R

Prezime, ime, br. indeksa: ______ 10.04.2021.

Studijski program E1 E2 PR SV IT IN (zaokruži) KOLOKVIJUM 1

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Pri delenju polinoma x^4+3x^2-5 sa x^2+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je x^2+2, a ostatak je -7.

2+2

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
1) $a'(a')'=a'+a$ 2) $a'+a=0'$ 3) $a\cdot 0'=a$ 4) $1+a'=1'$ 5) $a\cdot b=(a'+b')'$ 6) $ab=1\Rightarrow b=1$

5..2,0

- Ako je $z\in\mathbb{C}$, upiši nedostajući element u skupu $z^5=\frac{-\sqrt{3}+i}{2}\Leftrightarrow \arg z\in\{\frac{5\pi}{30},-\frac{7\pi}{30},-\frac{19\pi}{30},\frac{29\pi}{30},\frac{17\pi}{30}\}$

4..0

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\b&c&d&a\end{pmatrix}$ i $g=\begin{pmatrix}d&a&b&c\\c&b&d&a\end{pmatrix}$. Tada je $f\circ g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\c&a&b&d\end{pmatrix}$, $f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\d&a&b&c\end{pmatrix}$, $g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\c&a&d&b\end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\b&c&a&d\end{pmatrix}$, $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\b&c&a&d\end{pmatrix}$.

5x1

- Izračunati: 1) $\arg(\pi)=0$ 2) $\arg(5e^{4i})=4-2\pi$ 3) $\arg(-6\pi)=\pi$ 4) $\arg(9\pi)=0$ 5) $\arg(2i)=\pi/2$
6) $\arg(-1-i)=-3\pi/4$ 7) $\arg(8e^{2i})=2$ 8) $\arg(-1-i\sqrt{3})=-2\pi/3$ 9) $\arg(e^{i\pi}+1)=$ /

9x1

- Neka su $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+$ i $g:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+$ definisane sa $f(x)=\ln(x+1)$ i $g(x)=\sqrt[3]{x}$. Izračunati: a) $f^{-1}(x)=e^x-1$? b) $g^{-1}(x)=x^3$ c) $(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=e^{x^3}-1$? d) $(g\circ f)(x)=\sqrt[3]{\ln(x+1)}$ e) $(g\circ f)^{-1}(x)=e^{x^3}-1$?

5x1

- Zaokružiti brojeve ispred sirektivnih funkcija: 1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3x+3$ 2) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^4$
3) $f:(-\infty,\infty)\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$ 4) $f:\mathbb{R}^+\to(0,\infty),\ f(x)=\ln(x+1)$ 5) $f:\mathbb{R}\to[1,\infty),\ f(x)=e^{x^2}$

5..2,0

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupoidi sa neutralnim elementom.
1) $(\mathbb{N},+)$ 2) $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ 3) $(\mathbb{N},\cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}\setminus\{1\},\cdot)$ 5) $((-1,1],\cdot)$ 6) $([-1,1),\cdot)$ 7) $((-1,1),\cdot)$ 8) $([0,\infty),\cdot)$

5..2,0

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: ne
1) $z\overline{z}=z^2$ ne 2) $Re(z)=\frac{1}{2}(z+\overline{z})$ 3) $Im(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ 4) $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1-\overline{z}_2$ 5) $|z_1+z_2|<|z_1|+|z_2|$
6) $\overline{z}\in\mathbb{R}\Rightarrow z=\overline{z}$ 7) $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$ 8) $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ 9) $z\neq 0\Leftrightarrow z^{-1}=|z|^{-2}\overline{z}$ 10) $|z|=1\Leftrightarrow z^{-1}=\overline{z}$

6..2,10

- Ako su P i Q polinomi, $P+Q\neq 0$ i $dg(P)=2$ i $dg(Q)=2$, tada je $dg(PQ)\in\{4\}$ i $dg(P+Q)\in\{0,1,2\}$

