- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\xrightarrow{1-1}} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\text{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$
2) $\text{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\text{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\text{rang} : \mathcal{M} \overset{1-1}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **5)** $\text{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
1) $|\det(A)| = \lambda |\det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\text{rang}(A) = \text{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \det A' = 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 3 i svaki skalar λ:
1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **4)** $A - B = B - A$ **5)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
6) $\det(AB) = \det(B)det(A)$ **7)** $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ **8)** $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists\lambda \in \mathbb{R})$ $\big(\vec{a} = \lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a} = \vec{b}\big)$ **10)** $(\exists\alpha, \beta \in \mathbb{R})\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Neka je skup $\mathcal{A} = \Big\{(i, j) | i \in \{1, 2, \ldots, m\} \wedge j \in \{1, 2, \ldots, n\}\Big\}$. Tada za matricu M_{mn} nad poljem $\mathbb{R}$ važi:
1) $M_{mn} : \mathcal{A} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $M_{mn} : \mathcal{A} \underset{na}{\xrightarrow{1-1}} \mathbb{R}$ **5)** M_{mn} je linearna

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su komplanarni ako i samo ako:
1) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **3)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists\alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $(\exists\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R})\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \neq 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Neka su matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$ i $B = [b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda \in \mathbb{R}$ takav da je:
1) $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow |\det(A)| = \lambda |\det(B)|$ **2)** $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow \det(A) = \lambda \det(B)$
3) $|\det(A)| = \lambda |\det(B)| \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$ **4)** $\det(A) = \lambda \det(B) \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$

- Ako je A kvadratna matrica reda 3, tada je: **1)** $\text{rang}A = 3 \Leftarrow \det A \neq 0$ **2)** $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang}A = 0$
3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang}A \leq 2$ **4)** $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang}A = 3$ **5)** $\text{rang}A = 3 \Rightarrow \det A \neq 0$ **6)** $\text{rang}A = 3 \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ: **1)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
2) $A(BC) = (AB)C$ **3)** $(B + C)A = BA + CA$ **4)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **5)** $A - B = B - A$
6) $\det(AB) = \det(B) \det(A)$ **7)** $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ **8)** $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **2)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ **3)** $n^\top a = a^\top n$ **4)** $na = an$ **5)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$ **6)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$
(Napomena: $(\forall\lambda \in \mathbb{R})$ $[\lambda] \cdot A \overset{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda A$, za svaku matricu A).

- Ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama, tada je: **1)** $\det(A) = \det(B)$
2) $\det(A) \neq 0\ \wedge\ \det(B) \neq 0$ **3)** $\text{rang}(A) = \text{rang}(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar α **6)** $\exists A^{-1}\ \Leftrightarrow\ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
  1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$

- Ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama, tada je: **1)** $\exists A^{-1} \Leftrightarrow \exists B^{-1}$
  2) $\det(A) = \det(B)$ **3)** $\det(A) \neq 0 \wedge \det(B) \neq 0$ **4)** $\mathrm{rang}(A) = \mathrm{rang}(B)$ **5)** $A \cdot B = I$ **6)** $A = \alpha B$ za neki skalar α

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
  1) $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ **4)** $\det(A^3B) = (\det(A))^3 \cdot \det(B)$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **1)** $Rang(A) = 0 \Rightarrow det(A) = 0$
  2) $det(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(A) \leq n-1$ **3)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) \neq 0$ **4)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) = 0.$

- Za proizvoljne komutativne regularne matrice A, B, C reda n važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda n): **1)** $A + \mathbb{O} = \mathbb{O}$
  2) $A \cdot \mathbb{O} = \mathbb{O}$ **3)** $A + (B + C) = (A + B) + C$ **4)** $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ **5)** $A + \mathbb{O} = A$ **6)** $\mathrm{rang}(AB) = \mathrm{rang}(A)\mathrm{rang}(B)$
  7) $\mathrm{rang}(A + B) = \mathrm{rang}(A) + \mathrm{rang}(B)$ **8)** $AB = \mathbb{O} \Rightarrow (A = \mathbb{O} \vee B = \mathbb{O})$ **9)** $AA^{-1} = A^{-1}A$ **10)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2}), \ldots, \mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolne matrice
  $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada:
  1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}A < n$ **2)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}A \leq n$ **3)** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A = 0$
  4) $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}A \geq 1$ **5)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **6)** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \mathrm{rang}A < n$

- Odrediti rang r matrice A u sledeća 4 slučaja.
  $$A = \begin{bmatrix} p & r & r & q \\ r & p & q & r \\ r & q & p & r \\ q & r & r & p \end{bmatrix}$$
  a) $(p, q, r) = (0, 0, 0)$; **b)** $(p, q, r) = (1, 1, -1)$;
  c) $(p, q, r) = (1, -1, 0)$; **d)** $(p, q, r) = (1, -3, 1)$;
  a) r= **b)** r= **c)** r= **d)** r=

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathrm{rang}A = 0$
  2) $\det A = 0 \Rightarrow \mathrm{rang}A = n$, **3)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}A \leq n-1$, **4)** $\mathrm{rang}A = n \Rightarrow \det A \neq 0.$

- Neka je $A \sim B \Leftrightarrow$ kvadratne matrice A i B reda n su ekvivalentne. Zaokruži tačno.
  1) $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0\Big)$ **2)** $A \sim B \Leftrightarrow |\det A| = |\det B|$
  3) $A \sim B \Rightarrow det(A) = \det B$ **4)** $\det A = \det B \neq 0 \Rightarrow A \sim B$ **5)** $(\det A \neq 0 \wedge \det B \neq 0) \Rightarrow A \sim B$ **6)** Ako je $\lambda \neq 0$, tada važi da $\det A = \lambda \det B \Rightarrow A \sim B$ **7)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det B \neq 0\Big)$

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice A, B, C reda n važi:
  1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $\det \lambda A = \lambda \det A$ **3)** $AB = BA$ **4)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
  5) $\det(AB) = \det A + \det B$ **6)** $\det(A + B) = \det A + \det B$ **7)** $\det(AB) = \det A \det B$

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
  1) $A \sim B \Rightarrow \Big(\mathrm{rang}A = 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}B = 0\Big)$ **2)** $A \sim B \Rightarrow \det(A) = \det(B)$ **3)** $A \sim B \Rightarrow |\det(A)| = |\det(B)|$
  4) $A \sim B \Leftrightarrow |\det(A)| = |\det(B)|$ **5)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(\mathrm{rang}A = 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}B = 0\Big)$ **6)** $\det(A) = \det(B) \Rightarrow A \sim B$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je vektor $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je vektor $\vec{m} = \cos\alpha\,\vec{i} + \cos\beta\,\vec{j} + \cos\gamma\,\vec{k}$ dati slobodni vektor i α, β, γ uglovi je $\vec{m}$ obrazuje redom sa $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam **6)** $|\vec{m}| = 1$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam