**Studenti koji kod pitanja do zvezdica naprave više od tri greške nisu položili ispit!**
U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

---

# *Kolokvijum 2, 11.01.2009.*

- Za ravan $\alpha: \ y = 2x + 3$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y = a \ \wedge \ x + ay = 0$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (1, 2, 3)$ i $\vec{b} = (3, 2, 1)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki generatorne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$
  **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Ako je $\vec{a} = (0, 1, 1)$ i $\vec{b} = (1, 1, 0)$, tada je $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ____________ i $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____________

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = (2x, x)$ i $g(x, y, z) = (x, x)$ su:

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

******************************

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} ax & + & ay & = & 0 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
  **1)** kontradiktoran: ____________
  **2)** određen: ____________
  **3)** 1 puta neodređen: ____________
  **4)** 2 puta neodređen: ____________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $ABC$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{AT} =$

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (1, 2, 3)$ i $\vec{b} = (-2, -4, -6)$: $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, četvorka vektora $(a, b, c, d)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a, b, c)$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna za $V$. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Šta je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama. **1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neko $\alpha \in \mathbb{R}$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $det(A \cdot B) = det(A) + det(B)$ **2)** $det(\lambda A) = \lambda^3 det(A)$ **3)** $det(AB) = det(B)det(A)$
**4)** $rang(A \cdot B) = rang(A) \cdot rang(B)$ **5)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$ **6)** $A(BC) = (AB)C$
**7)** $(B + C)A = BA + CA$ **8)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **9)** $A - B = B - A$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0$
**2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\, f(y)$ **6)** $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$
**7)** $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det linearna

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (a^2x + b^3y - cx^2, 3y^a - 4b^y)$ ______________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x\sqrt{2}, a\sqrt{2})$ ______________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x + 1$ ______________________

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ nezavisna $n-$ torka vektorskog prostora $V$, $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$ baza prostora $V$ i neka je $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ generatorna za prostor $V$. Tada je
**1)** $m \le k \le n$ **2)** $n \le k \le m$ **3)** $n \le m \le k$ **4)** $k \le m \le n$ **5)** $k \le n \le m$ **6)** $m \le n \le k$

- Neka je data tačka $A$ sa svojim vektorom položaja $\vec{r}_A$, dat je vektor $\vec{a}$ i realan broj $d$. Odrediti vektor položaja tačke $B$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $d$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$ i $|\overrightarrow{AB}| = d$, a vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\vec{a}$ istog (suprotnog) smera.
$\vec{r}_B =$ ______________

- Neka je $k-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$ baza prostora $V$ i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_\ell)$ zavisna $\ell-$ torka vektora. Tada je: **1)** $k \le \ell$ **2)** $\ell \le k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
**1)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$, **dim** $U =$_____
**2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U =$_____
**3)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim**$U =$_____
**4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$ **dim** $U =$_____

- Neka je $a=(2,0,2)$, $b=(-3,0,3)$, $c=(1,0,-1)$, $d=(-1,0,1)$, $e=(0,1,0)$, $f=(1,0,0)$, $g=(2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V=L(a) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________ **2)** $V=L(a,b) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________

  **3)** $V=L(a,b,c) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________ **4)** $V=L(b,c,d) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________

  **5)** $V=L(b,c,e) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________ **6)** $V=L(e,f,g) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________

- Koje od tvrđenja je tačno ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$: **1)** $\det A=0 \Rightarrow \textbf{rang}\, A=0$ **2)** $\det A=0 \Rightarrow \textbf{rang}\, A=n$ **3)** $\det A=0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, A\le n-1$ **4)** $\textbf{rang}\, A=n \Rightarrow \det A\ne 0$ **5)** $\textbf{rang}\, A=n \Leftarrow \exists A^{-1}$

---

# *Kolokvijum 1, 12.02.2010.*

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$ skupa $A=\{1,2,3,4\}$ navesti

  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka je $f$ funkcija definisana sa $f=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&4&2&3\end{pmatrix}$. Tada je

  $f^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\ & & & \end{pmatrix}$, $f\circ f=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\ & & & \end{pmatrix}$, $f\circ f^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\ & & & \end{pmatrix}$.

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=x-x^3$ i $g(x)=-x+3$. Izračunati:
  **1)** $g^{-1}(x)=$ **2)** $(f\circ f)(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(g\circ f)(x)=$

- Funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=3^x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** bijektivna **3)** injektivna i nije sirjektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  **1)** $a'+a'=a'$ **2)** $a+(a')'=a$ **3)** $a+b=(ab)'$ **4)** $(a\cdot b)'=(a'+b')'$

- Za kompleksne brojeve $z_1=1+i$ i $z_2=-1-i$ izračunati
  $z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(z_1z_2)=$ $|z_2|=$

- Pri delenju polinoma $x^3-1$ sa $x^2+x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti slovo (ili slova) ispred struktura koja su grupoidi sa neutralnim elementom:
  **1)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **3)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $((0,\infty),\cdot)$

- Koje od navedenih struktura su polja:
  **1)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom ppolju $(F,+,\cdot)$:
  **1)** $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(F,\cdot)$ je asocijativni grupoid **3)** $(F,\cdot)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom **4)** operacija $+$ je komutativna

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Za funkciju $f:\mathbb{R}\to(0,\infty)$ koja preslikava grupu $(\mathbb{R},+)$ u grupu $((0,\infty),\cdot)$, definisanu sa $f(x)=2^x$, važi:

