MATERIJAL ZA VEŽBE
Predmet: MATEMATIČKA ANALIZA 2
Nastavnik: prof. dr Nataša Sladoje-Matić
Asistent: Buda Bajić

VEŽBE br. 1

1. Odrediti jednacinu ravni koja sadrži tačke $A(1, -2, 0)$, $(3, 1, 4)$, $C(0, -1, 2)$.

2. Odrediti jedinični vektor normale za ravan:

   a) $z = 3$;

   b) $3x + 4y = 12$;

   c) $x + y + z = 2$.

3. Odrediti jednačinu sfere (u Dekartovom koordinatnom sistemu) čiji je centar tačka $(0, 1, 2)$, a poluprečnik 2.

4. Skicirati površ datu jednačinom $z - 2 = \sqrt{x^2 + y^2}$. Kako izgleda površ zadata jednačinom $x^2 + y^2 = (z - 2)^2$?

5. Koja površ je predstavljena jednačinom $x^2 + z^2 = 2z$?

6. Koja površ je predstavljena sledećom jednačinom: $z = 2 - x^2 - y^2$? Skicirati je.

7. Odrediti presek između xy-ravni i površi iz prethodnog zadatka.

VEŽBE br. 2

1. Izračunati vrednost dvostrukog integrala
$$\iint_G (xy + y^3)\, dx\, dy$$
gde je oblast integracije data sa $G = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1\}$.

2. Izračunati
$$\iint_G \frac{x^2}{1 + y^2}\, dx\, dy$$
gde je G kvadrat ograničen koordinatnim osama i pravama $x = 1$ i $y = 1$.

3. Izračunati vrednost
$$\iint_G xy\, dx\, dy$$
ako je:

   (a) oblast G ograničena x-osom, delom prave $y = 1 + x$ i delom parabole $y = 1 - x^2, x \geq 0$;

   (b) oblast G ograničena x-osom, y-osom, pravom $y = 1-x$ i pravom $2x+3y-6 = 0$.

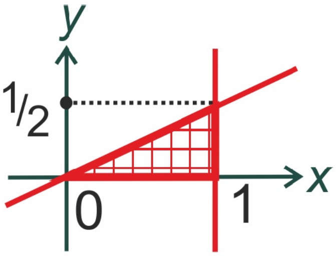
4. Izračunati:

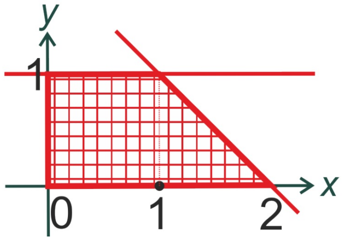
   (a)
$$\iint_G (xy^2)\, dx\, dy$$

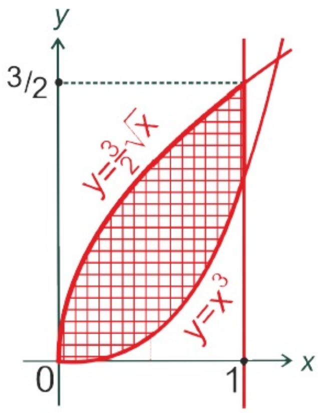
   (b)
$$\iint_G 2x\, dx\, dy$$

   gde je oblast integracije G ograničena parabolom $y^2 = 2x$ i pravom $x = \frac{1}{2}$.

5. Izraziti integral
$$\iint_G f(x, y)\, dx\, dy$$
u oba poretka integracije ako je oblast G prikazana na slici:

   (a) 

(b) 

(c) 

6. Skicirati područje integracije, promeniti redosled integracije i izračunati:

(a)

$$\int_{-1}^{2}\left(\int_{-1}^{x} x\,dy\right)\,dx$$

(b)

$$\int_{0}^{2}\left(\int_{0}^{\sqrt{x}} x\,dy\right)\,dx$$

(c)

$$\int_{0}^{1}\left(\int_{y^2}^{\sqrt{y}} x\,dx\right)\,dy$$

VEŽBE br. 3

1. Smenom promenljivih rešiti dvostruki integral

$$\iint_G dx\,dy$$

gde je G oblast ograničena nejednačinama $x+y \geq 1$, $x+y \leq 2$, $y \geq x$ i $y \leq 2x$.

