REŠAVANJE TRANSPORTNOG PROBLEMA POSTUPKOM DISTRIBUCIJE

P1

- POSMATRAJMO TRANSPORTNI PROBLEM DAT U TABLIČNOM OBLIKU

PRIJEMNE STANICE (kolone), OTPREMNE STANICE (vrste)

	B_1	B_2	$\dots$	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}		c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}		c_{2n} x_{2n}	a_2
$\vdots$					
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}		c_{mn} x_{mn}	a_m
	b_1	b_2	$\dots$	b_n	

x_{ij} - KOLIČINA ROBE KOJA TREBA TRANSP. IZ A_i U B_j.

$x_{ij} = ?$

$c_{ij} \geq 0$ - CENA TRANSPORTA

$a_i > 0, \; b_j > 0$

$i = 1, \dots, m, \; j = 1, \dots, n$

VAŽE SLEDEĆA OGRANIČENJA:

$$\left.\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} &= a_1 \\
x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} &= a_2 \\
&\vdots \\
x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} &= a_m \\
x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} &= b_1 \\
x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} &= b_2 \\
\vdots \qquad &\vdots \\
x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} &= b_n
\end{aligned}\right\}$$

$(m+n-1) \cdot m \cdot n$

$(m+n-1)$ ↑ BROJ NEZAVISNIH JEDNAČINA

$m \cdot n$ ← BROJ PROM. x_{ij}

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$m+n-1$ JE BROJ BAZIČNIH PROMENLJIVIH, ~~koje su pozitivne~~

PAKLE, BDR MOŽE DA IMA NAJVIŠE $m+n-1$ POZITIVNIH PROMENLJIVIH

POSTUPAK DISTRIBUCIJE

- POD POJMOM (DOPUSTIVA) DISTRIBUCIJA PODRAZUMEVAMO JEDNO DOPUSTIVO BAZIČNO REŠENJE TRANSP. PROBLEMA.
  PRVO SE ODREDI JEDNA DOPUSTIVA DISTRIBUCIJA, A ZATIM SE TA DISTRIBUCIJA POPRAVLJA SVE DOK SE NE DOĐE DO OPTIMALNE DISTRIBUCIJE, TJ. DO REŠENJA TRANSP. PROBLEMA.

  POSTUPAK DISTRIBUCIJE SE SASTOJI OD NIZA KORAKA. U SVAKOM KORAKU SE ODREDI NOVO I POPRAVLJENO BDR, ODNOSNO NOVA DISTRIBUCIJA. CEO POSTUPAK SE MOŽE ZAPISATI U OBLIKU TABELA. SVAKA TABELA SADRŽI JEDNO BDR, ODNOSNO DISTRIBUCIJU. POSTUPAK SE ZAVRŠAVA KADA SE STIGNE DO „OPTIMALNE TABELE", ODNOSNO OPTIMALNOG BDR.

- POČETNO BDR ĆEMO ODREDITI METODOM MINIMALNIH TROŠKOVA (CENA):

  1) ODREDITI MINIMALNU CENU TRANSPORTA c_{ij}

  2) $x_{ij} = \min\{a_i, b_j\}$

  3) AKO POSTOJI VIŠE MINIMALNIH (JEDINIČNIH) CENA, TADA SE BIRA ONA CENA c_{ij} PO KOJOJ SE MOŽE PREVESTI NAJVEĆA KOLIČINA ROBE

  4) AKO POSTOJI VIŠE MINIMALNIH CENA ZA PREVOZ ISTE NAJVEĆE KOLIČINE ROBE, TADA SE c_{ij} BIRA PROIZVOLJNO

PRIMER. T.P. JE DAT U OBLIKU SLEDEĆE TABELE.

P3

PROBLEM JE REŠEN NA PRETHODNOM PREDAVANJU I DOBILI SMO DA JE MIN. CENA TRANSPORTA = 350

	B_1	B_2	B_3	
A_1	9	2	5	40
A_2	3	1	7	70
	55	25	30	

ODREDITI POČETNO BAZIČNO DOPUSTIVO REŠENJE.

