$\boxed{\text{A}}$ **Prezime, ime, br. indeksa:** ____ **04.12.2016.**

Studijski program E1 E2 PR SW IT EM (zaokruži) KOLOKVIJUM 1

Studenti koji kod pitanja do zvezdica naprave više od pet grešaka nisu položili ispit! U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora. Na kraju testa su tri zadatka koji se rade u datoj svesci. Obavezno se predaje ovaj test i sveska. ____________

- Pri deljenju polinoma x^5-1 sa $x-1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________________, a ostatak je _____.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  1) $(a')'=a'\cdot 1'+a$ **2)** $a\cdot a'=0'$ **3)** $a\cdot 0=1'$ **4)** $1+a'=a'$ **5)** $(a')'\cdot(b')'=(a'+b')'$

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=5\sqrt{3}-5i$:
  $Re(z)=$, $Im(z)=$, $|z|=$, $\arg(z)=$, $\overline{z}=$.

- U skupu $A=\Big\{\emptyset,\{1\},\{2\},\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,2,4\}\Big\}$ je data relacija $\subseteq$. Nacrtati Haseov dijagram i odrediti:
  najmanji element: , minimalne elemente:
  najveći element: , maksimalne elemente:

- $\arg(7)=$, $\arg(3i)=$, $\arg(-5)=$, $\arg(-10i)=$, $\arg(2+2i)=$, $\arg(-4\sqrt{3}-4i)=$,

- Zaokružiti brojeve ispred injektivnih funkcija:
  1) $f:[1,\infty)\rightarrow[1,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **2)** $f:\mathbb{R}^+\rightarrow\mathbb{R},\ \ f(x)=\ln x$ **3)** $f:(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6})\rightarrow(-1,1),\ \ f(x)=\sin x$
  4) $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R},\ \ f(x)=x^3+x^2$ **5)** $f:(-\infty,1)\rightarrow(\frac{1}{e},\infty),\ \ f(x)=e^{-x}$ **6)** $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R},\ \ f(x)=x^3$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativni grupoidi.
  1) $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

- Koreni (nule) polinoma x^3+i su: **1)** $e^{-i\frac{\pi}{6}}$, **2)** $e^{i\frac{\pi}{6}}$, **3)** $e^{-i\frac{\pi}{2}}$, **4)** $e^{i\frac{\pi}{2}}$, **5)** $e^{-i\frac{5\pi}{6}}$, **6)** i

- Izračunati NZD za polinome $P(x)=x^3+i$ i $Q(x)=x^2+1$. NZD$\Big($(P(x),Q(x)$\Big)$=

- Zaokružiti brojeve ispred algebarskih struktura koja su polja. **1)** $\Big(\{f_k|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$ **2)** $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}},+,\cdot)$
  3) $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **7)** $\Big(\{f|f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\underset{\text{na}}{\rightarrow}}\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$ **8)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$

- Napisati tablicu grupoida $(\{2^n|n\in\mathbb{N}\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 5. Odrediti inverzne elemente i izračunati:

  $\cdot$

  $1^{-1}=$, $2^{-1}=$, $3^{-1}=$, $4^{-1}=$ $(2\cdot 4)^{-1}=$, $7^{-1}\cdot 3^{-1}=$

  Da li je $(\{2^n|n\in\mathbb{N}\},\cdot)$ Abelova grupa? DA NE. Zaokruži tačan odgovor.

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $(\{-1,i,1,-i\},\cdot)$
  4) $(\{z|z^6=1,z\in\mathbb{C}\},\cdot)$ **5)** $((0,1),\cdot)$ **6)** $((-\infty,0),\cdot)$ **7)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$ **8)** $(\{e^{i\theta}|\theta\in\mathbb{R}\},\cdot)$

- Napisati dva primera beskonačnog domena integriteta koji nisu polja.

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^3+t^2+1 svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je P nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$ tada $dg(P)\in\{$ $\}$:

- Ako je P nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$ tada $dg(P)\in\{$ $\}$:

- $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(3-2i)=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-3+2i\,|\,f(x)$ **b)** $x-3-2i\,|\,f(x)$ **c)** $x-e^{2i}\,|\,f(x)$
  d) $x^2-6x+13\,|\,f(x)$; **e)** $x^2+6x+13\,|\,f(x)$; **f)** $x^2-2x+1\,|\,f(x)$; **g)** $x-\sqrt{13}\,e^{i\,\mathrm{arctg}\,\frac{2}{3}}\,|\,f(x)$

- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) $0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \infty$
- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) $0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \infty$
- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \ln(x+1)$ i $g(x) = e^x - 1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(F, +, \cdot)$:
1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(F,+)$ je grupa **3)** $(F,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$
5) $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$ **9)** $a + (-a) = 0$
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna
2) injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = \overline{z}\frac{i+1}{\sqrt{2}}$ je ______________________________
$g(z) = ze^{i\pi}$ je ______________________________
$h(z) = I_m(z)$ je ______________________________
$s(z) = z \cdot \frac{i-1}{\sqrt{2}}$ je ______________________________
$A = \{z \mid |z^3| = i\}$ je ______________________________
$B = \{z \mid |z^3| = |i|\}$ je ______________________________
$C = \{z \mid z = \overline{z}\}$ je ______________________________
$D = \{\arg z - \arg(-z) \mid z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}\}$ je ______________________________
$E = \{z \mid iI_m(z) = R_e(z)\}$ je ______________________________
- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \qquad \}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{ \qquad \}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ \qquad \}$.
- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$ i $B = \{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f \mid f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f \mid f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f \mid f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f \mid f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f \mid f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f \mid f : A \to A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f \mid f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f \mid f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.
- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
2) $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$
7) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$
- Ako je $P(x) = ax^3 + bx^2 + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 3$, **2)** $dg(P) \in \{1,2,3\}$, **3)** $dg(P) \in \{0,1,2,3\}$, **4)** $dg(P) \in \{0,3,2\}$