  **1)** $f$ je homomorfizam **2)** $f$ je izomorfizam **3)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je homomorfizam **4)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3+4)+3=$ _____ $2^{-1}=$ _____ $3^{-1}=$ _____ $-2=$ _____ $-3=$ _____
- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{C}$, tada je $p$: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog
- Neka su
$\rho_1=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(4,1),(3,1)\}$,
$\rho_2=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$,
$\rho_3=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(4,1),(1,5)\}$,
$\rho_4=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(5,2),(5,3),(1,5),(2,5),(3,5)\}$,
$\rho_5=\{(1,2)\}$
$\rho_6=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,2),(1,3),(2,3),(2,1),(3,1),(3,2),(4,5),(5,4)\}$
relacije skupa $\{1,2,3,4,5\}$. Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost: $\boldsymbol{\rho_1}$ : R S A T $\boldsymbol{\rho_2}$ : R S A T $\boldsymbol{\rho_3}$ : R S A T $\boldsymbol{\rho_4}$ : R S A T $\boldsymbol{\rho_5}$ : R S A T $\boldsymbol{\rho_6}$ : R S A T
- Broj rastućih funkcija skupa $\{1,2\}$ u skup $\{1,2,3,4\}$ je: __________ ($f$ je rastuća funkcija akko $x<y \Rightarrow f(x)<f(y)$ ). Broj neopadajućih funkcija skupa $\{1,2,3\}$ u skup $\{1,2,3,4\}$ je: __________ ($f$ je neopadajuća funkcija akko $x<y \Rightarrow f(x)\le f(y)$ ).
- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e)$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
**1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$:
**1)** $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1 \Rightarrow x=1$
**5)** $xy=0 \Rightarrow (x=0 \vee y=0)$ **6)** $(x=0 \vee y=0) \Rightarrow xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$
**8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1 \wedge xy=0$
- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
**1)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$
**5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$
- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
**5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$
- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$
**4)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2+t+1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$:
**1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i sledećih kompleksnih funkcija: $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z)=-\overline{z}$ je ____________________
$g(z)=iI_m(z)$ je ____________________
$A=\{z|(z-2)^5=2^5\}$ je ____________________
$B=\{z|(z\overline{z})^5=1\}$ je ____________________
$C=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ____________________
$D=\{z|\ |\arg z|=|\arg\overline{z}|\}$ je ____________________
$E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ____________________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Neka su $z_1 = 2+2i$, $z_2 = -3-i$ i $z_3 = -1-i$. Izračunati: $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{2,3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \qquad \}$.

---

# *Kolokvijum 2, 12.02.2010.*

- Za ravan $\alpha: \; x = z$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$, i koordinate jedne njene tačke $A( \quad , \quad , \quad )$.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y = 1 \;\wedge\; ax + ay = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (1,1,2)$ i $\vec{b} = (-3,-3,-6)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1),(0,1),(0,0,1)\big)$ **2)** $\big((1,2,3),(0,0,0),(0,4,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$ **4)** $\big((1,0,0)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,0),(3,0,0)\big)$

- $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Ako je $\vec{a} = (1,-1,-1)$ i $\vec{b} = (-1,1,1)$, tada je

  $\vec{a}\vec{b} =$ ________________, $\measuredangle(\vec{a},\vec{b}) =$ ________________ $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________________.

- Matrice linearnih transformacija $f(x,y,z) = (x, y+z)$ i $g(x,y) = (x+y, z, 0)$ su:

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -9 & -9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

- Za ravan $\alpha: \; 2x - y - z = 222$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$, jedan vektor $\vec{a} = ( \quad , \quad , \quad )$ paralelan sa $\alpha$ i koordinate jedne njene tačke $A( \quad , \quad , \quad )$.
  $(\vec{a} \times \vec{n}_\alpha) \| \alpha$? DA NE

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & ay & = & 0 \\ ax & + & 4y & = & b \end{array}$

  **1)** kontradiktoran: ________________
  **2)** određen: ________________
  **3)** 1 puta neodređen: ________________
  **4)** 2 puta neodređen: ________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $ABD$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$.
  $\overrightarrow{AT} =$

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (-1,-1,0)$ i $\vec{b} = (2,0,2)$: $\measuredangle(\vec{a},\vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a, b, c)$ je: **1)** nikad zavisna **2)** uvek zavisna **3)** uvek generatorna **4)** nikada generatorna **5)** može ali ne mora da bude baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a, b, \vec{0})$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \dots, a_n)$ generatorna. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od kvadratne matrice $A$ elementarnim transformacijama.
**1)** $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar $\alpha$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $det(A - B) = det(A) - det(B)$ **2)** $det(AB) = det(A)det(B)$ **3)** $det(\lambda A) = \lambda^2 det(A)$
**4)** $AB = BA$ **5)** $rang(A + B) = rang(A) + rang(B)$ **6)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$
**7)** $A(BC) = (AB)C$ **8)** $-A(-B + C) = AB - AC$ **9)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **10)** $A - B = -B + A$
**11)** $(AB)^2 = A^2B^2$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji $f^{-1}$ **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $V = W$
**4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\big(f(v_1), ..., f(v_n)\big)$ je nezavisna u $W$
**5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\big(f(v_1), ..., f(v_n)\big)$ je zavisna u $W$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z - 6b)$ ____________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \ f(x, y) = a^2x + y(bx + c^2)$ ____________________

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$ kroz ravan $\alpha : \ x+y+z = 3$.
$\vec{r}_T =$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F) \ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V) \ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V, \ x + y = y + x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F) \ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\exists \alpha \in F)(\exists y \in V) \ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F) \ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V) \ 0 \cdot x = 0$
**8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F) \ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee x = 0$

- Potreban i dovoljan uslov da prava $p$ bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je: ________________
i tada je $p$ potprostor dimenzije: __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (5, 0, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 2)$ i $\vec{c} = (2, -1, 0)$:
$\vec{x} =$

- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V = L(a) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a, b) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________
  **3)** $V = L(a, b, c) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b, c, d) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________
  **5)** $V = L(b, c, e) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e, f, g) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

## *Kolokvijum 1, 03.09.2010.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f$ i $f_0$ funkcije definisane sa $f = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\end{smallmatrix}\right)$ i $f_0 = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\1&2&3&4\end{smallmatrix}\right)$. Tada je
  $f^{-1} = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\ & & & \end{smallmatrix}\right) =$ $\quad f^{-1} \circ f = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\ & & & \end{smallmatrix}\right) =$ $\quad f \circ f = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\ & & & \end{smallmatrix}\right) =$ $\quad f \circ f^{-1} = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\ & & & \end{smallmatrix}\right) =$ .

- Neka su $f$ i $f_0$ funkcije iz prethodnog zadatka i neka je $\mathcal{G} = (\{f, f_0\}, \circ)$. Tada je $\mathcal{G}$:
  **1)** Grupoid **2)** Asocijativni grupoid (polugrupa) **3)** polugrupa sa neutralnim elementom
  **4)** Grupa **5)** Komutativna grupa

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred sruktura koja su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom.
  **a)** $(\mathbb{Z}, +)$ **b)** $(\{-1,0,1\}, +)$ **c)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ **d)** $(\{-1,1\}, \cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot)$ **f)** $(\{-2,-1,0,1,2\}, \cdot)$

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2^{-x}$ i $g(x) = -x + 3$. Izračunati:
  **1)** $g^{-1}(x) =$ **2)** $f^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ f)(x) =$
  **4)** $(f \circ g)(x) =$ **5)** $(g \circ f)(x) =$

- Funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ = (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 3^x$ je:
  **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** bijektivna
  **3)** injektivna i nije sirjektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

- Skup svih kompleksnih rešenja jednačine $z^3 = -8$ u algebarskom obliku je $\{ \quad , \quad , \quad \}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  **1)** $a'+a' = a'$ **2)** $a+(a')' = a$ **3)** $a+ab = a$ **4)** $a+ab = b$ **5)** $a+b = (ab)'$ **6)** $(a \cdot b)' = (a'+b')'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 1 - i$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $\quad z_1 \cdot z_2 =$ $\quad \frac{z_1}{z_2} =$ $\quad \arg \frac{z_1}{z_2} =$ $\quad \arg(z_1 z_2) =$ $\quad |z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Za funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ koja preslikava grupu $(\mathbb{R}, +)$ u samu sebe, definisanu sa $f(x) = 2x$, važi:
  **1)** $f$ je homomorfizam **2)** $f$ je izomorfizam **3)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je homomorfizam
  **4)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni bez delitelja nule: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
  **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- Ako je $p$ polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 2005, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, y > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\quad \rho_2$ : R S A T $\quad \rho_3$ : R S A T $\quad \rho_4$ : R S A T $\quad \rho_5$ : R S A T $\quad \rho_6$ : R S A T

- Broj rastućih funkcija skupa $\{1,2\}$ u skup $\{1,2,3,4,5\}$ je: __________ ($f$ je rastuća funkcija akko $x<y \Rightarrow f(x)<f(y)$ ). Broj neopadajućih funkcija skupa $\{1,2\}$ u skup $\{1,2,3,4,5\}$ je: __________ ($f$ je neopadajuća funkcija akko $x<y \Rightarrow f(x)\le f(y)$ ).

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f: A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln x^2$. Tada je $A=$ ______, $f($_____$)=1$ i $B=$ ______. Funkcija $f: A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$:
**1)** $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1 \Rightarrow x=1$
**5)** $xy=0 \Rightarrow (x=0 \vee y=0)$ **6)** $(x=0 \vee y=0) \Rightarrow xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$
**8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1 \wedge xy=0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
**1)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$
**5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
**5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$
**4)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4+t^2+1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$:
**1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i sledećih kompleksnih funkcija: $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z)=-\overline{z}$ je ____________________
$g(z)=iI_m(z)$ je ____________________
$A=\{z|(z-2)^5=2^5\}$ je ____________________
$B=\{z|(z\overline{z})^5=1\}$ je ____________________
$C=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ____________________
$D=\{z|\,|\arg z|=|\arg\overline{z}|\}$ je ____________________
$E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ____________________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f((e^{i\alpha})=0$. Zaokruži tačno: **1)** $x-e^{-i\alpha}\,|\,f(x)$ **2)** $x-e^{i\alpha}\,|\,f(x)$ **3)** $x-e^{i|\alpha|}\,|\,f(x)$ **4)** $x^2-2x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ **5)** $x^2-x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ **6)** $x^2+x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ **7)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,|\,f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{z\ |\ z\in\mathbb{C}\wedge|z-1|=1\}$, tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$, **c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\not\subseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\not\supseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Neka je $z=3+2i$, $u=1+i$ i $w=2-i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka _________, $\measuredangle zuw=$ _________, $\measuredangle wuz=$ _________. Da li je ugao $\measuredangle wuz$ pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{1,-3\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a\in\{\qquad\qquad\}$.

---

# *Kolokvijum 2, 03.09.2010.*

- Za ravan $\alpha:\ \ z=0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\qquad,\qquad,\qquad)$, i koordinate jedne njene tačke $A(\qquad,\qquad,\qquad)$.