Reš: PRIMENIMO METODU MINIMALNIH TROŠKOVA.

	B_1	B_2	B_3	
A_1	9 / 10	2	5 / 30	~~40~~ 10
A_2	3 / 45	1 / 25	7	~~70~~ ~~45~~ 0
	~~55~~ ~~10~~ 0	~~25~~ 0	~~30~~ 0	110 / 110

• MIN. CENA: 1

(A_2, B_2): $\min\{25, 70\} = 25$

• MIN. CENA: 3

(A_2, B_1): $\min\{55, 45\} = 45$

• MIN. CENA: 5

(A_1, B_3): $\min\{40, 30\} = 30$

• MIN. CENA: 9

POČETNO BAZIČNO REŠENJE:

$x_{11} = 10,\ x_{12} = 0,\ x_{13} = 30$

$x_{21} = 45,\ x_{22} = 25,\ x_{23} = 0$

TROŠKOVI TRANSPORTA $= 9 \cdot 10 + 0 \cdot 2 + 5 \cdot 30 + 3 \cdot 45 + 1 \cdot 25 + 7 \cdot 0 = 400$

(NIJE OPTIMALNO)

P4

- ~~MODI~~ MODI METODA (METODA POTENCIJALA)

POLAZIMO OD POČETNOG BDR.

MODI METODA SE SASTOJI IZ SLEDEĆIH KORAKA

1) SVIM VRSTAMA KOJE SADRŽE BAZIČNE PROM. PODELITI KOEFICIJENTE α_i, $i=1,..,m$ I SVIM KOLONAMA KOJE SADRŽE BAZIČNE PROM. PODELITI KOEFICIJENTE β_j, $j=1,2,..,n$, TAKO DA VAŽI $\alpha_1=0$ I

$$c_{ij} = \alpha_i + \beta_j . ~~IZ~~$$

2) NEBAZIČNIM PROM. PODELITI KOEFICIJENTE d_{ij}, TAKO DA ~~JE~~ BUDE

$$d_{ij} = c_{ij} - (\alpha_i + \beta_j), \quad i=1..,m, \quad j=1,..,n$$

3) AKO JE $d_{ij} \geq 0$ ZA SVAKO i I j, TADA JE TABELA OPTIMALNA I SADRŽI OPTIMALNO REŠENJE.

AKO POSTOJI BAR JEDNO d_{ij} ZA KOJI VAŽI DA JE $d_{ij}=0$, ONDA JE TABELA OPTIMALNA ALI PROBLEM TRANSPORTA IMA JOŠ OPTIMALNIH REŠENJA.

4) AKO POSTOJI BAR JEDNO d_{ij} ZA KOJI VAŽI $d_{ij}<0$, TADA TABELA NIJE OPTIMALNA I VRŠI SE PRERASPODELA POMOĆU METODE CIKLIČNOG KRUŽNOG PUTA. ~~POLJE (i,j)~~

• METODA CIKLIČNOG KRUŽNOG PUTA

P5

1) PORED POLJA, ~~KOJ~~ KOME JE PODELJEN "NAJNEGATIVNIJI" KOEFICIJENT d_{ij} (ILI $d_{ij}=0$), BIRAMO SE JOŠ TRI POLJA IZ TABELE TAKO DA OVA ČETIRI POLJA DEFINIŠU CIKLIČNI KRUŽNI PUT:

- SVA POLJA PUTA MORAJU BITI BAZIČNA SEM POLJA ZA KOJE JE $d_{ij}<0$
- CIKLIČNI PUT JE ZATVORENA IZLOMLJENA LINIJA
- SVAKA DVA POLJA CIKLIČNOG PUTA SU POVEZANA POMOĆU DUŽI
- DUŽI IZ ISTOG POLJA SU MEĐUSOBNO ORTOGONALNA
- U SVAKOJ VRSTI (KOLONI) ~~TRANSPORT~~ TABELE KOJA SADRŽI POLJE CIKLIČNOG PUTA MORA BITI TAČNO DVA POLJA CIKLIČNOG PUTA.

