

7. Na krosu učestvuje 38 dece koji trče tri trke, T_1 , T_2 i T_3 . Sve tri trke trči 5 dece. Trke T_1 i T_2 trči 7 dece, T_1 i T_3 trči 8 dece, dok T_2 i T_3 trči 12 dece. Trku T_1 trči 15 dece, trku T_2 trči 20 dece i trku T_3 trči 25 dece. Izračunati verovatnoće događaja:
- A - slučajno odabrano dete trči tačno jednu trku”,
 B - slučajno odabrano dete trči tačno dve trke”,
 C - slučajno odabrano dete trči bar jednu trku”,
 D - slučajno odabrano dete ne trči ni jednu trku”.
8. U kutiji se nalaze 3 zelene i 4 bele kuglice. Pera izvlači 3 puta po jednu kuglicu iz kutije
- (a) bez vraćanja izvučene kuglice u kutiju,
 (b) sa vraćanjem izvučene kuglice u kutiju.
- Izračunati verovatnoću da će biti izvučene tri zelene kuglice.
9. Ako je $H_1, H_2, \dots, H_5$ potpun sistem događaja tada je:
- a) $\sum_{i=1}^5 P(H_i) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 b) $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ za svako $A \subset \Omega$.
 c) $P(H_k|A) = \underline{\hspace{2cm}}$ za sve $k = 1, \dots, 5$ i $P(A) > 0$.
10. Iz špila od 52 karte izvlači se jedna karta. Ako je izvučena tref karta, izvlače se dve kuglice istovremeno iz kutije u kojoj se nalaze 2 bele i 3 crne kuglice, a u ostalim slučajevima, izvlače se dve kuglice istovremeno iz kutije u kojoj se nalaze 4 bele i 1 crna kuglica.
- a) Kolika je verovatnoća događaja da će biti izvučene kuglice različitih boja?
 b) Ako se zna da su izvučene kuglice različitih boja, kolika je verovatnoća da je izvučen tref?
11. Dve istovetne kovertne sadrže po 30 kartica na kojima je napisano 1000 ili 2000 din. U prvoj se nalazi 20 kartica koje vrede 1000 din. i 10 kartica koje vrede 2000 din. U drugoj koverti nalazi se podjednak broj kartica koje vrede 1000 din. i 2000 din. Takmičar u kvizu na slučajan način izvlači jednu kovertu i iz nje tri kartice koje predstavljaju njegov dobitak.
- a) Kolika je verovatnoća da će takmičar osvojiti 5000 din?
 b) Ako se zna da je takmičar osvojio 5000 din. kolika je verovatnoća da je odabrao prvu kovertu?
12. a) Funkcija raspodele slučajne promenljive X definiše se sa
- $$F_X(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$
- b) Binomne raspodela :
- c) Da bi Binomna raspodela mogla da se aproksimira sa Poasonovom mora da važi da:
13. a) Dati definiciju i navesti osobine matematičkog očekivanja slučajne promenljive X .
- b) $E(2X + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $D(2X + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. Neka slučajna promenljiva X ima Geometrijsku $\mathcal{G}(0.2)$ raspodelu.

- a) $\mathcal{R}_X =$
- b) $P(X = 5) =$
- c) $F_X(1.23) =$
- d) $E(3X + 1) =$

15. Čemu su jednaki navedeni izrazi kod sledećih raspodela:

- a) kod Poasonove X : $\mathcal{P}(4)$ raspodele

$$\mathcal{R}_X = \text{_____}; P(X \geq 2) =$$
$$E(-2X - 2) =$$

- b) kod binomne Y : $\mathcal{B}(10, 0.4)$ raspodele

$$\mathcal{R}_Y = \text{_____}; P(X = 2) =$$
$$D(-X + 3) =$$

16. Za slučajnu promenljivu $X : \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & p \end{pmatrix}$.

- a) $p =$ _____.
- b) $F_X(-1) =$ _____.
- c) $F_X(2) =$ _____.
- d) $P(-1 \leq X < 1.7) =$ _____.
- d) $E(X) =$ _____.
- e) $D(X) =$ _____.

17. Diskretna slučajna promenljiva X je određena skupom vrednosti $R_x = \{1, 2, 5, 8\}$ i verovatnoćama $P(X = 1) = 0, 2$; $P(X = 5) = 0, 4$; $P(X = 2) = 3p$ i $P(X = 8) = p$.

