2,\ n = 3$

$m \cdot n - (m + n - 1) = 2$

IMAMO DVE SLOB. PROB.

$$\Downarrow \qquad F = -f$$

$$\max F = -9x_{11} - 2x_{12} - 5x_{13} - 3x_{21} - x_{22} - 7x_{23}$$
$$x_{11} + x_{21} = 55$$
$$x_{12} + x_{22} = 25$$
$$x_{13} + x_{23} = 30$$
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 4$$
$$x_{ij} \geq 0$$

(P5)

$x_{21} = 55 - x_{11}$

$x_{13} = 30 - x_{23}$

$x_{12} = 10 + x_{23} - x_{11}$

$x_{22} = 15 - x_{23} + x_{11}$

x_{11}, x_{23} – SLOB. PROM.

$x_{11} = x_{23} = 0 \Rightarrow$

$x_{21} = 55,\ x_{13} = 30$

$x_{12} = 10,\ x_{22} = 15$

$$F = -9x_{11} - 2(10 + x_{23} - x_{11}) - 5(30 - x_{23}) - 3(55 - x_{11}) -$$
$$- (15 - x_{23} + x_{11}) - 7x_{23} = -5x_{11} - 3x_{23} - 350$$

$F_1 = -350$

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} = x_{23} = 0 \\ x_{21} = 55 \\ x_{13} = 30 \\ x_{12} = 10 \\ x_{22} = 15 \end{array}\right\} \text{BDR}$$

$F = -5x_{11} - 3x_{23} - 350$

POŠTO SU $-5 < 0$ I $-3 < 0$

$\Downarrow$

NIJE MOGUĆE POVEĆAVATI x_{11} I x_{23}, SLEDI DA JE REŠENJE OPTIMALNO

POŠTO JE $\min f = -\max F = -(-350) = 350$

SLEDI DA SU MINIMALNI TROŠKOVI $= 350$, A

KOLIČINE KOJE TREBA PREBACITI IZ A_i U B_j SU:

$x_{11} = 0,\ x_{12} = 10,\ x_{13} = 30$

$x_{21} = 55,\ x_{22} = 15,\ x_{23} = 0.$

PRIMETIMO DA POSMATRANI PROBLEM L.P. JE MOGUĆE REŠITI I POMOĆU SIMPLEKS TABLICA.