2) POČETNO POLJU SE PODELJUJE +, A SVAKOM SLEDEĆEM POLJU SE NAIZMENIČNO PODELJUJU − I +. POLJA OZNAČENA + ČINE POZITIVAN POLUKRUG, DOK POLJA OZNAČENA SA − ČINE NEGATIVAN POLUKRUG.

3) NA NEGATIVNOM POLUKRUGU SE BIRA MINIMALNA VREDNOST PROMENLJIVE x_{ij} I TA VREDNOST SE ODUZIMA OD ELEMENATA NEGATIVNOG POLUKRUGA, A DODAJE SE VREDNOSTIMA KOJI SE NALAZE NA POZITIVNOM POLUKRUGU.

4) NA NOVU TABELU TRANSPORTA SE PRIMENJUJE NOVI CIKLUS MODI METODE, POČEV OD KORAKA 1.

PRIMER ZA TRANSPORTNI PROBLEM

	B_1	B_2	B_3	
A_1	9	2	5	40
A_2	3	1	7	70
	55	25	30	

ODREDITI OPTIMALAN NAČIN TRANSPORTA ROBE.

Reš: VIDELI SMO DA JE POČETNO BDR:

	B_1	B_2	B_3	α
A_1	$\boxed{9}$ − 10	2 +	$\boxed{5}$ 30	$0 = \alpha_1$
A_2	$\boxed{3}$ + 45	$\boxed{1}$ − 25	7	−6
β	9	7	5	

$c_{ij} = \alpha_i + \beta_j$

1. ODREDIMO KOEFICIJENTE α i β

$\alpha_1 = 0$

2. ODREDIMO KOEF. d_{ij} ZA NEBAZIČNE POM.

$d_{12} = 2 - (0+7) = -5 < 0$

$d_{23} = 7 - (-6+5) = 8$

$\Downarrow$

REŠENJE NIJE OPTIMALNO

3. CIKLIČNI KRUŽNI PUT

$d_{12} = -5 < 0 \Rightarrow (1,2)$ JE POČETNO POLJE

− 10	+ 0
+ 45	− 25

$\rightsquigarrow$

0	10
55	15

P7

NOVA TABELA

	B_1	B_2	B_3	α
A_1	9 0	$\boxed{2}$ 10	$\boxed{5}$ 30	$0 = \alpha_1$
A_2	$\boxed{3}$ 55	$\boxed{1}$ 15	7	$-1 = \alpha_2$
β	4	2	5	
	β_1	β_2	β_3	

$$d_{11} = 9 - (0+4) = 5 > 0$$

$$d_{23} = 7 - (-1+5) = 3 > 0$$

$\Downarrow$

DOBILI SMO OPTIMALNO REŠENJE

$$d_{ij} = c_{ij} - (\alpha_i + \beta_j)$$

$$x_{11} = 0,\ x_{12} = 10,\ x_{13} = 30$$

$$x_{21} = 55,\ x_{22} = 15,\ x_{23} = 0$$

OPTIMALNI (MINIMALNI) TROŠKOVI =

$$= 9 \cdot 0 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 30 + 3 \cdot 55 + 1 \cdot 15 + 7 \cdot 0 = 350$$

LITERATURA

Nebojsa M. Ralevic, Odabrana poglavlja iz Matematike, FTN, 2010.

Petrić, J., Šarenac, L., Kojić, Z. Operaciona istraživanja I, Naučna knjiga, Beograd, 1992.

Petrić, J., Šarenac, L., Kojić, Z. Operaciona istraživanja II, Naučna knjiga, Beograd, 1992.