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $ax-ay=1\wedge ax+ay=1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(0,0,0)$ i $\vec{b}=(-3,-3,-6)$ važi: **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix}3&3&3\\3&3&3\\3&3&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\1&0&1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0&1&1\\0&0&0\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&1\\0&0&1\\1&1&0\end{bmatrix}$$

- Ako je $B_1$ sredina duži $AC$, napisati $\overrightarrow{AB_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{BA}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{AB_1}=$

- Za koje $\beta\in\mathbb{R}$ su vektori $\vec{a}=(2\beta,2,-2)$ i $\vec{b}=(\beta,1,-1)$: **a)** kolinearni _______ **b)** ortogonalni _______

- Ako je $\vec{a}=(1,0,1)$ i $\vec{b}=(0,1,0)$, tada je $\vec{a}\vec{b}=$ __________________ i $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ __________________.

- Matrice i rangovi linearnih transformacija
$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$, $f(x)=(2x,3x)$ i $g,h,r,s:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $g(x,y,z)=(y,x+z)$, $h(x,y,z)=(x-y,0)$, $r(x,y,z)=(z,y)$, $s(x,y,z)=(x-y-z,z-x-y)$ i $p(x,y,z)=(0,0)$ su:

$M_f=$ $\qquad$ $M_g=$ $\qquad$ $M_h=$ $\qquad$ $M_r=$ $\qquad$ $M_s=$ $\qquad$ $M_p=$

$r(M_f)=$ $\qquad$ $r(M_g)=$ $\qquad$ $r(M_h)=$ $\qquad$ $r(M_r)=$ $\qquad$ $r(M_s)=$ $\qquad$ $r(M_p)=$

- Napisati jednačine prave $p(A,\vec{a})$ i ravni $\alpha(Q,\vec{n}_\alpha)$, za $A(1,1,1)$, $Q(5,5,5)$, $\vec{a}=(1,2,3)$ i $\vec{n}_\alpha=(3,4,1)$:

- Da li postoji linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ koja nije oblika $f(x,y)=(ax+by,cx+dy)$? DA NE

******************************

- Za ravan $\alpha:\ x-y+2z=1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\qquad,\qquad,\qquad)$, jedan vektor $\vec{a}=(\qquad,\qquad,\qquad)$ paralelan sa $\alpha$ i koordinate jedne njene tačke $A(\qquad,\qquad,\qquad)$.
$(\vec{a}\times\vec{n}_\alpha)\|\alpha$? DA NE

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcl} x&-&ay&=&0\\ ax&-&9y&=&b\end{array}$$
**1)** kontradiktoran: __________________
**2)** određen: __________________
**3)** 1 puta neodređen: __________________
**4)** 2 puta neodređen: __________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $BCD$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$.
$\overrightarrow{AT}=$

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a}=(-1,1,0)$ i $\vec{b}=(1,0,1)$: $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a,b,c,d)$ je: **1)** nikad zavisna **2)** uvek zavisna **3)** uvek generatorna **4)** nikada generatorna **5)** može ali ne mora da bude baza.

- Za prave $m: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n: \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{0})$ je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ je generatorna i zavisna. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od kvadratne matrice $A$ elementarnim transformacijama.
**1)** $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar $\alpha$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $det(A-B) = det(A) - det(B)$ **2)** $det(AB) = det(A)det(B)$ **3)** $det(\lambda A) = \lambda^2 det(A)$
**4)** $AB = BA$ **5)** $rang(A+B) = rang(A) + rang(B)$ **6)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$
**7)** $A(BC) = (AB)C$ **8)** $-A(-B+C) = AB - AC$ **9)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **10)** $A - B = -B + A$
**11)** $(AB)^2 = A^2B^2$

- Ako je $f: V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji $f^{-1}$ **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $V = W$
**4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u $W$
**5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u $W$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z - 6b)$ ________________________________

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x,y) = a^2x + y(bx + c^2)$ ________________________________

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$ kroz ravan $\alpha:\ x+y+z = 3$.
$\vec{r}_T =$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\exists \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$
**8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee x = 0$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti sve vektorske podprostore:

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq R^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in R\}$ je podprostor:
**a)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 2x_2 = \ldots = nx_n\}$ **b)** $U = \{x \in R^n \mid x_1^2 = x_2^2\}$ **c)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 0\}$

- Linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x - y, 2x + ay)$ je izomorfizam akko $a \in$ __________

- Sistem linearnih jednačina $x + y + z = 0$, $x + y + az = 0$ nad $\mathbb{R}$ je neodređen akko $a \in$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (5, 0, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 2)$ i $\vec{c} = (2, -1, 0)$:
$\vec{x} =$

- Neka je $a=(0,0,0)$, $b=(1,0,1)$, $c=(1,0,-1)$, $d=(-1,0,1)$, $e=(1,1,1)$, $f=(1,0,0)$, $g=(2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V=L(a) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ _________ **2)** $V=L(a,b) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ _________

  **3)** $V=L(a,b,c) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ _________ **4)** $V=L(b,c,d) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ _________

  **5)** $V=L(b,c,e) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ _________ **6)** $V=L(e,f,g) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ _________

---

# *Kolokvijum 1, 29.09.2010.*

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.