2. Odrediti

$$\iint_A dx\,dy$$

gde je oblast A ograničena krivim $y = x^2$, $y = 2x^2$, $x = y^2$ i $x = 2y^2$.

3. Izračunati

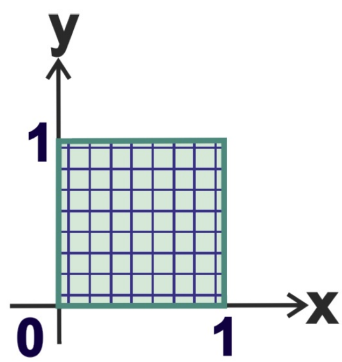
$$\iint_A x(x^2+y^2)\,dx\,dy$$

ako je oblast A ograničena krivim datim jednačinama $x^2+y^2 = 2y$, $x^2+y^2 = 4y$, $y = x$ i $y = -x$ u kojoj leži tačka sa koordinatama (0,3).

4. Naći površinu kruga sa centrom u tački (0,1) poluprečnika 1.

5. Izračunati zapreminu tela ograničenog konusom $z = 2 - \sqrt{x^2+y^2}$ i ravni $z = 1$.

6. Izračunati masu ploče na slici, ako je njena gustina $\rho(x,y) = e^{x+y}$.



7. Izračunati težište ploče iz prethodnog zadatka.

VEŽBE br. 4

1. Izračunati
$$\iiint_A (x+z^2)\,dx\,dy\,dz$$
gde je V deo prvog oktanta ograničen ravnima $x=2$, $y=1$ i $z=3$.

2. Izračunati zapreminu tela ograničenog delom površi $z=\sqrt{x^2+y^2}$ i delom paraboloida $z=6-x^2-y^2$.

3. Izračunati zapreminu tela ograničenog delom površi $x^2+y^2=1$ i delom sfere $x^2+y^2+z^2=5$.

4. Opisati jediničnu sferu sa centrom u koordinatnom početku pomoću sfernih koordinata.

5. Naći zapreminu sfere date jednačinom $x^2+y^2+z^2\leq x$.

6. Naći zapreminu tela ograničenog površima $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $x^2+y^2+z^2=4z$ i $x^2+y^2+z^2=2z$. Tačka (0,0,3) pripada unutrašnjosti tela.

VEŽBE br. 5

1. Parametrizovati duž AB ako su tačke A i B:
   a) $A = (0, 0)$, $B = (5, 0)$
   b) $A = (0, 0)$, $B = (0, 5)$
   c) $A = (5, 0)$, $B = (0, 5)$

2. Parametrizovati:
   a) deo parabole $y = x^2 + 1$ za $x \in [-1, 2]$
   b) deo parabole $x = y^2$ za $y \in [1, 3]$

3. Parametrizovati deo krive $y = ln(x)$ za $x \in [2, 5]$ a zatim izračunati njenu dužinu.

4. Data je kružnica jednačinom $x^2 + y^2 = 2x$.
   a) Parametrizovati je.
   b) Izračunati njem obim.
   c) Izračunati dužinu luka kružnice od tačke $(0, 0)$ do tačke $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
   d) Naći jednačinu tangente u tački $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

5. Elipsa je data jednačinom $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.
   a) Parametrizovati je.
   b) Naći jednačinu tangente u tački $\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

6. Parametrizovati duž AB određenu tačkama $A(0, 1, 2)$ i $B(-1, -2, -3)$.

7. Odrediti presek površi $y^2 + z^2 = 4$ i ravni $x = 2$.
   a) Parametrizovati dobijenu krivu.
   b) Naći jednačinu tangente u tački $(2, 2, 0)$.

8. Parametrizovati presek konusa $\sqrt{x^2 + y^2} = z$ i ravni $z = 3$ u prvom oktantu, a zatim izračunati dužinu dobijene krive.

9. Parametrizovati krivu koja se dobija u preseku ravni $y = z$ i površi $x^2+y^2+z^2 = 1$ a zatim naći jednačinu tangente u tački $(-1, 0, 0)$.

10. Parametrizovati krivu koja se dobija u preseku površi $x^2 + y^2 = 9$ i $z = 1 - y^2$ a zatim naći jednačinu tangente u tački $(0, 3, -8)$.

