Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ 07.02.2021.

Studijski program E1 E2 PR SW IT IN (zaokruži) KOLOKVIJUM 1

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Pri delenju polinoma x^4+4x^2-5 sa x^2-1 nad $\mathbb{R}$, količnik je x^2+5, a ostatak je 0.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  1) $a'(a')'=a'a$ 2) $a'\cdot a'=0$ 3) $a\cdot 0'=(a')'$ 4) $1+a=0'$ 5) $(a\cdot b)'=(a'+b')'$

- Ako je $z\in\mathbb{C}$, upiši nedostajući element u četvoročlanom skupu $z^4=\frac{1+i}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow z\in\left\{e^{i\frac{\pi}{16}}, e^{i\frac{9\pi}{16}}, e^{-i\frac{15\pi}{16}}, e^{-i\frac{7\pi}{16}}\right\}$

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=-5-i$:
  $Re(z)=-5$, $Im(z)=-1$, $|z|=\sqrt{26}$, $\arg(z)=\operatorname{arctg}\frac{1}{5}-\pi$, $\overline{z}=-5+i$.

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu celih brojeva $\mathbb{Z}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost, F- funkcija.
  $\leq$: R S A T F $<$: R S A T F $\equiv_5$ definisana sa $x\equiv_5 y \Leftrightarrow 5|(x-y)$: R S A T F

- $\arg(e^{i\frac{3\pi}{2}})=-\frac{\pi}{2}$, $\arg(e^{-3i\pi})=\pi$, $\arg(\frac{\pi}{2})=0$, $z\neq 0\Rightarrow \arg(|z^9|)=0$, $\arg(7e^{4i})=4-2\pi$, $\arg(-3e^{i\frac{\pi}{7}})=-\frac{6\pi}{7}$

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija: 1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+3$ 2) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4$
  3) $f:(-\infty,3]\to(-1,\infty)$, $f(x)=x^2$ 4) $f:\mathbb{R}\to(0,\infty)$, $f(x)=e^{x^3}$ 5) $f:\mathbb{R}\to(0,\infty)$, $f(x)=e^{x^2}$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupe.
  1) $(\mathbb{N},+)$ 2) $(\mathbb{N},\cdot)$ 3) $(\mathbb{R},+)$ 4) $(\mathbb{R},\cdot)$ 5) $(\{-1,1\},\cdot)$ 6) $((0,\infty),\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  1) $z\overline{z}=|z|^2$ 2) $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ 3) $Im(z)=\frac{1}{2}(z+|z|)$ 4) $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$ 5) $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$
  6) $\overline{z}\in\mathbb{R} \Rightarrow z=\overline{z}$ 7) $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2$ 8) $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ 9) $z\neq 0\Rightarrow z^{-1}=|z|^{-2}\overline{z}$ 10) $|z|=1\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$

- Ako su P i Q polinomi, $P+Q\neq 0$ i $dg(P)=2$ i $dg(Q)=2$, tada je $dg(PQ)\in\{4\}$ i $dg(P+Q)\in\{2,1,0\}$

- Ako je $z_1\neq w$, $z_2\neq w$, $z_1\neq 0$ i $z_2\neq 0$, tada važi:
  1) $\arg z_1=\arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|}=\frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k\in\mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1}=k\overrightarrow{Oz_2}$ 2) $\arg(z_1-w)=\arg(z_2-w) \Leftrightarrow \frac{z_1-w}{|z_1-w|}=\frac{z_2-w}{|z_2-w|}$
  3) $(\exists k\in\mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1}=k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1-w}{|z_1-w|}=\frac{z_2-w}{|z_2-w|}$ 4) $(\exists k\in\mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1}=k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \arg(z_1-w)=\arg(z_2-w)$
  5) Množenjem kompleksnog broja realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
  6) Brojevi iz $\mathbb{C}$ koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
  7) Množenje broja $z\in\mathbb{C}$ realnim brojem k je homotetija sa centrom $O(0,0)$ i koeficijentom k tj. $H_{O,k}(z)$.