  $>$: R S A T $\qquad$ $\rho=\{(-1,-1),(0,0),(1,1)\}$ : R S A T

- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{2x}$ i $g(x)=2x+1$. Izračunati:

  **1)** $f^{-1}(x)=$ **2)** $(f\circ g)(x)=$ **3)** $(g\circ f)(x)=$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

  **1)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\;\; f(x)=3-x$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\;\; f(x)=x^2$ **3)** $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\;\; f(x)=x^2$
  **4)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\;\; f(x)=x^2$ **5)** $f:(0,\frac{\pi}{2})\to(0,\infty),\;\; f(x)=\operatorname{tg}x$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\;\; f(x)=e^x$

- [*] Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:

  **1)** $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2=-1$ je $S=\{\qquad\qquad\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$:

  $Re(z)=\qquad$, $Im(z)=\qquad$, $|z|=\qquad$, $\arg(z)=\qquad$, $\overline{z}=\qquad$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:

  $e^{i\pi}=\qquad$ $2e^{i\frac{\pi}{2}}=\qquad$ $2e^{0\cdot i}=\qquad$ $e^{-i\pi}=\qquad$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}}=$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
  **1)** $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $((0,\infty),+)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^4+x^2+1$ sa $x^2+x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom:

  **1)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N},+)$ **4)** $(\{2k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Neka je $z=3+2i$, $u=1+i$ i $w=2-i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka _________, $\measuredangle zuw=$ _________, a $\measuredangle wuz=$ _________

- Za funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ koja preslikava grupu $(\mathbb{R},+)$ u grupu $(\mathbb{R}^+,\cdot)$, definisanu sa $f(x)=e^x$, važi:

  **1)** $f$ je homomorfizam **2)** $f$ je izomorfizam **3)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je homomorfizam
  **4)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$
  **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3+4)+3=$ _____ $2^{-1}=$ _____ $3^{-1}=$ _____ $-2=$ _____ $-3=$ _____

- Ako je $p$ polinom stepena 3 nad nekim poljem $F$ i ako ima tačno jeedan u tom polju, tada je $p$: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y=2005, x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3=\{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N}, y>1\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T $\rho_6$ : R S A T

- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___.

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e)$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=\frac{\pi}{3}$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
  **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$.
  **1)** $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1\ \Rightarrow\ x=1$
  **5)** $xy=0\ \Rightarrow\ (x=0\ \vee\ y=0)$ **6)** $(x=0\ \vee\ y=0)\ \Rightarrow\ xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$
  **8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1\ \wedge\ xy=0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  **1)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$
  **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
  **5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$
  **4)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^3+t+1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$:
  **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{i\alpha})=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-e^{-i\alpha}\,|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\alpha}\,|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\alpha|}\,|\,f(x)$ **d)** $x^2-2x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$;**e)** $x^2-x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$;**f)** $x^2+x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$;**g)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,|\,f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$, **c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $c$ je $c\in\{$ $\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.

  $f(z)=\overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ________________________________________

$g(z) = -zi$ je ______________________________

$h(z) = z + i$ je ______________________________

$t(z) = -\overline{z}$ je ______________________________

$A = \{z | (z - (2+3i))^3 = 2 + 3i\}$ je ______________________________

$B = \{z | |z|^{2005} = 1\}$ je ______________________________

$C = \{z | \overline{z\overline{z}} = |z|\}$ je ______________________________

$D = \{z | z = \overline{z}\}$ je ______________________________

Da li je $B = C$: DA NE

## *Kolokvijum 2, 29.09.2010.*

- Ako je $\vec{a} = (2, -1, -1)$ i $\vec{b} = (-1, 3, -5)$, tada je

  $|\vec{a}| =$ ______________, $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ ______________, $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ______________.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$.

- Za ravan $\alpha: \ x - y + 2z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$, jedan vektor $\vec{a} = ( \quad , \quad , \quad )$ paralelan sa $\alpha$ i koordinate jedne njene tačke $A( \quad , \quad , \quad )$.
  $(\vec{a} \times \vec{n}_\alpha) \| \alpha$? DA NE

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & - & y & = & 0 \\ ax & - & y & = & 1 \end{array}$

  **1)** kontradiktoran: ______________
  **2)** određen: ______________
  **3)** 1 puta neodređen: ______________
  **4)** 2 puta neodređen: ______________

- Ako je $B_1$ sredina duži $AC$, napisati $\overrightarrow{AB_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{BA}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{AB_1} =$

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1), (0,1), (0,0,1)\big)$
  **2)** $\big((1,2,3), (0,0,0), (0,4,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0), (0,1,0)\big)$ **4)** $\big((1,0,0)\big)$ **5)** $\big((1,1,1), (2,2,0), (3,0,0)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Zaokružiti funkcije koje su linearne transformacije:
  **1)** $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x,y) = (x+y, \sin(x+y))$ **2)** $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad f(x,y) = (0,0,0)$
  **3)** $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad f(x,y,z) = (x+y, z, 2z)$ **4)** $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x^2 + y^2$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka je $ABCD$ paralelogram sa dijagonalama $AC$ i $BD$, neka je $T$ težište trougla $ABC$, i neka je $S$ sredina duži $CD$. Izraziti $\overrightarrow{TS}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = BC$: $\quad \overrightarrow{TS} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (2,-2,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,2,2)$ i $\vec{c} = (2,-1,0)$:
  $\vec{x} =$

- Izračunati vektore položaja $\vec{r_{Q'}}$ i $\vec{r_{Q''}}$ projekcija tačke $Q(1,0,-1)$ na pravu $a$ i ravan $\alpha$, ako je $A \in a$, $a \parallel \vec{a}$, $B \in \alpha$, $\vec{n} \perp \alpha$ i pri čemu je $A(1,1,-1)$, $\vec{a} = (-1,1,-1)$, $B(2,1,0)$, $\vec{n} = (1,1,2)$:
  $\vec{r_{Q'}} = (\quad,\quad,\quad)$ $\qquad$ $\vec{r_{Q''}} = (\quad,\quad,\quad)$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora $(a,b)$ je:
  **1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan, **4)** uvek generatoran, **5)** nikad generatoran, **6)** može a ne mora biti generatoran.

