Prezime, ime, br. indeksa:

Studijski program E1 E2 PR SW IT IN (zaokruži) **KOLOKVIJUM 1**

U zadacima dato je više odgovora, a treba zaokružiti brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora. Na kraju testa su tri zadatka koji se rade u datoj svesci. Obavezno se predaje ovaj test i sveska.

- Pri deljenju polinoma $x^4 - x^2 - 6$ sa $x^2 + 2$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $x^2 - 3$, a ostatak je 0.

4,2,0
- Asocijativni grupoid koji nije grupa je: 1) $(\{0,1\},\cdot)$ 2) $(\{1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\},\cdot)$ 3) $(\mathbb{C},\cdot)$ 4) $((0,1),\cdot)$ 5) $(\{-1,1\},\cdot)$ 6) $((-1,1),\cdot)$ 7) $((0,\infty),\cdot)$ 8) $((0,\infty),+)$ 9) $\left(\left\{\left(\begin{smallmatrix}8&9\\8&9\end{smallmatrix}\right),\left(\begin{smallmatrix}8&9\\9&8\end{smallmatrix}\right)\right\},\circ\right)$

5..0
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$ za sve $a,b,c \in B$: 1) $ab + c = (c+a)(c+b)$ 2) $(ab)' = a'b'$ 3) $(a'a)' = a' + 0'$ 4) $(ab)' = a' + b'$ 5) $(aa)' = a'a'$ 6) $1 + 1 = 2$ 7) $1 + a = 1'$ 8) $1 + a' = 1' \cdot a'$

5,2,1
10
- Neka su funkcije $f:(0,1)\to(0,1)$ i $g:(0,1)\to(0,1)$ definisane sa $f(x) = x^5$ i $g(x) = \sqrt{1-x^2}$. 1) $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{x}$ 2) $g^{-1}(x) = \sqrt{1-x^2}$ 3) $(f\circ g)(x) = (\sqrt{1-x^2})^5$ 4) $(f\circ g)^{-1}(x) = \sqrt{1-\sqrt[5]{x^2}}$ 5) $(g^{-1}\circ f^{-1})(x) = \sqrt{1-\sqrt[5]{x^2}}$

5
5x1
- $\arg(e^{i\pi}) = \pi$, $\arg(e^{-i\pi}) = \pi$, $\arg(-\pi) = \pi$, $\arg(\pi) = 0$, $z \neq 0 \Rightarrow \arg(|z|) = 0$, $\arg(5e^{2i}) = 2$, $\arg(5e^{4i}) = 4-2\pi$
$\Big(\varphi \in (-\pi,\pi] \wedge \rho > 0\Big) \Rightarrow \arg(\rho e^{i\varphi}) = \varphi$, $\Big(\varphi \in (-\pi,\pi) \wedge \rho > 0\Big) \Rightarrow \arg(\rho e^{-i\varphi}) = -\varphi$, $\arg(-7e^{i\frac{\pi}{6}}) = -\frac{5\pi}{6}$

10
10x1
- 1) $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \le 0$ 2) $\arg z > 0 \Leftarrow I_m(z) > 0$ 3) $\arg z > 0 \Rightarrow I_m(z) > 0$ 4) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ 5) $\arg z > 0 \Leftrightarrow I_m(z) > 0$ 6) $\arg z \ge 0 \Leftrightarrow I_m(z) \ge 0$

5,3,0
1
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom: 1) $(\{2k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ 2) $(\mathcal{P}(\mathbb{N}),\cap)$ 3) $(\{3k|k\in\mathbb{Z}\},+)$ 4) $(\mathbb{Z},\cdot)$ 5) $(\{f|f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}\},\circ)$

5..2,0
1
- U skupu $\mathbb{N}$ date su relacije: $\rho_1 = \le$, $\rho_2 = \{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}\cup\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x,y)|x\in\mathbb{N}, y\in\{1,2,\ldots,x\}\}$, $\rho_4 = \{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_5 = \{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},\ x\cdot y \text{ je neparan broj}\}$, $\rho_6 = \{(1,1),(2,2)\}$, $\rho_7 = \emptyset$, $\rho_8 = \mathbb{N}^2$
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija. ρ_1: R S A T F ρ_2: R S A T F ρ_3: R S A T F ρ_4: R S A T F ρ_5: R S A T F ρ_6: R S A T F ρ_7: R S A T F ρ_8: R S A T F