2+2

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(1)=0$, tada: 1) $x-1\,|\,f(x)$ 2) $x+1\,|\,f(x)$ 3) $x\,|\,f(x)$
4) $x^2+1\,|\,f(x)$; 5) $x+e^{i\pi}\,|\,f(x)$ 6) $x^2-1\,|\,f(x)$; 7) $x^2+x\sqrt{2}+1\,|\,f(x)$;

5,3,0

- 1) $\arg z>0\Leftrightarrow I_m(z)\geq 0$ 2) $\arg z<0\Leftarrow I_m(z)\leq 0$ 3) $\arg z<0\Rightarrow I_m(z)\leq 0$
4) $-\frac{\pi}{2}<\arg z<\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow I_m(z)\in\mathbb{R}$ 5) $\arg z<0\Leftrightarrow I_m(z)\leq 0$ 6) $\{z|\arg z>0\}=\{z|I_m(z)>0\}\cup\mathbb{R}^-$

5,3,0

- Funkcija $f:(-\pi,0)\longrightarrow(-1,1]$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

4

- Funkcija $f:(-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(-1,1]$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

4

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\mathrm{tg}\,x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

4

- $z\in\{w|w\in\mathbb{C}\ \wedge\ w^5>0\}\Leftrightarrow\arg z\in\{-\frac{4\pi}{5},-\frac{2\pi}{5},0,\frac{2\pi}{5},\frac{4\pi}{5}\ ,\ ,\ \}$.

4x1

- Neka je $\{-2,1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{2\}$.

4

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$, gde su x,y,z,u međusobno različiti elementi. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

8 - x.0,5

\	f_i je funkcija	$f_i: A\longrightarrow B$	$f_i:\{1,2\}\longrightarrow B$	$f_i: A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i: A\overset{na}{\longrightarrow}B$	$f: A\underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}B$
f_1	DA	ne	DA	ne	ne	ne
f_2	DA	DA	ne	ne	ne	ne
f_3	DA	DA	ne	DA	ne	ne

- Neka su $z_1=1+i$, $z_2=2$ i $z_3=1$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_2z_3z_1=\arg\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2z_3z_1=\pi/2$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

3x2
6

- Napisati bar jedan polinom nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ koji je nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$ i koji je stepena:
1) 3 ne postoji 2) 2 x^2+1 3) 1 $x+1$

3x2
6

Prezime, ime, br. indeksa: R **10.04.2021.**

Studijski program E1 E2 PR SV IT IN (zaokruži) KOLOKVIJUM 2

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

4×1

- Neka je α ravan čija je jednačina $x+y=1$. Napisati: **1)** jedan vektor normale ravni α, $n_\alpha = (1,1,0)$ **2)** koordinate tačke ravni α: $(1,0,0)$ **3)** skup **svih** vektora paralelnih ravni α, $\mathbb{S} = \{(q,-q,t) | t,q \in \mathbb{R}\}$. **4)** Da li je $(\mathbb{S},\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski potprostor vektorskog prostora $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$, DA NE (zaokruži)

8×1

- Ako je $\vec r_A = (7,-8,-7)$ i $\vec r_B = (3,3,-12)$, tada je: **1)** $|\vec r_A| = \sqrt{162}$ **2)** $|\vec r_B| = \sqrt{162}$ **3)** $\vec r_A \vec r_B = 81$ **4)** $\vec r_A \times \vec r_B = (117,63,45)$ **5)** $\sphericalangle(\vec r_A \vec r_B) = \pi/3$ **6)** $\sphericalangle AOB = \pi/3$ **7)** $\sphericalangle OAB = \pi/3$ **8)** $\sphericalangle OBA = \pi/3$

5,3,0

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(\vec a, \vec b, \vec a + \vec b + \vec c)$, gde su $\vec a, \vec b, \vec c$ nekomplanarni vektori je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna, a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