11. Vektor položaja čestice u trenutku t dat je u sledećem parametarskom obliku:

$$\vec{r}(t) = (2\cos\frac{\pi}{2}t, \frac{t^2}{2} + t, \sin\pi t).$$

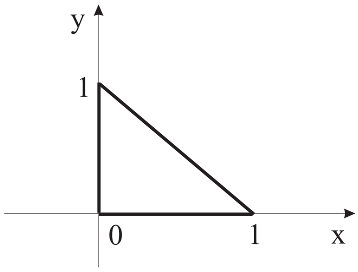
a) U kom trenutku se čestica nalazi u tački $(-2, 4, 0)$?

b) Koliko se čestica udaljila od početnog položaja $\vec{r}(0)$ nakon 5 sekundi?

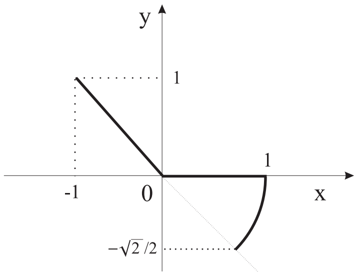
c) Kolika je brzina čestice u trenutku $t = 5$?

VEŽBE br. 6

1. Izračunati krivolinijski integral $\int_L y\,ds$, gde je L kriva data na donjoj slici.



2. Izračunati krivolinijski integral $\int_L (x-2y)\,ds$, gde je L kriva data na donjoj slici.



3. Izračunati krivolinijski integral $\int_L x\,ds$, gde je L deo parabole $y=x^2$ od tačke $A(-1,1)$ do tačke $B(2,4)$.

4. Izračunati krivolinijski integral $\int_L y\,ds$, gde je L rub oblasti koja se nalazi u prvom kvadrantu a ograničena je krivom $x=y^2$, pravom $x=1$ i y-osom.

5. Izračunati dužinu prvog svoda cikloide date u parametarskom obliku: $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t),\ a>0,\ t\in[0,2\pi]$.

6. Izračunati krivolinijski integral $\int_L (z-x)\,ds$, gde je L deo krive koja predstavlja presek sfere $x^2+y^2+z^2=8$ i ravni $z=2$ od tačke $A(0,-2,2)$ do tačke $B(0,2,2)$.

7. Izračunati krivolinijski integral $\int_L (x+2y)\,ds$, gde je L deo krive koja predstavlja presek cilindra $x^2+y^2=4$ i ravni $z=1$ od tačke $A(0,-2,1)$ do tačke $B(2,0,1)$.

8. Izračunati dužinu krive L koja se dobija u preseku sfere $x^2+y^2+z^2=8$ i ravni $z=2$ od od tačke $A(0,-2,2)$ do tačke $B(0,2,2)$.

9. Dato je skalarno polje $u(x,y,z)=xy^2z^3$.

   (a) Izračunati gradijent polja u u tački $A(1,1,1)$.

(b) Izračunati izvod polja u u tački A u pravcu vektora $\vec{l} = (1, 0, 1)$.

(c) Odrediti najveći mogući izvod u pravcu od u u tački A.

10. Odrediti rotor i divergenciju vektorskog polja $\vec{a} = (y^2, 2xy + e^z, ye^z)$.

VEŽBE br. 7

1. Funkcijom $z(x,y) = 1000 - 0.01x^2 - 0.02y^2$ opisana je konfiguracija nekog terena. Ako se nalazimo u tački sa koordinatama $(60,100)$, u kom pravcu je nagib terena najveći? Kolika je najveća visinska promena ako se krećemo iz te tačke?

2. Izračunati krivolinijski integral $\int_L \vec{F} \cdot d\vec{r}$, gde je vektorsko polje $\vec{F} = (x^2 - 2xy, y^2 - 2xy)$, a L je deo parabole od tačke $(-1,1)$ do tačke $(1,1)$.

3. Izračunati krivolinijski integral $\int_L \vec{F} \cdot d\vec{r}$, za vektorsko polje definisano sa $\vec{F} = (y^2, e^x)$. Kriva L predstavlja uniju krivih L_1 i L_2 pri čemu $L_1 = \{(x,y)|0 \leq x \leq 1, y = x\}$, $L_2 = \{(x,y)|0 \leq x \leq 1, y = 1\}$,

   a) od tačke $A(0,0)$ do tačke $B(0,1)$,

   a) od tačke $B(0,1)$ do tačke $A(0,0)$.

