

Elektrotehnički odsek, smer E2
Drugi kolokvijum iz Analize 2
14. 1. 2012.

Predispitne obaveze

1. (2 poena) Izračunati $(-1)^{(-i)}$.
2. Data je funkcija $f(z) = z - Im\ z$.
 - a) (2 poena) Da li je funkcija $f(z)$ analitička funkcija u $\mathbb{C}$? Zašto?
 - b) (2 poena) Izračunati $I = \int_L f(z)dz$, ako je kriva L duž koja spaja tačke $-i$ i 1 , orijentisana od tačke $-i$.
3. (2 poena) Data je funkcija $f(z) = \frac{e^{z^2}}{z^3}$. Razviti funkciju u red u tački $z_0 = 0$. Izračunati $Res[f(z), 0]$.
4. (2 poena) (a) Preslikavanjem $w = \frac{1}{z}$ preslikati skup $G = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| < 1\}$.
(1 poen) (b) Preslikavanjem $w = e^z$ preslikati skup $G_2 = \{z \in \mathbb{C} : Re\ z = 1, 0 < Im\ z < \frac{\pi}{2}\}$.
5. (3 poena) Odrediti $\mathcal{L}^{-1}\{\frac{s}{s^2 + 2s + 3}\}$.
6. (1 poen) Ako je funkcija $f(x)$ na intervalu $[-\pi, \pi]$ neparna, koji koeficijenti u razvoju funkcije $f(x)$ u Furijeov red su jednaki nuli?

Deo završnog ispita

1. (7 poena) Izračunati $\int_L \frac{\cos^2 z^2}{z^3 + z^2} dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = r, r > 0, r \neq 1\}$ pozitivno orijentisana.
2. (7 poena) Razviti u red funkciju $f(z) = (z^2 + 1) \sin \frac{1}{z-1}$ u tački $z = 1$. Koliki je ostatak funkcije $f(z)$ u tački $z = 1$?
3. (7 poena) Preslikavanjem $w = \frac{i}{1 - e^{\frac{\pi}{2}i \frac{z+1}{z}}}$ preslikati oblast
 $G = \{z \in \mathbb{C} : |z + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2}, Re\ z < 0, Im\ z < 0\}$.
4. (5 poena) Funkciju $f(x) = x, x \in [0, \pi]$, razviti u nepotpun Furijeov red po sinusima.
5. (5 poena) Primenom Laplasove transformacije rešiti diferencijalnu jednačinu $y'' - 2y' + y = t$ uz uslove $y(0) = 1, y'(0) = 2$.