5,3,0

- Koje su od sledećih uređenih n-torki generatorne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **3)** $\big((1,0,0)\big)$ **4)** $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

9×1

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 2&0&0&4\\2&3&1&2\\1&0&0&2\end{bmatrix}$ 2, $\begin{bmatrix} 1&3&2\\0&0&0\end{bmatrix}$ 1, $\begin{bmatrix} -1&1\\1&-1\\-1&1\end{bmatrix}$ 1, $\begin{bmatrix} 2&1&1\\3&1&1\end{bmatrix}$ 2, $\begin{bmatrix} 1\\0\\2\end{bmatrix}$ 1, $\begin{bmatrix} 1&2&2\\0&2&0\\2&0&4\end{bmatrix}$ 2, $\begin{bmatrix} 1&0&-1\\0&0&0\\-1&0&1\end{bmatrix}$ 1, $\begin{bmatrix} 2\end{bmatrix}$ 1, $\begin{bmatrix} 3&3\\3&3\end{bmatrix}$ 1

4×1

- $\begin{bmatrix} -1 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0&-1&2\\1&0&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1&1&-1\end{bmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1&2&1\\0&1&1\\0&0&2\end{vmatrix} = 2$ $\begin{vmatrix} 4&5&-1\\8&2&0\\3&0&0\end{vmatrix} = 6$ $\begin{bmatrix} -2&1\\-3&2\end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -2&1\\-3&2\end{bmatrix}$

4

- Napisati $\vec x = (2,3,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec a = (1,0,0)$, $\vec b = (0,1,0)$ i $\vec c = (0,0,1)$: $\vec x = 2\vec a + 3\vec b + 4\vec c$

4

- Koordinate normalne projekcije A' tačke $A(2,2,2)$ na ravan određenu sa $x+y+z=3$ su: $A'(1,1,1)$

4

- Normalna projekcija vektora $\vec x = \vec i + 2\vec j + 3\vec k$ na pravu $m : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{1}$ je vektor: $\mathbf{pr}_m(\vec x) = (2,2,2)$

4,2,0

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1&2\\-2&-4\end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0\\-1\end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 6\\-3\end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2\\1\end{bmatrix}$.

5,3,0

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je: **1)** $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

8,4,0

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A,B,C reda 2 i svaki skalar λ: **1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

7,5,3,0

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama. **1)** $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \wedge det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar α **6)** matrice A i B imaju iste karakteristične korene **7)** $\exists A^{-1} \Leftrightarrow \exists B^{-1}$

5,3,0

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A,B,C reda $n > 1$ važi: **1)** $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ **4)** $det(A^3B) = (det(A))^3 \cdot det(B)$

8,6,4,2,0

- Vektori $\vec a = a_1\vec i + a_2\vec j + a_3\vec k$, $\vec b = b_1\vec i + b_2\vec j + b_3\vec k$ i $\vec c = c_1\vec i + c_2\vec j + c_3\vec k$ su **nekomplanarni** ako i samo ako je: **1)** rang $\begin{bmatrix} a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{bmatrix} \leq 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec a(\vec b \times \vec c) \neq 0$ **6)** $(\exists \alpha,\beta \in \mathbb{R})\ \vec a = \alpha\vec b + \beta\vec c$ **7)** $\alpha\vec a + \beta\vec b + \gamma\vec c = 0 \Rightarrow \alpha^2+\beta^2+\gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec a, \vec b, \vec c)$ je nezavisna.