- 1) $\{z|\arg z>0\}=\{z|I_m(z)>0\}\cup\mathbb{R}^-$ 2) $\{z|\arg z\geq 0\}=\{z|I_m(z)\geq 0\}\setminus\{0\}$
  3) $\{z|-\frac{\pi}{2}<\arg z<\frac{\pi}{2}\}=\{z|R_e(z)>0\}$ 4) $\{z|-\frac{\pi}{2}\leq\arg z\leq\frac{\pi}{2}\}=\{z|R_e(z)\geq 0\}\setminus\{0\}$
  5) $\{z|-\frac{\pi}{2}<\arg z\leq\frac{\pi}{2}\}=\{z|R_e(z)>0\}\cup\{xi|x>0\}$ 6) $\{z|-\frac{\pi}{2}\leq\arg z<\frac{\pi}{2}\}=\{z|R_e(z)>0\}\cup\{xi|x<0\}$

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1]$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

- Neka je skup kompleksnih brojeva $A=\{w|w\in\mathbb{C}\ \wedge\ w^3\geq 0\}$. Odrediti sve vrednosti $\varphi\in(-\pi,\pi]$ tako da je $\rho e^{i\varphi}\in A$ za svako $\rho>0$. $\varphi\in\{0, \pm\frac{2\pi}{3}\}$.

- Neka je $A=\{1,2\}$ i $B=\{1,2,3,4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

$$\left|\{f|f:A\longrightarrow B\}\right|=16,\ \left|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}B\}\right|=12,\ \left|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\right|=6,\ \left|\{f|f:B\xrightarrow{na}B\}\right|=24,$$
$$\left|\{f|f:B\longrightarrow A\}\right|=16,\ \left|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}A\}\right|=2,\ \left|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\right|=5,\ \left|\{f|f:A\xrightarrow{na}B\}\right|=0.$$

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ **07.02.2021.**

Studijski program E1 E2 PR SW IT IN (zaokruži) **KOLOKVIJUM 2**

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,. . . ,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Neka su (a,b), (a,c) i (b,c) nezavisne uređene dvojke vektora prostora V i neka je $a+b+c\neq 0$. Tada par vektora $(a+b+c, b+c)$ prostora V je: ~~1)~~ uvek zavisan ~~2)~~ uvek nezavisan 3) ništa od prethodnog

- Za ravan $\alpha:\ z=1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\ 0\ ,\ 0\ ,\ 1\ )$ i koordinate jedne njene tačke $A(\ 0\ ,\ 0\ ,\ 1\ )$

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $2x+y=1 \land 4x+ay=a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: $a=2$ **2)** određen: $a\neq 2$ **3)** kontradiktoran: /

- Za vektore $\vec{a}=(-2,1,2)$ i $\vec{b}=(1,4,8)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ 3 **2)** $|\vec{b}|=$ 9 **3)** $\vec{a}-2\vec{b}=$ $(-4,-7,-14)$ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ 18 **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ $(0,18,-9)$ **6)** $\cos\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=$ $2/3$

- Koje su od sledećih uređenih n-torki zavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: ~~1)~~ $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$ ~~2)~~ $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ 3) $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ 4) $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0 & -1 & 2\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1 & -1\end{bmatrix}$ $\quad\begin{vmatrix}1&2&1\\0&1&1\\0&0&2\end{vmatrix}=2$ $\quad\begin{vmatrix}1&2&1\\1&1&0\\2&0&0\end{vmatrix}=-2$ $\quad\begin{bmatrix}2&1\\3&2\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}2&-1\\-3&2\end{bmatrix}$

- Matrice linearnih transformacija $h(x)=5x$, $f(x,y)=x+2y$, $g(x,y,z)=(x,x-y)$ i $s(x,y)=(3x,y)$ su:

  $M_h=\begin{bmatrix}5\end{bmatrix}$ $\quad M_f=\begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix}$ $\quad M_g=\begin{bmatrix}1&0&0\\1&-1&0\end{bmatrix}$ $\quad M_s=\begin{bmatrix}3&0\\0&1\end{bmatrix}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix}1&0&0&4\\2&3&1&2\\1&0&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&3&2\\0&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}-1&1\\1&-1\\-1&0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2&-1&1\\-4&2&-2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2&0&2\\0&2&0\\2&0&4\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&0&0\\-1&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}3&3\\3&3\end{bmatrix}$

  3 2 2 1 0 3 1 1 1

- Neka je $\varphi: V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1,x_2,x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x})=(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V\to\mathbb{R}^3$
  1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\det:\mathcal{M}\longrightarrow\mathbb{R}$ ~~2)~~ $\det:\mathcal{M}\xrightarrow{1-1}\mathbb{R}$ 3) $\det:\mathcal{M}\xrightarrow{na}\mathbb{R}$ ~~4)~~ $\det:\mathcal{M}\xrightarrow[na]{1-1}\mathbb{R}$

