

Elektrotehnički odsek
Drugi popravni kolokvijum iz Analize 2
8. februar 2007.

1. Funkciju $f(z) = \frac{\sin(z+1)i}{e^{z+1}}$ razviti u red u tački $z = 1$.
2. Izračunati $\int_L \frac{1}{z-2} e^{\frac{1}{z}} dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = r\}$, $r > 0$, $r \neq 2$ pozitivno orijentisana.
3. Preslikavanjem $w = \frac{1 - e^{(1-i)z}}{1 + e^{(1-i)z}}$ preslikati oblast

$$G = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > -\operatorname{Im} z, \operatorname{Re} z > \operatorname{Im} z, \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{2}\}.$$

4. Napisati teoremu koja daje dovoljan uslov za diferencijabilnost kompleksne funkcije kompleksne promenljive.
5.
 - a) Da li je funkcija $f(z) = z \sin z$ analitička u $\mathbb{C}$?
 - b) Naći $\int_L z \sin z dz$ gde je L polukružnica koja prolazi kroz tačke $(0,0)$, $(1,1)$ i $(2,0)$, orijentisana od tačke $(2,0)$ prema tački $(0,0)$.
 - c) Napisati jednačinu polukružnice L u četiri različita oblika. Napisati jednačinu krive L' u koju se polukružnica L preslikava inverzijom.
6. Bilinearno preslikavanje.
7. Naći $\Gamma(-\frac{3}{2})$ ako je $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$
8. Izračunati $(-1-i)^{(-1-i)}$.
9. Data je funkcija $f(z) = \frac{1}{z-i}$. Odrediti oblasti u kojima se vrednost funkcije $f(z)$ izračunava preko Tejlorovog, odnosno Loranovog razvoja u tački α , u zavisnosti od položaja tačke α u $\mathbb{C}$.

Elektrotehnički odsek, smer E1
Drugi kolokvijum iz Analize 2
21. januar 2007.

1. Funkciju $f(z) = \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{z+1}{z-1}\right)$ razviti u red u tački 1. ($\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$.)
2. Izračunati $\int_L \frac{z}{e^z - 1} dz$, ako je kriva $L = \{z \in C : |z| = 7\}$ pozitivno orijentisana.
3. Preslikavanjem $w = \frac{e^{(1+i)z} - 1}{e^{(1+i)z} + 1}$ preslikati oblast

$$G = \{z \in C : \operatorname{Re} z < -\operatorname{Im} z, \operatorname{Re} z < \operatorname{Im} z, \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > -\frac{\pi}{2}\}.$$

4. Data je funkcija $f(z) = \frac{z+1}{|z|^2}$, i oblast $G = \{z \in C : |z| \leq 1\}$.
 - a) Da li je funkcija $f(z)$ definisana u oblasti G ?
 - b) Da li postoji izvod funkcije $f(z)$ u oblasti $G \setminus \{0\}$?
 - c) Izračunati $\int_{|z|=1} f(z) dz$.
5. Data je funkcija $f(z) = \frac{\sin z}{z^3}$.
 - a) U kojoj tački $a \in C$ funkcija $f(z)$ ima singularitet?
 - b) Ispitati tip singulariteta funkcije $f(z)$ u tački a .
 - c) Pokazati da $f(z)$ u tački a ima singularitet određenog tipa proveravajući svaku od definicija tog tipa singulariteta.
6. Izračunati $(-1+i)^{(-1+i)}$.
7. Dokazati da je $e^{z+w} = e^z e^w$, za sve $z, w \in C$.
8. Neka je K kružnica u kompleksnoj ravni, sa centrom u tački $z_0 = -1+i$ i poluprečnikom $a = \sqrt{2}$.
 - a) Napisati jednačinu kružnice K u četiri različita oblika.
 - b) Naći krivu K' u koju se kriva K preslikava inverzijom i napisati jednačinu krive K' u različitim oblicima.