4. Ako je L centralna jedinična kružnica, orijentisana pozitivno, izračunati rad sile $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j}$ duž te krive.

5. Izračunati $\int_L \vec{F} \cdot d\vec{r}$, ako je $\vec{F} = (y,x)$, a kriva L je rub isečka centralne jedinične kružnice za $t \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, pozitivno orijentisana.

6. Izračunati krivolinijski integral $\int_L \vec{F} \cdot d\vec{r}$, gde je vektorsko polje $\vec{F} = (y,x)$, a L je rub oblasti ograničene pravama $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$ i krivom $y = e^x$.

7. Izračunati krivolinijski integral $\int_L \vec{F} \cdot d\vec{r}$, gde je vektorsko polje $\vec{F} = (x^3, 3zy^2, -x^2y)$, a L je deo prave od tačke $(3,2,1)$ do tačke $(0,0,0)$.

8. Izračunati krivolinijski integral $\int_L \vec{F} \cdot d\vec{r}$, gde je vektorsko polje $\vec{F} = (x,y,z)$, a L je deo spirale date sa $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t$ i $t \in (0, 2\pi)$.

9. Dato je vektorsko polje $\vec{a} = (ycos(x), sinx - e^y)$.

   a) Pokazati da je polje $\vec{a}$ gradijentno (potencijalno).

   b) Odrediti potencijal polja $\vec{a}$, tj. skalarno polje u tako da je $\nabla u = \vec{a}$.

10. Dato je vektorsko polje $\vec{a} = (2z^2, \frac{1}{y}, 4xz)$.

    a) Pokazati da je polje $\vec{a}$ gradijentno (potencijalno).

    b) Odrediti potencijal polja $\vec{a}$, tj. skalarno polje u tako da je $\nabla u = \vec{a}$.

VEŽBE br. 8

1. Dato je vektorsko polje $\vec{a} = (2x + y, x - 2y, z + 1)$.

   a) Pokazati da je polje $\vec{a}$ gradijentno (potencijalno).

   b) Odrediti potencijal polja $\vec{a}$, tj. skalarno polje u tako da je $\nabla u = \vec{a}$.

   c) Izračunati integral $\displaystyle\int_L \vec{a} \cdot d\vec{r}$, gde je L proizvoljna putanja od tačke $A(1, 0, 1)$ do tačke $B(1, 0, -1)$.

   d) Izračunati integral $\displaystyle\int_L \vec{a} \cdot d\vec{r}$, gde je L centralna jedinična kružnica, pozitivno orijentisana.

2. Pokazati da je polje $\vec{a} = (y + z, x + z, x + y)$ gradijentno, a zatim izračunati integral

$$\int_L \vec{a} \cdot d\vec{r},$$

   gde je L proizvoljna putanja od tačke $A(1, 0, -1)$ do tačke $B(0, 0, -1)$.

3. Pomoću Grinove formule izračunati

$$\int_L \vec{a} \cdot d\vec{r},$$

   ako je $\vec{a} = (2(x^2 + y^2), (x + y)^2)$ i L je pozitivno orijentisana kontura trougla čija su temena $A(1, 1)$, $B(2, 2)$ i $C(1, 3)$.

4. Pomoću Grinove formule izračunati

$$\int_L \vec{a} \cdot d\vec{r},$$

   ako je $\vec{a} = (e^x \sin y - y, e^x \cos y - 1)$, a L je gornja polukružnica $x^2 + y^2 = 2x$ od tačke $A(2, 0)$ do tačke $O(0, 0)$.

5. Izračunati površinu elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$, koristeći integral $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_L x\,dy - y\,dx$.

6. Parametrizovati deo cilindra $x^2 + y^2 = 3$ između ravni $z = 0$ i $z = 6$.

7. Parametrizovati površ $z = 2 + \sqrt{x^2 + y^2}$.

8. Površ je data jednačinom $x = 2 + y^2 + z^2$.

   a) Parametrizovati je.

   a) Naći jednačinu tangentne ravni u tački $(3, 1, 0)$.

9. Površ je data jednačinom $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

   a) Parametrizovati je.

   a) Naći jednačinu tangentne ravni u tački $(\sqrt{3}, 1, 0)$.

