

Elektrotehnički odsek, smer E2
Drugi kolokvijum iz Analize 2
19. 1. 2013.

Predispitne obaveze

1. (2 poena) Rešiti jednačinu $e^z = \operatorname{ch} z$, gde je $\operatorname{ch} z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$.
2. Data je funkcija $f(x + iy) = e^{y^2 - x^2}(\cos 2xy - i \sin 2xy)$.
 - a) (2 poena) Pokazati da je ova funkcija analitička na $\mathbb{C}$ i predstaviti je kao funkciju promenljive z , gde je $z = x + iy$.
 - b) (1 poen) Izračunati $I = \int_L f(z) dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| = 1\}$ pozitivno orijentisana kružnica.
3. (2 poena) Data je funkcija $f(z) = \frac{e^z}{(z - 1)^2}$. Razviti funkciju u red u tački $z_0 = 1$. Izračunati $\operatorname{Res}[f(z), 1]$ (ostatak funkcije f u tački 1).
4. (1 poen) (a) Preslikavanjem $w = \frac{1}{z}$ preslikati skup $G = \{z \in \mathbb{C} : |z + i| = 1\}$.
(2 poena) (b) Preslikavanjem $w = e^{iz}$ preslikati skup $G_2 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}, \operatorname{Im} z > 0\}$.
5. (3 poena) Odrediti $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s + 7}{s^2 + 6s + 10}\right\}$.
6. (2 poena) Neka je data funkcija $f(x) = x^3$ za $x \in [-\pi, \pi]$. Koji koeficijenti u razvoju ove funkcije u Furijeov red su jednaki nuli? Ako je $F(x)$ Furijeov red funkcije $f(x)$, koliko je $F(2\pi)$?

Deo završnog ispita

1. (7 poena) Izračunati $\int_L \frac{\sin z}{z^3 - z^2 - z + 1} dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = r, r > 0, r \neq 1\}$ pozitivno orijentisana.
2. (7 poena) Razviti u red funkciju $f(z) = z^2 \cos \frac{1}{z - i}$ u tački $z = i$. Koliki je $\operatorname{Res}[f(z), i]$ (ostatak funkcije f u tački i)?
3. (7 poena) Preslikavanjem $w = \frac{i}{1 - e^{\frac{z - \pi}{z}}}$ preslikati oblast
 $G = \{z \in \mathbb{C} : |z + i| > 1, |z - \frac{\pi}{2}| < \frac{\pi}{2}, \operatorname{Im} z < 0\}$.
4. (5 poena) Funkciju $f(x) = |x|$, $x \in [-\pi, \pi]$, razviti u Furijeov red.
5. (5 poena) Primenom Laplasove transformacije rešiti diferencijalnu jednačinu $y'' + y' - 2y = 3 - 2t$ uz uslove $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.