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ ~~2)~~ $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ 3) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ ~~4)~~ $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\xrightarrow{1-1}\mathbb{N}\cup\{0\}$ 5) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\xrightarrow{na}\mathbb{N}\cup\{0\}$

- Ako je $f(0)=0$, tada funkcija f: ~~1)~~ sigurno jeste linearna transformacija ~~2)~~ sigurno nije linearna transformacija 3) može a ne mora biti linearna transformacija

- Neka je $(a_1,a_2,\ldots,a_k)$ nezavisna u prostoru V, $(c_1,c_2,\ldots,c_n)$ generatorna za prostor V i $\dim V=m$. Tada je
  ~~1)~~ $m\le k\le n$ ~~2)~~ $n\le k\le m$ ~~3)~~ $n\le m\le k$ 4) $k\le m\le n$ ~~5)~~ $k\le n\le m$ ~~6)~~ $m\le n\le k$

- Neka je $\vec{r}_M$ vektor položaja tačke M, $|\overrightarrow{MN}|=\ell$. Odrediti $\vec{r}_N$ u zavisnosti od $\vec{r}_M$, $\vec{p}$ i ℓ, ako je vektor $\vec{p}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{MN}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{MN}$. $\vec{r}_N=\vec{r}_M-\ell\cdot\dfrac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1,b_2,\ldots,b_\ell)$ baza prostora V i neka je $(d_1,d_2,\ldots,d_k)$ zavisna $k-$ torka vektora. Tada je: ~~1)~~ $k\le\ell$ ~~2)~~ $\ell\le k$ ~~3)~~ $k=\ell$ ~~4)~~ $\ell<k$ ~~5)~~ $\ell>k$ 6) ništa od prethodnog

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a,b,c) je:
  ~~1)~~ uvek nezavisna, ~~2)~~ uvek zavisna, 3) nekad nezavisna a nekad zavisna. ~~4)~~ nikad nezavisna

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix}1&2\\-3&-6\end{bmatrix}$?

  ~~1)~~ $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$ ~~2)~~ $\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$ ~~4)~~ ništa od navedenih

ALGEBRA **??.01.2021.**

1. Ispitati sve aksiome komutativne grupe za strukturu $(\{f_1, f_2, f_3, f_4\}, \circ)$, gde su za $i \in \{1,2,3,4\}$ funkcije $f_i : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definisane sa $f_1(x,y) = (-y,-x)$, $f_2(x,y) = (y,x)$, $f_3(x,y) = (x,y)$, $f_4(x,y) = (-x,-y)$.
2. Odrediti sve vrednosti $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je $1+i$ koren polinoma $p(x) = ax^5 + 5x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 16x + b$.
3. **3.** U kompleksnoj ravni izračunati ostala dva temena kod svih mogućih kvadrata kod kojih su neka dva temena $2+2i$ i $4+i$.
4. Ravan α sadrži tačku A i normalna je na vektor $\vec{n}$, a tačka Q ne pripada ravni α. U funkciji od $\vec{n}$, $\vec{r}_A$ i $\vec{r}_Q$ izraziti vektore položaja tačaka B, C i D tako da $ABCD$ bude kvadrat u ravni α čiji je presek dijagonala projekcija tačke Q na ravan α.
5. U zavisnosti od $a, b \in \mathbb{R}$, diskutovati i rešiti sistem linearnih jednačina nad poljem $\mathbb{R}$.
$$\begin{array}{rcrcrcl} ax & + & y & + & z & = & 1 \\ ax & + & a^2y & + & (1-2a)z & = & 4 \\ ax & + & y & + & az & = & b+3 \end{array}$$
6. Neka je $a = (1,2,-1)$ i $b = (-1,0,3)$. Neka je funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $f(v) = (a \times v - v) \times b$. Dokazati da je f linearna transformacija, i odrediti jednu bazu prostora $f(\mathbb{R}^3)$.

