

Mašinstvo, MATEMATIKA 1, Priprema za III kolokvijum

1. Izračunati (bez korišćenja Lopitalovog pravila u zadacima pod a), b), c), d) i e)) sledeće granične vrednosti:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8x^3 + x + 1} - 2x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 1} \right)^{\frac{5x^2 + 1}{7x}}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^{8x}$

(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x})$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x + \sin(x^2 - 1)}{2x - 2}$

2. Odrediti y'_x :

a) $y = \ln \sqrt{2 + x^3} + \operatorname{arctg} \frac{1 - x}{x + 1}$

b) $x(t) = t^2 + \cos(\ln t) - 2$, $y(t) = e^{2t} + \operatorname{tg}(2t) + 1$, $y'(1) = ?$ i $y''_x = ?$

c) $y = (\sin x)^{x^2}$

d) $y(t) = 2 \sin 2t + t^2 - 1$, $x(t) = 4 \cos(\ln t) + 1$, $y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = ?$

e) $\sqrt{x^2 + y^3} + e^{-\frac{y}{x}} = 1$

f) $y = (\arcsin x)^{\ln x}$

3. Koristeći Tejlorov polinom trećeg stepena, približno izračunati vrednost:

(a) $\ln(1.2)$,

(b) $\sqrt[3]{9.1}$.

4. Napisati Maklorenov polinom četvrtog stepena za funkciju $f(x) = \sqrt[3]{x + 1}$ i koristeći dobijenu aproksimaciju približno izračunati vrednost $\sqrt[3]{1.1}$.

5. (30 bodova) Ispitati funkciju $y = f(x)$ i skicirati njen grafik ako je:

(a) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5}$,

(b) $f(x) = (x + 6)e^{\frac{1}{x}}$,

(c) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x + 1}{x}$.