

Elektrotehnički odsek
Drugi kolokvijum iz Analize 2
29. 1. 2013.

Predispitne obaveze

1. (2 poena) Izračunati $\operatorname{Ln}(i-1)^2$ i $\operatorname{Ln}(-2i)$. Da li je $\operatorname{Ln}z^2 = 2\operatorname{Ln}z$?
2. Data je funkcija $f(z) = |z|^2 \operatorname{Re} z$.
 - a) (1 poen) Da li je ova funkcija analitička na $\mathbb{C}$?
 - b) (2 poena) Izračunati $I = \int_L f(z) dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ pozitivno orijentisana.
3. (2 poena) Primenom Košijevih integralnih formula izračunati $\int_L \frac{\sin z}{(z+1)^2} dz$ ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ pozitivno orijentisana.
4. (2 poena) (a) Preslikavanjem $w = \frac{1}{z}$ preslikati skup $G = \{z \in \mathbb{C} : |z+i| = 1, \operatorname{Re} z > 0\}$.
(2 poena) (b) Preslikavanjem $w = e^z$ preslikati skup $G = \{z \in \mathbb{C} : -\pi < \operatorname{Im} z < 0, \operatorname{Re} z > 0\}$.
5. (2 poena) Odrediti $\mathcal{L}\{t \cos t\}$.
6. (2 poena) Neka je $F(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 3nx + b_n \sin 3nx$ Furijeov red funkcije $f(x)$ definisane za $x \in [-a, a]$. Koliko je a ?

Deo završnog ispita

1. (E1 9 poena, E2 7 poena) Izračunati $\int_L \frac{\sin z}{z^4 - z^3 - z + 1} dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 1\}$ pozitivno orijentisana.
2. (E1 9 poena, E2 7 poena) Razviti u red funkciju $f(z) = z^2 \sin \frac{1}{z+i}$ u tački $z_0 = -i$. Izračunati $\operatorname{Res}[f(z), -i]$ (ostatak funkcije f u tački $-i$).
3. (E1 7 poena, E2 6 poena) Preslikavanjem $w = \frac{2i}{z^2 - 4iz - 3}$ preslikati oblast $G = \{z \in \mathbb{C} : |z-2i| < 1, \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Im} z > 2\}$.
4. (E2 5 poena) Funkciju $f(x) = x$, $x \in [-\pi, \pi]$, razviti u Furijeov red.
5. (E2 5 poena) Primenom Laplasove transformacije rešiti diferencijalnu jednačinu $y'' + 2y' + 4y = 4 \cos 2t$ uz uslove $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.