ALGEBRA **??.01.2021.**

1. Ispitati sve aksiome komutativne grupe za strukturu $(\{f_1, f_2, f_3, f_4\}, \circ)$, gde su za $i \in \{1,2,3,4\}$ funkcije $f_i : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definisane sa $f_1(x,y) = (-y,-x)$, $f_2(x,y) = (y,x)$, $f_3(x,y) = (x,y)$, $f_4(x,y) = (-x,-y)$.
2. Odrediti sve vrednosti $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je $1+i$ koren polinoma $p(x) = ax^5 + 5x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 16x + b$.
3. **3.** U kompleksnoj ravni izračunati ostala dva temena kod svih mogućih kvadrata kod kojih su neka dva temena $2+2i$ i $4+i$.
4. Ravan α sadrži tačku A i normalna je na vektor $\vec{n}$, a tačka Q ne pripada ravni α. U funkciji od $\vec{n}$, $\vec{r}_A$ i $\vec{r}_Q$ izraziti vektore položaja tačaka B, C i D tako da $ABCD$ bude kvadrat u ravni α čiji je presek dijagonala projekcija tačke Q na ravan α.
5. U zavisnosti od $a, b \in \mathbb{R}$, diskutovati i rešiti sistem linearnih jednačina nad poljem $\mathbb{R}$.
$$\begin{array}{rcrcrcl} ax & + & y & + & z & = & 1 \\ ax & + & a^2y & + & (1-2a)z & = & 4 \\ ax & + & y & + & az & = & b+3 \end{array}$$
6. Neka je $a = (1,2,-1)$ i $b = (-1,0,3)$. Neka je funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $f(v) = (a \times v - v) \times b$. Dokazati da je f linearna transformacija, i odrediti jednu bazu prostora $f(\mathbb{R}^3)$.

ALGEBRA

①
$$f_1(x,y) = (-y,-x)$$
$$f_2(x,y) = (y,x)$$
$$f_3(x,y) = (x,y)$$
$$f_4(x,y) = (-x,-y)$$

$\circ$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_3	f_4	f_1	f_2
f_2	f_4	f_3	f_2	f_1
f_3	f_1	f_2	f_3	f_4
f_4	f_2	f_1	f_4	f_3

$$(f_2 \circ f_1)(x,y) = f_2(f_1(x,y)) = f_2(-y,-x) = (-x,-y) = f_4(x,y) \quad \ldots$$

1. zatvorenost: u tablici vidimo da su svi rezultati iz skupa $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$
2. asocijativnost: Kompozicija fja je asocijativna
3. neutralni element: f_3 (identička fja) (vrsta koja odgovara f_3 u tablici jednaka je graničnoj vrsti; kolona f_3 jednaka je graničnoj koloni)
4. inverzni elementi: $f_1^{-1} = f_1$, $f_2^{-1} = f_2$, $f_3^{-1} = f_3$, $f_4^{-1} = f_4$.
5. komutativnost: Tablica je simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu $\rightarrow$ grupa je komutativna

---

② $p(x) = ax^5 + 5x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 16x + b$

$$p(1+i) = a(1+i)^5 + 5\cdot(1+i)^4 - 2\cdot(1+i)^3 - 2\cdot(1+i)^2 + 16(1+i) + b =$$
$$= a\cdot(-4-4i) + 5\cdot(-4) - 2\cdot(2i-2) - 2\cdot 2i + 16(1+i) + b =$$
$$= (\underbrace{-4a - 20 + 4 + 16 + b}_{=0}) + (\underbrace{-4a - 4 - 4 + 16}_{=0})i = 0$$

$$-4a + b = 0$$
$$-4a + 8 = 0 \rightarrow -4a = -8 \rightarrow \boxed{a=2} \qquad -4\cdot 2 + b = 0 \rightarrow \boxed{b=8}$$

---

③ $z_1 = 2+2i \quad z_2 = 4+i$

$\boxed{1^\circ}$ $z_3 = \mathcal{S}_{z_2, -\frac{\pi}{2}}(z_1) = z_2 + (z_1 - z_2)\cdot e^{-i\frac{\pi}{2}} = 4+i + (-2+i)\cdot(-i) =$
$= 4+i+2i+1 = \boxed{5+3i}$

$z_1 + z_3 = z_2 + z_4 \qquad z_4 = z_1 + z_3 - z_2 = 2+2i+5+3i-4-i = \boxed{3+4i}$