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ nezavisna **4)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ zavisna **5)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ nezavisna **6)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ zavisna

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (-1,1,0)$ i $\vec{b} = (1,0,1)$: $\measuredangle(\vec{a},\vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a,b,c,d)$ je: **1)** nikad zavisna **2)** uvek zavisna **3)** uvek generatorna **4)** nikada generatorna **5)** može ali ne mora da bude baza.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{0})$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1,\ldots,a_n)$ je generatorna. Tada je:
  **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od kvadratne matrice $A$ elementarnim transformacijama.
  **1)** $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar $\alpha$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
  **1)** $det(A-B) = det(A) - det(B)$ **2)** $det(AB) = det(A)det(B)$ **3)** $det(\lambda A) = \lambda^2 det(A)$
  **4)** $AB = BA$ **5)** $rang(A+B) = rang(A) + rang(B)$ **6)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$
  **7)** $A(BC) = (AB)C$ **8)** $-A(-B+C) = AB - AC$ **9)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **10)** $A - B = -B + A$
  **11)** $(AB)^2 = A^2B^2$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji $f^{-1}$ **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $V = W$
  **4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1,...,v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\big(f(v_1),...,f(v_n)\big)$ je nezavisna u $W$
  **5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1,...,v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\big(f(v_1),...,f(v_n)\big)$ je zavisna u $W$

- Za koje vrednosti parametara $a,b,c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z - 6b)$ ______________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = a^2x + y(bx + c^2)$ ______________________

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $p:\ \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-4}{2}$ kroz ravan $\alpha:\ x+y+z=3$.
$\vec{r}_T =$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V,F,+,\cdot)$:
**1)** $(\forall x,y\in V)(\forall\alpha\in F)\ \alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$ **2)** $(\forall x\in V)\ 1\cdot x=x$ **3)** $\forall x,y\in V,\ x+y=y+x$
**4)** $(\forall x\in V)(\forall\alpha,\beta\in F)\ (\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x$ **5)** $(\forall x\in V)(\exists\alpha\in F)(\exists y\in V)\ \alpha y=x$
**6)** $(\forall x\in V)(\forall\alpha\in F)\ (-\alpha)x=-(\alpha x)$ **7)** $(\forall x\in V)\ 0\cdot x=0$
**8)** $(\forall x\in V)(\forall\alpha\in F)\ \alpha x=0\Rightarrow\alpha=0\vee x=0$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ navesti sve vektorske podprostore:

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^n=\{x=(x_1,\dots,x_n)|x_1,\dots,x_n\in\mathbb{R}\}$ je podprostor:
**a)** $U=\{x\in\mathbb{R}^n\mid x_1=2x_2=\ldots=nx_n\}$ **b)** $U=\{x\in\mathbb{R}^n\mid x_1^2=x_2^2\}$ **c)** $U=\{x\in\mathbb{R}^n\mid x_1=0\}$

- Linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, $f(x,y)=(x-y,2x+ay)$ je izomorfizam akko $a\in$ __________

- Sistem linearnih jednačina $x+y+z=0$ , $x+y+az=0$ nad $\mathbb{R}$ je neodređen akko $a\in$ __________

---

# *Kolokvijum 1, 28.11.2010.*

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $\mathcal{A}=\{A,B,C\}$, gde je $A=\{a,b\}, B=\{b,c\}, C=\{a,b,c\}$ i navesti

najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
**1)** $f:(0,\frac{\pi}{2})\to(0,\infty),\ \ f(x)=\mathrm{tg}\,x$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=3-x$ **3)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$
**4)** $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
**1)** $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2=-1$ je $S=\{\qquad\qquad\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=-1-i$:
$Re(z)=$ , $Im(z)=$ , $|z|=$ , $\arg(z)=$ , $\overline{z}=$ .

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
$e^{i\pi}=$ $2e^{i\frac{\pi}{2}}=$ $2e^{0\cdot i}=$ $e^{-i\pi}=$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}}=$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
**1)** $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^4+x^2+1$ sa $x^2+x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
**1)** $z\overline{z}=|z|^2$ **2)** $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ **3)** $Im(z)=\frac{1}{2}(z+|z|)$ **4)** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$
**5)** $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$ **6)** $\overline{z}\in\mathbb{R}\ \Rightarrow\ z=\overline{z}$ **7)** $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2$ **8)** $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$
**9)** $z\neq 0\Rightarrow z^{-1}=|z|^{-2}\overline{z}$ **10)** $|z|=1\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$

- Izračunati:

**1)** $\arg(-13i) =$ **2)** $\arg(6) =$ **3)** $\arg(-9) =$ **4)** $\arg(2i) =$
**5)** $\arg(-1+i) =$ **6)** $\arg(-1+i\sqrt{3}) =$ **7)** $\arg(0) =$

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_3,+)$ i $(\mathbb{Z}_3,\cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

| + | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 1 | | | |
| 2 | | | |

| $\cdot$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 1 | | | |
| 2 | | | |

$-0 =$ , $-1 =$ , $-2 =$ $1^{-1} =$ , $2^{-1} =$ ,
$(2+2^3)^{-1} =$ , $((-1)^{-1}+2^3)^{-1} =$ , $(2+2^3)^2 =$ .

- Da li je $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(4,1),(3,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1,2,3,4,5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti

minimalne: , maksimalne: , najveći: i najmanji: element.

