A **Prezime, ime, br. indeksa:** ______________________________ **03.12.2017.**

Studijski program E1 E2 PR SW IT IŽ (zaokruži) KOLOKVIJUM 1

Studenti koji kod pitanja do zvezdica naprave više od pet grešaka nisu položili ispit! U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora. Na kraju testa su tri zadatka koji se rade u datoj svesci. Obavezno se predaje ovaj test i sveska. ______________________________

- Pri deljenju polinoma x^4+1 sa $x-1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________________, a ostatak je _____.
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  1) $(1')'=a'\cdot 0'+a$ **2)** $a+a'=1'$ **3)** $a\cdot 1'=1'$ **4)** $1+a'=0'$ **5)** $(a')'\cdot(b')'=(a'\cdot b')'$
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=-3-3i\sqrt{3}$:
  $Re(z)=$, $Im(z)=$, $|z|=$, $\arg(z)=$, $\overline{z}=$.
- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\{1,2,3\}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
  (relacija „deli") : R S A T F $\rho=\{(1,1),(3,2),(2,1)\}$: R S A T F $\rho=\{(1,3),(1,2),(2,1)\}$: R S A T F
  $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$: R S A T F $\rho=\{(1,1),(2,2),(1,2),(2,1)\}$: R S A T F $\rho=\{(1,1),(2,2)\}$: R S A T F
- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{x^2}$ i $g(x)=\ln(x+1)$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(f\circ g)^{-1}(x)=$ **5)** $(g^{-1}\circ f^{-1})(x)=$
- $\arg(0)=$, $\arg(-i\sqrt{3})=$, $\arg(-\sqrt{3})=$, $\arg(i\sqrt{3})=$, $\arg(\sqrt{3})=$, $\arg(-1+\frac{1}{\sqrt{3}})=$,
- Injektivne funkcije su:
  1) $f:[-1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+2x$ **2)** $f:(0,1)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln x$ **3)** $f:(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6})\to(-1,1),\ f(x)=\cos x$
  4) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^7-x^5$ **5)** $f:(-\infty,1)\to(\frac{1}{e},\infty),\ f(x)=e^{-x^2}$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3-9$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupoidi, a nisu grupe.
  1) $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

* *

- $\arg z+\arg(z^{-1})\in\{$ $\}$ $\arg z-\arg(-z)\in\{$ $\}$
- Bijektivne funkcije su: **1)** $f:(0,1)\to\mathbb{R}^-,\ f(x)=\ln x$ **2)** $f:[-1,\infty)\to[-1,\infty),\ f(x)=x^2+2x$ **3)** $f:\mathbb{R}\to[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}), f(x)=\text{arctg}\, x$ **4)** $f:[-1,2)\to[1,4),\ f(x)=x^2$ **5)** $f:(\frac{-\pi}{6},\frac{\pi}{3})\to(\frac{-1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}),\ f(x)=\sin x$
- $z^4=-7+24i \Leftrightarrow z\in\{2+i,$ $\}$
- Ako je p polinom stepena 5 nad proizvoljnim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju F, tada je p nad tim poljem F: **1)** nesvodljiv **2)** svodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog
- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\mathbb{Z}_7\setminus\{1,3,5\},\cdot)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{Z}_7\setminus\{1,3,5\},+)$ **4)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **7)** $(\mathbb{Z},\cdot)$
- Bar jedan najveći zajednički delitelj za polinome $3(t-2)^7(t+1)^3(t-1)^5(t+13)^3$ i $4(t-3)^2(t-15)(t-2)^3(t+1)^5$ je:
- Zaokružiti brojeve ispred algebarskih struktura koja su prsteni a nisu polja. **1)** $\left(\{f_k|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\right)$
  2) $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **7)** $\left(\{f|f:\mathbb{R}\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}\mathbb{R}\},+,\circ\right)$ **8)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$
- Neka je $\mathcal{G}=(\{5^n|n\in\mathbb{N}\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 3.
  1) $\mathcal{G}$ je grupoid. **2)** U $\mathcal{G}$ postoji neutralni elemenat. **3)** $\mathcal{G}$ je grupa.
- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $(\{-1,i,1,-i\},\cdot)$
  4) $(\{z|z^6=1,z\in\mathbb{C}\},\cdot)$ **5)** $((0,1),\cdot)$ **6)** $((-\infty,0),\cdot)$ **7)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$ **8)** $(\{e^{i\theta}|\theta\in\mathbb{R}\},\cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^3+2t^2+1 svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Ako je P svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$ tada $dg(P)\in\{$ $\}$:
- Ako je P svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$ tada $dg(P)\in\{$ $\}$:

- $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(2e^{i\frac{\pi}{3}}) = 0$. Zaokruži tačno: **1)** $x - 1 - i\sqrt{3} \,|\, f(x)$ **2)** $x + 1 - i\sqrt{3} \,|\, f(x)$ **3)** $x - 1 + i\sqrt{3} \,|\, f(x)$ **4)** $x^2 - 2x + 4 \,|\, f(x)$; **5)** $x^2 + 2x + 4 \,|\, f(x)$; **f)** $x^2 - 2x - 4 \,|\, f(x)$; **6)** $x - 2e^{i\frac{\pi}{3}} \,|\, f(x)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
1) $z\overline{z} = |z|^2$ **2)** $\frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2}$ **3)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$
4) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **5)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ **6)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
7) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **8)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **9)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^2\overline{z}$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako $f : A \to B$ nije sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Ako $f : A \to B$ nije injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F, +, \cdot)$:
1) $a + bc = (a + b)(a + c)$ **2)** $(F \setminus \{0\}, +)$ je grupa **3)** $(F, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$ **9)** $(F \setminus \{0\}, \cdot)$ je grupa

- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}) \longrightarrow (-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = \overline{z}\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ je ____________________
$g(z) = ze^{i\frac{\pi}{2}}$ je ____________________
$h(z) = iI_m(z)$ je ____________________
$s(z) = |z| \cdot e^{i \arg z} \wedge s(0) = 0$ je ____________________
$A = \{z \,|\, |z^3| = i^{16}\}$ je ____________________
$B = \{z \,|\, z^3 = i^{16}\}$ je ____________________
$C = \{z \,|\, z = -\overline{z}\}$ je ____________________
$D = \{e^{i(\arg z - \arg(-z))} \,|\, z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}\}$ je ____________________
$E = \{z \,|\, iI_m(z) = iR_e(z)\}$ je ____________________

- Neka je $\{1, 2, 3\}$ skup korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{\quad\quad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{\quad\quad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{\quad\quad\}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to A \;\wedge\; f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f\underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 3, 2, 1\}$