5,2,0

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec i + x_2\vec j + x_3\vec k) = (x_1 + x_3, x_2 + x_3, x_1 + x_2 + 2x_3)$ gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** linearna transformacija

6,4,0

- Neka je $(a_1,a_2,\dots,a_k)$ generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\dots,c_n)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = 2$. Tada je **1)** $2 \leq k \leq n$ **2)** $n \leq 3$ **3)** $2 \leq k$ **4)** $k \leq 2 \leq n$ **5)** $k \leq n \leq 2$ **6)** $n \leq 2 \leq k$

5

- Odrediti vektor $\vec x' = \mathbf{pr}_{\alpha,\vec a}(\vec x)$ koji je kosa projekcija vektora $\vec x$ na ravan $\alpha : \vec n\vec r = \vec n\vec r_Q$ ako su zraci projektovanja paralelni sa pravom $a : \vec r = \vec r_A + t\vec a$ i ako je $\vec n\vec a \neq 0$.

$$\vec x + \frac{(\vec r_Q - \vec x)\vec n}{\vec a\vec n}\vec a - \frac{\vec r_Q\vec n}{\vec a\vec n}a$$

$$= \vec x - \frac{\vec x\vec n}{\vec a\vec n}\vec a$$

(1) (a) (1) $(A,+)$ – komut. grupa 30

– zatv: $(a+\sqrt{2}b)+(c+\sqrt{2}d)=(a+c)+\sqrt{2}(b+d)$, $a+c,\ b+d\in\mathbb{Q}$ ✓

– asoc: $+$ je uvek asoc. ✓

– komut: $+$ je uvek komut. ✓ 10

– neut: $0+\sqrt{2}\cdot 0\in A$ ✓

– inv. za $a+\sqrt{2}b$ je $-a+\sqrt{2}\cdot(-b)$, $-a,-b\in\mathbb{Q}$ ✓

(2) $(A,\cdot)$

– zatv: $(a+\sqrt{2}b)(c+\sqrt{2}d)=ac+2bd+\sqrt{2}(bc+ad)$, $ac+2bd,\ bc+ad\in\mathbb{Q}$ ✓

– asoc: $\cdot$ je uvek asoc. ✓

– komut: $\cdot$ je uvek komut. ✓ 8

– neut: $1+0\cdot\sqrt{2}$ ✓

(3) distibut. ~~leva i desna zbog komutativno~~

$\cdot$ je uvek distributivno prema $+$ 4

(b) Još treba da postoje inverzni za $\cdot$. Kako je 1 neutralni za $\cdot$, inverzni za $a+\sqrt{2}b\neq 0$ bi trebao da bude (da pripada A)

$$\frac{1}{a+\sqrt{2}b}=\frac{1}{a+\sqrt{2}b}\cdot\frac{a-\sqrt{2}b}{a-\sqrt{2}b}=\frac{a}{a^2-2b^2}-\sqrt{2}\cdot\frac{b}{a^2-2b^2}\in A$$ 8

$$\iff \frac{a}{a^2-2b^2},\ \frac{b}{a^2-2b^2}\in\mathbb{Q}\quad\iff\quad a^2-2b^2\neq 0 \text{ ✓}$$

što je tačno jer bi za $a^2-2b^2=0$ bilo $\frac{a^2}{b^2}=2$

odnosno $\frac{a}{b}=\sqrt{2}$, što je nemoguće ~~za $b\neq 0$~~ jer $a,b\in\mathbb{Q}$ u opštem slučaju $(b\neq 0)$

~~a nemoguće je i za $b=0$ jer bi tada bilo~~

(2) 35

	1	7	18	19	a	b	c
−1	1	6	12	7	$a-7$	$-a+b+7$	$\boxed{a-b+c-7}=0$
−2	1	4	4	−1	$a-5$	$\boxed{-3a+b+17}=0$	
−2	1	2	0	−1	$\boxed{a-3}=0$		

15

$\Rightarrow a=3,\ b=-8,\ c=-4$ 5

$p(x)=(x+1)(x+2)^2(x^3+2x^2-1)$ ← kandidati za rac. korene: $1,-1$

	1	2	0	−1
−1	1	+1	−1	$\boxed{0}$ ✓

$=(x+1)^2(x+2)^2(x^2+x-1)$ ← nad $\mathbb{R}$ 10

~~$X_{1/2}=\frac{1\pm\sqrt{1-12}}{6}\notin\mathbb{R}$~~

$X_{1/2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+4}}{2}=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}\in\mathbb{R}$