- Neka je $z = 3+2i$, $u = 1+i$ i $w = 2-i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka __________, a $\sphericalangle wuz =$ __________

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3+4)+3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- Ako je $p$ polinom stepena 4 nad nekim poljem $F$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je $p$: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{N} = \{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_\mathbf{1} = \{(x,3x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{2} = \{(x,y)|x+y=0, x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{3} = \{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{4} = \{(x,y)|x,y\in\mathbb{N}, xy<4\}$, $\rho_\mathbf{5} = \{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{6} = \mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_\mathbf{1}$ : R S A T $\rho_\mathbf{2}$ : R S A T $\rho_\mathbf{3}$ : R S A T $\rho_\mathbf{4}$ : R S A T $\rho_\mathbf{5}$ : R S A T $\rho_\mathbf{6}$ : R S A T

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0,\infty) = \mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f: A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f: A \to B$ je:
  **1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1}: O \to S$, $f^{-1} =$ _______, $O =$ _______, $S =$ _______

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$ i $B = \{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f|f: A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: B \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f|f: B \longrightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \xrightarrow{1-1} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: B \longrightarrow A \wedge f\underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___.

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f: A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2+e^{-1})$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = -1$ i $B =$ _______. Funkcija $f: A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B,+,\cdot,',0,1)$.
  **1)** $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
  **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
  **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x+y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
**1)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$
**5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
**5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$
**3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **4)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$
**9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2+t+1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$ nad poljem $\mathbb{R}$:
**1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha})=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-e^{-i\alpha}\,|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\alpha}\,|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\alpha|}\,|\,f(x)$
**d)** $x^2-2x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$;**e)** $x^2-x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$;**f)** $x^2+x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$;**g)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,|\,f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$,
**c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $c$ je $c\in\{\qquad\qquad\qquad\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.
$f(z)=\overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ______
$g(z)=-zi$ je ______
$h(z)=z+i$ je ______
$t(z)=-\overline{z}$ je ______
$A=\{z|(z-i)^3=i\}$ je ______
$B=\{z||z|^{2010}=1\}$ je ______
$C=\{z||z-i|^3=i\}$ je ______
$D=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ______

# *Kolokvijum 1, 23.01.2011.*

- Za ravan $\alpha:\ x=0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x-2y=2\ \wedge\ ax+2y=a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(-3,0,4)$ i $\vec{b}=(-8,1,-4)$ izračunati:
**1)** $|\vec{a}|=$ ______ **2)** $|\vec{b}|=$ ______ **3)** $\vec{a}-2\vec{b}=$ ______
**4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ______ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ______ **6)** $\cos\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=$ ______

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki nezavisne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
**1)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$
**4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = (2x, x)$, $g(x,y,z) = (x,x)$ $h(x) = 13x$ i $s(x,y,z) = 3x$ su:
$M_f =$ $\qquad$ $M_g =$ $\qquad$ $M_h =$ $\qquad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Odrediti sve vrednosti realnih parametara $a$ i $b$ za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & ay & = & 0 \\ & - & (a-1)y & = & a-1 \end{array}$$
**1)** kontradiktoran: __________
**2)** određen: __________
**3)** 1 puta neodređen: __________
**4)** 2 puta neodređen: __________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $ABC$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AT} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (3,3,2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, četvorka vektora $(a,b,c,d)$ je:
**1)** uvek zavisna $\quad$ **2)** nikad baza, $\quad$ **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a,b,c)$ je:
**1)** uvek nezavisna, $\quad$ **2)** uvek zavisna, $\quad$ **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
**1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ $\quad$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ $\quad$ **3)** $A \cdot A' = I$
**4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ $\quad$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ $\quad$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
**4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ $\quad$ **5)** $(AB)^2 = A^2 B^2$ $\quad$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
**7)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ $\quad$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
**a)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{x}$ $\quad$ **b)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{a}$ $\quad$ **c)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{x}$ $\quad$ **d)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{a}$ $\quad$ **e)**ništa od prethodnog

- Neka su $a, b$ i $c$ proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, b+c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, -a+b-2c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Vektri $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako:
**a) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **b) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **c) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **d)** $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda\vec{b}$
**e)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **f)** $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} = \lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a} = \vec{b})$ **g)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ **h)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0$
**2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$
**7)** $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$
**2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{1-1}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ nezavisna u prostoru $V$, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ generatorna za prostor $V$ i $\dim V = k$. Tada je
**1)** $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_{_A}$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}| = d$. Odrediti $\vec{r}_{_B}$ u zavisnosti od $\vec{r}_{_A}$, $\vec{a}$ i $d$, ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_{_B} =$

- Neka je $k-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$ baza prostora $V$ i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_\ell)$ zavisna $\ell-$ torka vektora. Tada je: **1)** $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:

  **1)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$, **dim** $U$=_____

  **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

  **3)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim**U= _____

  **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$ **dim** $U$=_____

- Neka je $a = (2, 0, 2)$, $b = (-3, 0, 3)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (0, 1, 0)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V = L(a, b, c) \Rightarrow dim(V) =$ _________ **2)** $V = L(a) \Rightarrow dim(V) =$ _________

  **3)** $V = L(a, b) \Rightarrow dim(V) =$ _________ **4)** $V = L(b, c, d) \Rightarrow dim(V) =$ _________

**5)** $V = L(b,c,e) \Rightarrow dim(V) =$ _________ **6)** $V = L(a,g) \Rightarrow dim(V) =$ _________
**7)** $V = L(e,f,g) \Rightarrow dim(V) =$ _________

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$
  **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \neq 0$,
  **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Za koje $a, b \in \mathbb{R}$ su $f$ i $g$ linearne transformacije i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (y3^{ax+b} - bz, y\sin(a-b))$ ________________________________

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (z - bxy, 1 + a^{x+a})$ ____________________________________