16 ~~15~~ 14
1 0
ne
nebod

5..0
- $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(i) = 0$. Zaokruži tačno: a) $x - i \mid f(x)$ b) $x + i \mid f(x)$ c) $x - e^i \mid f(x)$ d) $x^2 - 1 \mid f(x)$; e) $x - e^{i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$; f) $x^2 + 1 \mid f(x)$; g) $x + \sqrt{1}\, e^{2i\,\mathrm{arctg}\,1} \mid f(x)$

5,3,0
- Sirjektivne funkcije su: 1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^3}$ 2) $f:[3,\infty)\to[5,\infty)$, $f(x) = \log_3 x^5$ 3) $f:[3,\infty)\to[4,\infty)$, $f(x) = \log_3 x^5$ 4) $f:\mathbb{R}\to(-\pi,\pi)$, $f(x) = \mathrm{arctg}\,x$ 5) $f:[-1,1]\to[0,\pi]$, $f(x) = \arccos x$

3
- Ako je $z\in\mathbb{C}$ tada je (Upiši nedostajući element u petočlanom skupu): $z^5 = i \Leftrightarrow z \in \left\{e^{i\frac{9\pi}{10}}, e^{-i\frac{7\pi}{10}}, e^{-i\frac{3\pi}{10}}, e^{i\frac{\pi}{10}}, i\right\}$

5..0
- Zaokružiti brojeve ispred algebarskih struktura koje su komutativni prsteni: 1) $\left(\{f_k|f_k(x) = k^3x, k\in\mathbb{R}\},+,\circ\right)$ 2) $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}},+,\cdot)$ 3) $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ 5) $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ 6) $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ 7) $\left(\{f|f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\underset{na}{\to}}\mathbb{R}\},+,\circ\right)$

5..0
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^3 + t^2 - 2$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

4,2,0
1
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(F,+,\cdot)$: 1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ 2) $(F\setminus\{0\},+)$ je grupa 3) $(F,\cdot)$ je grupa 4) operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ 5) $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ 6) $a\neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ 7) $a\cdot 0 = 0$ 8) $(F\setminus\{0\},\cdot)$ je grupoid

3
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3})\to(-1,1)$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

3..0
- Geometrijska interpretacija skupova A_w, B_w i C_w: $w\in\mathbb{R}^+ \Rightarrow A_w = \left\{z\middle||z^3| = w^3\right\}$ je KRUŽNICA $K(0,w)$; $w\in(\mathbb{C}\setminus R^+)\setminus\{0\} \Rightarrow B_w = \left\{z\middle||z^3| = w^3\right\}$ je $\emptyset$, $\arg w \neq \frac{2k\pi}{3}$; kružnica inače; $w = 0 \Rightarrow C_w = \left\{z\middle||z^3| = w^3\right\}$ je $\{0\}$

6..0
- Neka je $\{2,-1\}$ skup **svih** korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada je $a\in\{0,-3\}$ $b\in\{-3,0\}$ $c\in\{-2,4\}$

3
- Ako je $A = \left\{dg(P)\ \middle|\ P(x) = ax^5 + bx^2 + cx + d,\ a,b,c,d\in\mathbb{R},\ d\neq 0 \text{ i } dg(P) \text{ je stepen polinoma } P\right\}$, tada je: 1) $A = \{5\}$ 2) $A = \{5,2\}$ 3) $A = \{0,5,2\}$ 4) $A = \{1,2,5\}$ 5) $A = \{0,1,2,5\}$

3..0
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x) = 2^{x^2+1}$. Tada $A = \mathbb{R}$, $B = [2,\infty)$. Funkcija $f:A\to B$ je: 1) sirjektivna i neinjektivna 2) injektivna i nesirjektivna 3) ni injektivna ni sirjektivna 4) bijektivna

A ALGEBRA

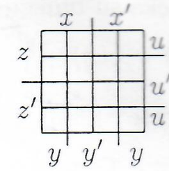
06.12.2020.