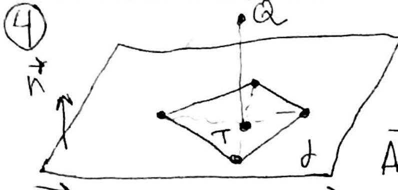
$\boxed{2^\circ}$ $z_1 = \frac{z_4 + w_4}{2} \qquad w_4 = 2z_1 - z_4 = 4+4i-3-4i = \boxed{1}$

$z_2 = \frac{z_3 + w_3}{2} \qquad w_3 = 2z_2 - z_3 = 8+2i-5-3i = \boxed{3-i}$

$\boxed{3^\circ}$ $S = \frac{z_1 + z_3}{2} = \frac{2+2i+5+3i}{2} = \boxed{\frac{7}{2} + \frac{5}{2}i}$

$T = \frac{z_1 + w_3}{2} = \frac{2+2i+3-i}{2} = \boxed{\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i}$

④



T - пресек дијагонала   T = proj Q

$$\vec{r}_T = \vec{r}_Q + \boxed{\frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{n}\cdot\vec{n}} \cdot \vec{n}}$$

$$\vec{AT} = \vec{TC} \Rightarrow \boxed{\vec{r}_C = 2\vec{r}_T - \vec{r}_A}$$

$$\vec{BT} \perp \vec{n} \wedge \vec{BT} \perp \vec{AT}$$

$$\vec{BT} \parallel \vec{m} = \vec{n} \times \vec{AT}$$

$$\boxed{\vec{r}_{B,C} = \vec{r}_T \pm |\vec{AT}| \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|}}$$

⑤
$$\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ ax + a^2 y + (1-2a)z &= 4 \\ ax + y + az &= b+3 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ (a^2-1)y - 2az &= 3 \\ (a-1)z &= b+2 \end{aligned}$$

1°) $a \notin \{-1, 0, 1\}$ одређен систем

$$z = \frac{b+2}{a-1} \qquad y = \frac{1}{a^2-1}\left(\frac{2a(b+2)}{a-1} + 3\right) \qquad x = \frac{1}{a}\left(1 - \frac{1}{a^2-1}\left(\frac{2a(b+2)}{a-1}+3\right) - \frac{b+2}{a-1}\right)$$

2°) $a = 0$

$$\begin{aligned} y + z &= 1 \\ -y &= 3 \\ -z &= b+2 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} y+z &= 1 \\ z &= 4 \\ -z &= b+2 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} y+z &= 1 \\ z &= 4 \\ 0 &= b+6 \end{aligned}$$

$b \neq -6$ немогућ

$b = -6$ 1x неодређен

$x = \alpha \in \mathbb{R}$

$z = 4 \quad y = -3$

3°) $a = -1$

$$\begin{aligned} -x + y + z &= 1 \\ 2z &= 3 \\ -2z &= b+5 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} -x + z + y &= 1 \\ z &= \frac{3}{2} \\ 0 &= b+4 \end{aligned}$$

$b \neq -5$ немогућ

$b = -5$ 1x неодређен

$y = \alpha \in \mathbb{R}$

$z = \frac{3}{2} \quad x = \alpha$

4°) $a = 1$

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ -2z &= 3 \\ 0 &= b+2 \end{aligned}$$

$b \neq -2$ немогућ

$b = -2$ 1x неодређен

$y = \alpha \in \mathbb{R} \quad z = -\frac{3}{2} \quad x = \frac{5}{2} - \alpha$

⑥ $r = (x, y, z) \quad a = (1, 2, -1) \quad b = (-1, 0, 3)$

$a \times r = (y + 2z, -x - z, -2x + y)$

$f(r) = f(x, y, z) = (a \times r - r) \times b =$

$= (-x + y + 2z, -x - y - z, -2x + y - z) \times (-1, 0, 3) =$

$= (-3x - 3y - 3z, 5x - 4y - 5z, -x - y - z) \longleftarrow$ лин. тр. ✓

$f(e_1) = (-3, 5, -1) = b_1$

$f(e_2) = (-3, -4, -1) = b_2$

$f(e_3) = (-3, -5, -1) = b_3$

$$\begin{vmatrix} -3 & 5 & -1 \\ -3 & -4 & -1 \\ -3 & -5 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \dim\left(f(\mathbb{R}^3)\right) < 3$$

b_1, b_2 - независни јер су непропорционални

$\Rightarrow \{b_1, b_2\}$ је база $f(\mathbb{R}^3)$