

Fakultet tehničkih nauka-Elektrotehnički odsek

Matematička analiza 2

24.04.2008. godine

1. Dat je stepeni red

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n.$$

(a) Odrediti oblast konvergencije datog reda.

(b) Odrediti sumu reda za $x = -\frac{5}{6}$.

2. Izračunati krivolinijski integral

$$\int_L ydx + zdy + ydz$$

po pozitivno orijentisanoj krivoj L koja spaja tačke $A(a, 0, 1)$ i $B(0, a, 1)$, a dobija se presekom ravni $x = 0, y = 0, z = 0$, sa onim delom cilindrične površi $x^2 + y^2 = a^2$ koji leži u prvom oktantu i za koji je $0 < z < 1$.

3. Naći zapreminu tela ograničenog sa površima

$$x^2 + y^2 = 1, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 = 4 - z,$$

pri čemu je $x^2 + y^2 \leq 1$.

4. Neka je $u = \frac{x}{x^2 + y^2} + x$ realni deo analitičke funkcije $w = f(z)$ za koju je $f(i) = 0$. Naći funkciju $w = f(z)$.

5. Data je funkcija

$$f(z) = \frac{e^z(z-1) + 1}{z^k(z-1)} \quad k \in \mathbb{N}.$$

(a) Odrediti k tako da tačka $z = 0$ bude pol trećeg reda funkcije $f(z)$.

(b) Za tako određeno k izračunati

$$\int_L f(z) dz,$$

gde je $L = |z - \frac{1}{2}| = 1$.

6. Pomoću funkcije $w = e^{\frac{2\pi z}{z-2a}}$, $a > 0$ preslikati oblast $|z-a| \geq a$, $|z| \leq 2a$, $\text{Im } z \leq 0$.

7. Razviti u Furijerov red funkciju

$$f(x) = \begin{cases} 3 & , \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 4x - x^2 & , \quad 1 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

Studenti smera E1 rade zadatke 1,2,3,4,5,6.

Studenti smera E2 rade zadatke 1,2,3,5,6,7.