

ISPIT IZ MATEMATIKE
13.7.2020.

1. [7 poena] Kompleksni brojevi koji zadovoljavaju uslov

$$\operatorname{Re} \left(\frac{(1+i)z^2 + 2 - 2i}{3+2i} \right) = 1, \quad \operatorname{Im} \left(\frac{(1+i)z^2 + 2 - 2i}{3+2i} \right) = 1$$

čine dva temena jednakostraničnog trougla. Odrediti treće teme koje se nalazi u četvrtom kvadrantu.

2. [10 poena] U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati prirodu rešenja sistema linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + y + z &= a \\ x + (1+a)y + z &= 2a \\ x + y + az &= -a \end{aligned}$$

i rešiti ga u slučaju neodređenosti.

3. Date je prava $p: \frac{x}{-2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-6}{5}$ i tačke $A(2, 6, -3)$, $B(0, 0, -2)$ i $C(1, 4, 0)$.

(a) [6 poena] Odrediti jednačinu ravni α koja je određena tačkama A, B i C .

(b) [4 poena] Odrediti jednačinu prave q koja sadrži tačku A i paralelna je sa pravom p .

4. [8 poena] Odrediti $a, b \in \mathbb{R}$ tako da polinom $P(x) = 6x^4 - 7x^3 + ax^2 + 3x + 2$ bude deljiv sa $Q(x) = x^2 - x + b$.
-

5. Izračunati granične vrednosti:

a) [5 poena] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$;

b) [5 poena] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(e-x) + x - 1}$.

6. [15 poena] Detaljno ispitati tok funkcije i nacrtati njen grafik: $f(x) = \ln \frac{x+3}{1-x}$.

7. a) [6 poena] Izračunati:

$$\int (x^2 + 1) e^x dx.$$

b) [5 poena] Odrediti površinu dela ravni ograničene parabolom $y = 2x - x^2$, krivom $y = 2^x$ i pravama $x = 0$ i $x = 2$.