VEŽBE br. 9

1. Izračunati površinski integral
$$\iint_S 6xy\,dS,$$
ako je S deo ravni $x+y+z=1$ u prvom oktantu.

2. Izračunati površinski integral
$$\iint_S (x+y)\,dS,$$
ako je S deo cilindra $(y-1)^2+z^2=4$ od $x=0$ do $x=7$.

3. Izračunati površinski integral
$$\iint_S \frac{z-1}{\sqrt{1+4(x^2+y^2)}}\,dS,$$
ako je S deo paraboloida $z=x^2+y^2$ za $0\le z\le 3$.

4. Izračunati površinu gornje polulopte jedinične centralne sfere.

5. Izračunati površinu paraboloida $z=4-x^2-y^2$ iznad xy ravni.

6. Izračunati površinski integral
$$\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S},$$
ako je vektorsko polje $\vec{F}=(x,y,z)$. Površ S predstavlja spoljašnju stranu površi $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$.

7. Izračunati fluks polja $\vec{F}=y\vec{j}-z\vec{k}$ kroz pozitivno orijentisanu površ S koju čine deo paraboloida $y=x^2+z^2$ za $0\le y\le 1$, i deo ravni $y=1$, za $x^2+z^2\le 1$.

VEŽBE br. 10

1. Izračunati površinski integral
$$\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S},$$
ako je vektorsko polje $\vec{F} = (y - z, z - x, x - y)$. Površ S predstavlja spoljašnju stranu tela ograničenog konusom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i ravni $z = 1$.

   a) Direktno.

   b) Primenom formule Gaus-Ostrogradskog.

2. Izračunati fluks polja $\vec{F} = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + xz\vec{k}$ kroz pozitivno orijentisanu površ S koju čine deo cilindra $x^2 + y^2 = 16$, i delovi ravni $z = 2$ i $z = 3$.

   a) Direktno.

   b) Primenom formule Gaus-Ostrogradskog.

3. Izračunati fluks polja $\vec{F} = (x - 1)\vec{i} + 2y^2\vec{j} + \vec{k}$ kroz spoljašnju stranu ruba oblasti ograničene paraboloidom $z + x^2 + y^2 = 3$ i delom ravni $z = 0$.

   a) Direktno.

   b) Primenom formule Gaus-Ostrogradskog.

4. Izračunati krivolinijski integral $\displaystyle\int_L \vec{a}\, d\vec{r}$ ako je $\vec{a} = (-2y, 2x, -3yz)$, duž pozitivno orijentisane kružnice koja predstavlja presek cilindra $x^2 + y^2 = 9$ i ravni $z = 4$.

   a) Direktno.

   b) Primenom Stoksove teoreme.

5. Izračunati rad vektorskog polja $\vec{a} = (y, -x, -3(y + z^2))$ duž pozitivno orijentisane kružnice koja predstavlja presek paraboloida $z = x^2 + y^2$ i ravni $z = 16$.

   a) Direktno.

   b) Primenom Stoksove teoreme.

VEŽBE br. 11

1. Pokazati da red $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+3}{4+2k}$ divergira.

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{5k^2-2k}$.

3. Pokazati da red $\sum_{k=0}^{\infty} \cos \frac{k\pi}{2}$ divergira.

4. Pokazati da red $\sum_{k=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{k}\right)^k$ divergira.

5. Ispitati konvergenciju harmonijskog reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$.

6. Ispitati konvergenciju hiper - harmonijskog reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p}$, $p \in \mathbb{R}$.

7. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k^3+2k}}$.

8. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{3^k+1}{2^k-2}$.

9. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k-1}{\sqrt[3]{k^7+k^4}}$.

10. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k-\sqrt{k}}{\sqrt{k^5+4k^2}}$.

11. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{k^5-2k+3}}{k^2}$.

12. Pomoću Dalamberovog kriterijuma konvergencije pokazati da red $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k3^k}{2^k}$ divergira.

13. Pomoću Dalamberovog kriterijuma konvergencije pokazati da red $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+2}{k!}$ konvergira.

14. Pomoću Košijevog kriterijuma konvergencije pokazati da red $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k2^k}{5^k}$ konvergira.

15. Pomoću Košijevog kriterijuma konvergencije ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{k}\right)^{k^2}$.

16. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{k-2}{k+1}\right)^{k(k+1)}$.