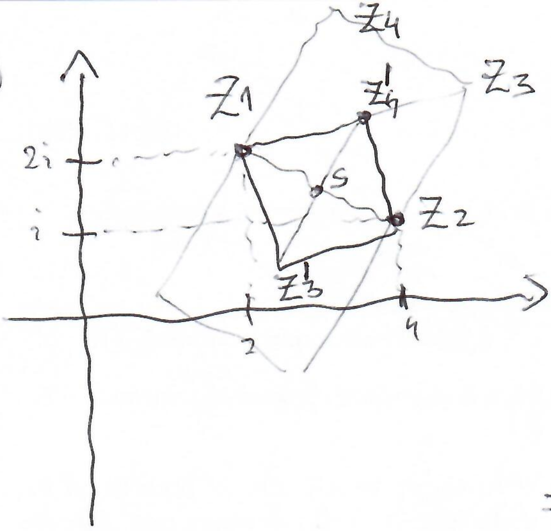
~~$(x+1)^2(x+2)^2\left(x-\left(\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{11}}{6}i\right)\right)\left(x-\left(\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{11}}{6}i\right)\right)$~~

$=(x+1)^2(x+2)^2\left(x-\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right)\left(x-\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right)$ nad $\mathbb{C}$ 5

$\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ $\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

3

35



$z_1 = 2+2i \quad , \quad z_2 = 4+i$

1°) $z_1 z_2$ je dijagonala

$$S = \frac{1}{2}(z_1+z_2) = 3+\frac{3}{2}i$$

$$z_{3,4}' = \rho_{S, \pm\frac{\pi}{2}}(z_1) =$$
$$= S + (z_1 - S)\cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2}} =$$
$$= 3+\frac{3}{2}i + \left(-1+\frac{1}{2}i\right)\cdot(\pm i) =$$
$$= \begin{cases} + : \ldots = 3+\frac{3}{2}i - i - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}+\frac{1}{2}i \\ - : \ldots = 3+\frac{3}{2}i + i + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}+\frac{5}{2}i \end{cases}$$

15

2°) $z_1 z_2$ je stranica i $\sphericalangle z_1 z_2 z_3 < 0$

$$z_3 = z_2 + (z_1 - z_2)\cdot e^{-i\frac{\pi}{2}} = 4+i+(-2+i)\cdot(-i) = 4+i+2i+1 = 5+3i$$

15

$$\overrightarrow{z_2 z_1} = \overrightarrow{z_3 z_4} \Rightarrow \quad z_4 = z_3 + z_1 - z_2 = 3+4i$$

