

Z A D A C I – 55 poena

1. [4 poena] Na osam listića napisani su brojevi $\{2, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13\}$. Iračunati verovatnoću da se razlomak dobijen od dva slučajno odabrana broja iz datog skupa može skratiti.
2. [6 poena] U korpi se nalazi 8 teniskih loptica od kojih su 4 nove a sa 4 je već igrano. Iz korpe se uzimaju 3 loptice, sa njima se igra, a zatim se vraćaju u korpu. Sutradan se iz korpe ponovo vade 3 loptice. Kolika je verovatnoća da su drugog dana izvučene tri nove loptice?
3. [8 poena] U prvoj kutiji se nalaze 2 bele, 3 zelene i 4 crvene kuglice. U drugoj kutiji se nalaze 2 bele, 4 zelene i 5 crvenih kuglica. Jelena na slučajan način bira dve kuglice iz prve kutije i prebacuje ih u drugu kutiju. Naći zakon raspodele, funkciju raspodele, matematičko očekivanje i disperziju slučajne promenljive X koja predstavlja broj belih kuglica u drugoj kutiji.
4. [8 poena] Iz špila od 52 karte izvlače se 3 karte sa vraćanjem. Naći zakon raspodele slučajne promenljive (X, Y) gde slučajna promenljiva X predstavlja broj izvučenih kečeva i slučajna promenljiva Y predstavlja broj izvučenih dama i kraljeva. Naći marginalne raspodele za X i Y , očekivani zbir izvučenih kečeva i raspodelu slučajne promenljive $X|Y = 2$.
5. [8 poena] Neprekidna slučajna promenljiva X ima gustinu $\phi_X(x) = \begin{cases} k(1 - (x - 3)^2), & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus [2, 4] \end{cases}$. Odrediti konstantu k , odrediti funkciju raspodele slučajne promenljive X , izračunati verovatnoće $P(3 < X < 3,5)$ i $P(X = 3,2)$ i naći matematičko očekivanje i disperziju slučajne promenljive $Y = 3X - 5$.
6. [5 poena] Slučajna promenljiva Y data je zakonom raspodele $Y : \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 9 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$. Slučajna promenljiva X ima geometrijsku $\mathcal{G}(0, 2)$ raspodelu. Ako su X i Y nezavisne slučajne promenljive naći srednju vrednost, autokorelacionu funkciju i disperziju za slučajni proces $Z_t = e^t X + tY$, $t \in (0, \infty)$.
7. [8 poena] Na tržištu se pojavljuju dva tipa konkurentskih osvežavajućih pića: Coca Cola i Cockta. Ako se osoba u poslednjoj kupovini opredelila za Coca Colu, pretpostavimo da će se to dogoditi i u sledećoj kupovini sa verovatnoćom 0,9. Ukoliko se osoba u poslednjoj kupovini opredelila za Cocktu, u sledećoj će odabrati Cocktu sa verovatnoćom 0,8.
 - a) Napraviti matricu prelaza za jedan korak.
 - b) Da li postoji vektor finalnih verovatnoća. Obrazložiti odgovor! Ako postoji pronaći ga.
 - c) Pretpostavimo da Coca Colu i Cocktu konzumira u svetu 100 miliona ljudi i da kupuju jednom dnevno jedno piće (Coca Colu ili Cocktu). Proizvođači za svaku bocu utroše 1\$, a prodaju je po ceni od 2\$. Jedna marketinška firma za 500 miliona \$ za godinu dana reklamiranja garantuje proizvođaču Coca Cole porast sa 90% na 95% broja kupaca koji ostanu verni Coca Coli nakon jedne kupovine. Da li se proizvođaču Coca Cole isplati unajmiti tu marketinšku firmu?
8. (8 poena) U turističkoj agenciji rade četiri službenika i nema mesta za red čekanja. Usluživanje mušterije traje prosečno 45 minuta a svakih 15 minuta u proseku stigne nova mušterija.
 - a) Odrediti r , k , λ , μ , Λ .
 - b) Naći finalne verovatnoće.
 - c) Ukoliko sva tri službenika rade 8h, koliko vremena će u proseku dva službenika biti besposlena?
 - d) Tokom jedne smena od 8h koliko će mušterija u proseku biti odbijeno (pri čemu agencija radi non stop)?

T E O R I J A

(samo za stare studente) – 30 poena

1. [15 poena] Binomna slučajna promenljiva i njena veza sa Poasonovom i normalnom raspodelom.
2. [15 poena] Poasonov proces.