1. Neka je $A = \{a, b, c\}$, neka su $\sigma_1 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ i $\sigma_3 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$, funkcije iz skupa A u skup A, i neka je $S = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$. Nacrtati Kejlijevu tablicu i ispitati sve aksiome komutativne grupe za uređeni par $(S, \circ)$, gde je $\circ$ kompozicija funkcija.

2. Faktorisati polinom $p(x) = -32x^5 + 16x^4 - 8x^3 + 4x^2 - 2x + 1$ nad poljima $\mathbb{C}$ i $\mathbb{R}$.

3. Naći sve proste implikante i minimalne DNF Bulove funkcije f date tabelom:

x	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
z	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
u	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
f	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1



Napomena: tablicu nacrtati kao na slici desno.

A1

35

$\circ$	σ_1	σ_2	σ_3
σ_1	σ_2	σ_3	σ_1
σ_2	σ_3	σ_1	σ_2
σ_3	σ_1	σ_2	σ_3

15

- zatvorenost – vidi se iz tablice 4
- asocijativnost – kompozicija f-ja je uvek asocijativna 4
- neutralni: σ_3 jer su mu vrsta i kolona jednaki graničnim 4
- inv: vidi se... $\sigma_3^{-1} = \sigma_3$, $\sigma_1^{-1} = \sigma_2$, $\sigma_2^{-1} = \sigma_1$ 4
- komut: DA jer je tablica simetrična u.o.n. glavnu dijagonalu 4

A2

35

Geometrijska progresija: $b_1 = 1$, $q = -2x$ 5

$$p(x) = \frac{(-2x)^6 - 1}{-2x - 1} = \frac{1 - 2^6x^6}{2x+1} = 0 \iff \left(1 - 2^6x^6 = 0 \land x \neq -\frac{1}{2}\right)$$

$$\iff x = \sqrt[6]{\frac{1}{2^6}e^{0\cdot i}} = \left\{\frac{1}{2}e^{\frac{2k\pi}{6}i} \,\middle|\, k \in \{-2,-1,0,1,2,3\}\right\} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$ 15

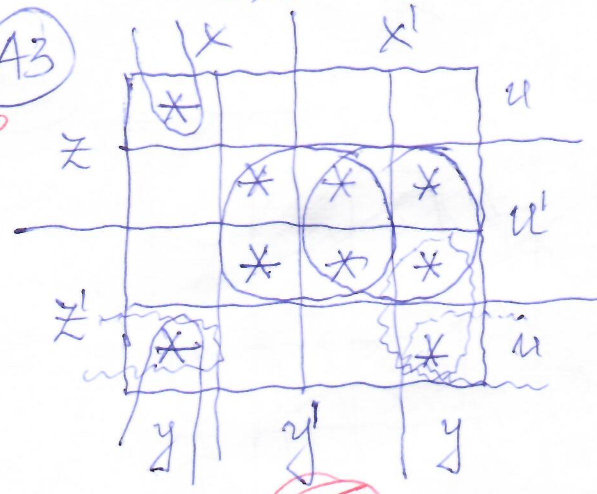
$$= \left\{\frac{1}{2}e^{-\frac{2\pi}{3}i}, \frac{1}{2}e^{-\frac{\pi}{3}i}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}i}, \frac{1}{2}e^{\frac{2\pi}{3}i}, \cancel{-\frac{1}{2}}\right\}$$

$$p(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}e^{\frac{2\pi}{3}i}\right)\left(x - \frac{1}{2}e^{-\frac{2\pi}{3}i}\right)\left(x - \frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}i}\right)\left(x - \frac{1}{2}e^{-\frac{\pi}{3}i}\right)$$ nad $\mathbb{C}$ 5

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$$ nad $\mathbb{R}$ 10

A3

30



5

pi: $y'u'$, $x'u'$, xyu, $yz'u$, $x'yz'$

$5 \times 3 = 15$

$MDNF_1 = y'u' + x'u' + xyu + yz'u$ 5

$MDNF_2 = y'u' + x'u' + xyu + x'yz'$ 5