3°) $z_1 z_2$ je stranica i $\sphericalangle z_1 z_2 z_3 > 0$

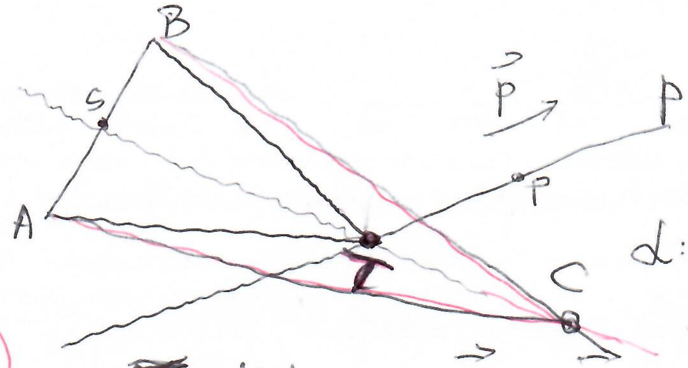
analogno

$$z_3 = 4+i+(-2+i)\cdot i = 4+i-2i-1 = 3-i$$
$$z_4 = (3-i)+(2+2i)-(4+i) = 1$$

5

4

30



S - sredina od AB

$$\boxed{\vec r_S = \frac{1}{2}\left(\vec r_A + \vec r_B\right)}$$

T - težište

α: simetralna ravan za AB

$S \in \alpha$, $\vec{AB} \perp \alpha$

10

$\vec r_C = \vec r_T + 2\vec{ST}$ 5

$$T = \alpha \cap p \Rightarrow \vec r_T = \vec r_P + \frac{(\vec r_S - \vec r_P)\cdot \vec{AB}}{\vec p \cdot \vec{AB}} \cdot \vec p$$

15

5

35

(a)

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a' & b & c' & d \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a'' & b' & c' & d \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

(−2)

15

$\Rightarrow \{c, d\}$ je jedna baza od V

(b) $x = \alpha c + \beta d \iff (1,2,3) = (\alpha+\beta,\ 2\alpha-\beta,\ \alpha-\beta)$

$$\begin{aligned} \alpha+\beta &= 1 \\ 2\alpha-\beta &= 2 \\ \alpha-\beta &= 3 \end{aligned} \iff \begin{aligned} \alpha+\beta &= 1 \\ 3\alpha &= 3 \to \alpha = 1 \\ 2\alpha &= 4 \to \alpha = 2 \end{aligned} \ ↯ \Rightarrow x \notin V$$

10

(c) $\{c, d\}$ - baza od V

$f(c) = (0, 3, -2)$

$f(d) = (0, -1, 3)$

nezavisni jer su neproporcionalni

$\Rightarrow \{f(c), f(d)\}$ je jedna baza od $f(V)$

10

6

35

$$\vec a \times \vec v = \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 1 & 2 & 0 \\ x & y & z \end{vmatrix} = (2z, -z, -2x+y), \quad |\vec b| = \sqrt{10}$$

15

$$f(\vec v) = (2z, -z, -2x+y) + (\sqrt{10}x; \sqrt{10}y; \sqrt{10}z) = (\sqrt{10}x + 2z,\ \sqrt{10}y - z,\ -2x+y+\sqrt{10}z)$$

$$M_f = \begin{bmatrix} \sqrt{10} & 0 & 2 \\ 0 & \sqrt{10} & -1 \\ -2 & 1 & \sqrt{10} \end{bmatrix}$$

5

(b)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} \sqrt{10} & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{10} & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & \sqrt{10} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 10 & 0 & 2\sqrt{10} & \sqrt{10} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{10} & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & \sqrt{10} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \cdot\frac{1}{5} \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 10 & 0 & 2\sqrt{10} & \sqrt{10} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{10} & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{7}{5}\sqrt{10} & \frac{1}{5}\sqrt{10} & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{5}\sqrt{10} & \frac{\sqrt{10}}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -\sqrt{10} & 0 & \sqrt{10} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{7}{5}\sqrt{10} & \frac{1}{5}\sqrt{10} & 0 & 1 \end{array}\right] \cdot\left(-\frac{1}{10}\right) \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{5}\sqrt{10} & \frac{\sqrt{10}}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{\sqrt{10}}{10} & 0 & \frac{\sqrt{10}}{10} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}\sqrt{10} & \frac{1}{5}\sqrt{10} & -\frac{\sqrt{10}}{10} & 1 \end{array}\right] \sim$$

$$\ldots \sim \quad M_f^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{11\sqrt{10}}{150} & \frac{2\sqrt{10}}{150} & -\frac{2}{15} \\ \frac{2\sqrt{10}}{150} & \frac{14\sqrt{10}}{150} & \frac{1}{15} \\ \frac{2}{15} & -\frac{1}{15} & \frac{2\sqrt{10}}{30} \end{bmatrix} \Rightarrow f^{-1}(x,y,z) = \ldots$$

15