- a) Odrediti konstantu p i napisati zakon raspodele:

b) $F_x(5) =$

c) $P(2 - 3X > -5) =$

18. U kutiji se nalaze 4 bele i 6 zelenih kuglica. Izvlači po jedna kuglica bez vraćanja u kutiju sve dok se ne izvuče zelena kuglica. Slučajna promenljiva X predstavlja broj izvedenih izvlačenja.

- a) Naći zakon raspodele slučajne promenljive X i izračunati $F_X(\sqrt{2})$ i $F_X(5)$
- b) Izračunati matematičko očekivanje i disperziju slučajne promenljive X .
- c) Naći raspodelu slučajne promenljive $Y = X^2 - 4X$.

19. Baca se jedna kockica za igru. Slučajna promenljiva X predstavlja vrednost ostatka palog broja pri deljenju sa 4. Napisati zakon raspodele slučajne promenljive X .

- a) Naći zakon raspodele slučajne promenljive X i
- b) Odrediti funkciju raspodele F_X slučajne promenljive X .
- c) Izračunati matematičko očekivanje i disperziju slučajne promenljive X .
- d) Naći raspodelu slučajne promenljive $Y = 2 - X$ i slučajne promenljive $Z = Y^2 + 1$.

20. Od ukupne proizvodnje automobilskih guma prosečno 2% je škart. Na slučajan način je izabrano 100 guma. Naći **tačnu** i **približnu** raspodelu slučajne promenljive X koja predstavlja broj neispravnih guma (od posmatranih 100).
21. Prosečno 30% studenata položi ispit u junskom ispitnom roku. Na ispit je izašlo 250 studenata. Naći raspodelu slučajne promenljive koja predstavlja broj studenata koji **nisu** položili ispit.

22. Zakon raspodele diskretne dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y) je

$X \backslash Y$	0	1	2
-2	0,1	0,15	0,1
0	0	$3p$	0
2	0,15	0,1	p

- a) $p =$
- b) $P(X \geq 0, Y < 2) =$
- c) Odrediti marginalne verovatnoće.
- d) Naći marginalne raspodele.
- e) Naći zakon raspodele za sl. promenljivu $Z = 2XY$:
- f) Naći zakon raspodele za sl. promenljivu $W = \max\{X, Y\}$:
- g) Naći zakon raspodele za $X|Y = 2$:
- h) Da li su sl. promenljive X i Y nezavisne?(obrazložiti).
- i) Naći koeficijent korelacije ρ_{XY} .
23. Na slučajan način bira se jedan broj iz skupa $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Slučajna promenljiva X uzima vrednosti ostatka pri deljenju sa tri izvučenog broja, a slučajna promenljiva Y vrednost -1 ako je izvučen neparan broj, a 1 ako je izvučen paran broj. Napisati zakon raspodele dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y) . Naći marginalne raspodele i ispitati nezavisnost slučajnih promenljivih X i Y .

24. Nепреkidna slučajna promenljiva X data je gustinom $\varphi_X(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{a} & x \in [-1, 1] \\ 0 & x \notin [-1, 1] \end{cases}$.

a) Odrediti konstantu a .

b) Naći funkciju raspodele slučajne promenljive X . $F_X(x) = \begin{cases}$

c) $P(0 < X < 0.5) =$

d) Naći $E(2X - 1) =$

25. Slučajna promenljiva X predstavlja dužinu trajanja sijalice izraženu u satima i ima eksponencijalnu $\mathcal{E}(0.02)$ raspodelu. Izračunati verovatnoće sledećih događaja:

a) $F_X(1.2) =$

b) A - sijalica će raditi bar 100 sati;

c) B - sijalica će raditi između 80 i 90 sati.

d) Na grafiku funkcije gustine i funkcije raspodele slučajne promenljive X predstaviti $P(X \geq 1.3)$.

Korisni zadaci iz Zbirke sa interneta: 24, 25, 28, 29, 30, 42, 43, 44, 68 - 72, 93 - 96, 99 - 108.

Zbirka zadataka iz statistike

Autori: Silvia Gilezan, Zorana Lužanin, Tatjana Grbić, Biljana Mihailović, Ljubo Nedović, Zoran Ovcin, Jelena Ivetić, Ksenija Doroslovački