

Računarstvo i automatika

predmet: **Verovatnoća i slučajni procesi, II kolokvijum**

datum: 20.06.2016.

PREZIME I IME: _____

BROJ INDEKSA: _____

BROJ BODOVA : _____

PREDISBITNE OBAVEZE - 20 poena

1. [6 poena] Neka je $W_t = -4X_t + 3$, gde je X_t Poasonov proces sa parametrom λ .
 - a) [3 poen] Izvesti formulu za nalaženje autokovarijansne funkcije $K_X(t, s)$ Poasonovog procesa X_t .
 - b) [1 poen] Za $\lambda = 1$ naći matematičko očekivanje $E(W_t) =$
 - c) [1 poen] Za $\lambda = 1$ naći disperziju $D(W_t) =$
 - d) [1 poen] Za $\lambda = 1$ naći korelacionu funkciju $R_W(t, s) =$
2. [4 poena] Neka je X_n lanac markova zadat matricom prelaza $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} r & s \\ s & r \end{bmatrix}$
 - a. [1 poen] Ako sa $s_1, s_2, \dots, s_m$ označimo stanja sistema lanca X_n , koliko je m i koje uslove moraju da zadovoljavaju r i s .
 - b. [1 poena] Ako je $p_1(0) = 1$ naći $\mathbf{p}(2)$ i $p_2(2)$.
 - c. [2 poena] Naći verovatnoću $P(X_2 = s_1, X_3 = s_2, X_5 = s_1) =$
3. [3 poena] Dat je slučajni proces $X_t = X + Y + t$, $t \geq 0$. X i Y su nezavisne slučajne promenljive, pri čemu X sa istim verovatnoćama dobija vrednosti iz skupa $\{0, 1\}$, a Y sa dva puta većom verovatnoćom dobija vrednost -1 nego vrednost 0.
 - a. [1 poen] Koji je skup stanja sistema (slučajnog procesa) X_t ?
 - b. [2 poena] Naći raspodelu (zakon raspodele ili funkciju raspodele) prvog reda za zasek X_t , $t \geq 0$.

4. [4 poena] Napisati jednačine Čepman-Kolmogorova za verovatnoće prelaza ($\mathbf{P}(n+k) = \dots$) homogenog lanca Markova i dokazati ih.

5. [3 poena] Ako je X_t proces rođanja i umiranja i ako je

$$\lambda_0 = 1, \quad \lambda_i = 2i, \quad i = \dots, \quad \mu_i = 3i, \quad i = \dots,$$

- a. [1 poen] napisati odgovarajuću matricu izvoda Λ .
- b. [1 poen] Da li postoje finalne verovatnoće opisanog sistema? Zaokružiti tačan odgovor. DA NE
Obrazložiti.
- c. [1 poen] Ako je $\mathbf{p}^* = [p_0 \ p_1 \ p_2 \ \dots]$ vektor finalnih verovatnoća i ako je $p_0 = a$, naći p_{100} u funkciji od a .