VEŽBE br. 12

1. Pokazati da red $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$ konvergira.

2. Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju reda $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-3)^k}{k!}$.

3. Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt[3]{k^2+2k}}$.

4. Odrediti oblast konvergencije reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{(2k)!}$.

5. Odrediti oblast konvergencije reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k}(2x+1)^k$.

6. Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda $\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot x^k$.

7. Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k+2}$.

8. Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{x^k}{k^2-1}$.

9. Naći sumu reda $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+2}{k} x^{k-1}$, za $|x| < 1$.

VEŽBE br. 13

1. Razviti u stepeni red datu funkciju f i odrediti za koje vrednosti x dobijeni razvoj važi, ako je

   a) $f(x) = e^{2x}$;

   b) $f(x) = \sin \dfrac{x}{5}$;

   c) $f(x) = \ln(1 + 5x)$;

   d) $f(x) = \ln \dfrac{1 - x^2}{1 + x^2}$;

   e) $f(x) = \dfrac{x^2}{1 - 3x}$.

2. Koristeći tablicu Laplasovih transformacija, odrediti sledeće Laplasove transformacije:

   a) $L\{t^2 + e^{-2t} + 1\}$;

   b) $L\{2 \sin 3t - t^5 e^{3t}\}$;

   c) $L\left\{e^{5t}\sqrt{t}\right\}$;

   d) $L\left\{e^{-t} \cos 3t - 2e^{4t} \sin 2t\right\}$.

3. Koristeći tablicu Laplasovih transformacija, odrediti sledeće inverzne Laplasove transformacije:

   a) $L^{-1}\left\{\dfrac{1}{s^3} + \dfrac{1}{s-3} + \dfrac{1}{(s-3)^2}\right\}$;

   b) $L^{-1}\left\{\dfrac{s^2 + 3s + 3}{(s+1)(s^2+1)}\right\}$;

   c) $L^{-1}\left\{\dfrac{3s+2}{(s+1)^7}\right\}$;

   d) $L^{-1}\left\{\dfrac{4s}{(s^2+4)^2}\right\}$.

4. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti diferencijalnu jednačinu

$$y''(t) + y(t) = e^{-t},$$

   uz početne uslove $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

5. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti diferencijalnu jednačinu

$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 2e^{3t} - 2t + 3,$$

   uz početne uslove $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

6. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti sistem diferencijalnih jednačina

$$\begin{aligned} x'(t) - y(t) &= 1 \\ y'(t) - 3x(t) - 2y(t) &= 0, \end{aligned}$$

uz početne uslove $x(0) = 0$ i $y(0) = 0$.

VEŽBE br. 14

1. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti sistem diferencijalnih jednačina

$$\begin{gathered} x''(t) + x'(t) + y''(t) - y(t) = e^t \\ x'(t) + 2x(t) - y'(t) + y(t) = e^{-t}, \end{gathered}$$

   uz početne uslove $x(0) = y(0) = y'(0) = 0$ i $x'(0) = 1$.

2. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti integralnu jednačinu

$$y(t) = 2 + e^{-t} + \int_0^t (t-u)y(u)\,du.$$

3. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti integro-diferencijalnu jednačinu

$$y''(t) - y(t) = 5t - \int_0^t \sin(t-u)y(u)\,du,$$

   uz početne uslove $y(0) = y'(0) = 0$.

VEŽBA ZA TREĆI KOLOKVIJUM

1. Ispitati konvergenciju reda $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3 - 3k}{k^2}$.

2. Ispitati konvergenciju reda $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k4^{k+1}}$.

3. Odrediti oblast konvergencije reda $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4^k}{k}(x+1)^k$.

4. Naći sumu reda $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 + 2k}{k+1} x^k$, za $|x| < 1$.

5. Razviti u stepeni red funkciju $f(x) = \ln \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ i odrediti za koje vrednosti x dobijeni razvoj važi.

6. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti integro-diferencijalnu jednačinu
$$y'(t) + y(t) + \int_0^t y(u)\,du = e^{-t},$$
uz početni uslov $y(0) = 0$.

7. Primenom Laplasovih transformacija, rešiti diferencijalnu jednačinu
$$y'''(t) - y'(t) = 3(2 - t^2),$$
uz početne uslove $y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$.