---

# *Kolokvijum 1, 04.02.2011.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Ako je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = ax^2 + ax + 2$, za koje vrednosti parametara $a$ funkcija $f$ je **1)** injektivna ____________, **2)** sirjektivna ____________, **3)** bijektivna ____________.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  **1)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a'$ **3)** $a + a' = a$ **4)** $a \cdot 0 = 0$ **5)** $1 \cdot 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_4, +)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su:
  $-0 =$ ____, $-1 =$ ____, $-2 =$ ____, $-3 =$ ____

- Za kompleksne brojeve $z_1 = i^2$ i $z_2 = i^3$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{1+x}$ i $g(x) = 1 + x$. Izračunati:
  **1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom:
  **1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(R, +, \cdot)$:
  **1)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$
  **9)** $a + (-a) = 0$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- U skupu $\mathbb{N} = \{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x,x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x,y) | x + y = 2011, x,y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x,x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x,y) | x,y \in \mathbb{N}, y > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x,2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T $\rho_6$ : R S A T

- Neka je $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,3,4\}$, i $f_1=\{(1,3),(2,4),(3,3)\}$, $f_2=\{(1,3),(3,4),(2,3),(4,4)\}$, $f_3=\{(3,3),(2,2),(4,4),(1,2)\}$, $f_4=\{(3,3),(2,3),(1,3),(3,2)\}$. Popuniti sa **da** ili **ne**:

| $\backslash$ | $f_i$ je funkcija | $f_i$ je funkcija skupa $A$ u skup $B$ | $f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$ | $f_i:\ A\overset{\text{na}}{\longrightarrow}B$ | $f:A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}B$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | |
| $f_2$ | | | | | |
| $f_3$ | | | | | |
| $f_4$ | | | | | |

- Neka je $A=\{a,b,c\}$, $f:A\to A$ i $g:A\to A$ funkcije definisane sa $f=\left(\begin{smallmatrix}a&b&c\\b&a&c\end{smallmatrix}\right)$, $g=\left(\begin{smallmatrix}a&b&c\\c&a&b\end{smallmatrix}\right)$. Tada je
$f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$, $\quad g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$, $\quad f\circ g=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$,
$(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$, $\quad g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$.

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$ **3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z)=-\overline{z}$ je ______________________

  $g(z)=I_m(z)$ je ______________________

  $A=\{z|(z-1-i)^5=32\}$ je ______________________

  $B=\{z|z\overline{z}=1\}$ je ______________________

  $C=\{z|z=\overline{z}\}$ je ______________________

  $D=\{z|\arg z=\arg\overline{z}\}$ je ______________________

  $E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ______________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Neka su $z_1=2+2i$, $z_2=-3-i$ i $z_3=-1-i$. Izračunati: $\sphericalangle z_2z_3z_1=$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Ako je $p$ nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{\qquad\qquad\}$

- Ako je $p$ svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{\qquad\qquad\}$

- Odrediti sve vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{C}$ za koje je polinom $p(x)=ax+b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{C}$:

- Neka je $\{-2,1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a\in\{\qquad\qquad\}$.

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ ______, $f($____$)=0$ i $B=$ ______. Funkcija $f:A\to B$ je:
  **1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
  **4)** bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ ______, $O=$ ______, $S=$ ______

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$, **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

---

# *Kolokvijum 2, 04.02.2011.*

- Vektor normale ravni $\alpha:\ z = x$ je: **1)** $(1,0,1)$ **2)** $(1,0,-1)$ **3)** $(0,1,0)$ **4)** $(-1,0,1)$ **5)** $(1,1,1)$
Koordinate jedne njene tačke su: **6)** $(0,0,0)$ **7)** $(1,0,0)$ **8)** $(0,1,0)$ **9)** $(0,0,1)$ **10)** $(1,1,1)$

- Sistem jednačina $ax + ay = a \ \wedge\ ax - ay = -a$ je
određen za: **1)** $a \neq 1$ **2)** $a \neq -1$ **3)** $a \neq 1 \wedge a \neq -1$ **4)** $a \neq 0$
neodređen za: **5)** $a = 1$ **6)** $a = 0$ **7)** $a = -1$
protivrečan za: **8)** $a = 1$ **9)** $a = 0$ **10)** $a = -1$ **11)** $a = -1 \wedge a = 1$

- Ako je $\vec{a} = (-2,2,1)$ i $\vec{b} = (1,-4,8)$, tada je:
**1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\cos\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- Ako je $a = \Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\Big)$ $b = \Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ $c = \Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$ $d = \Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$, tada su nezavisne u $\mathbb{R}^3$: **1)** a **2)** b **3)** c **4)** d

- Ako je $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, tada je:
**1)** $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^\top$ **2)** $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$ **3)** $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

- Ako je $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$, $B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$, tada:
**1)** $\det A$ je $0,\ 2$ **2)** $\det B$ je $3,\ 0,\ -3$ **3)** $\det C^{-1}$ je $5,\ -\frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ -5$

- Format $(m,n)$, matrice linearne transformacije **1)** $h(x) = 5x$ je (0,1),(1,0),(1,1); **2)** $f(x,y) = x + 2y$ je ( 2,2),(2,1),(1,2); **3)** $g(x,y) = (x, x-y, x+y)$ je (2,3),(3,2),(2,2); **4)** $s(x,y) = x$ je (2,1),(1,2),(1,1)
- Ispod svake matrice zaokružiti broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 0 1 2 $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ 0 1 2 $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ 0 1 2

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
**1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
**4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je skup $\mathcal{A} = \Big\{(i,j) | i \in \{1,2,\ldots,m\} \wedge j \in \{1,2,\ldots,n\}\Big\}$. Tada za matricu $M_{mn}$ nad poljem $\mathbb{R}$ važi:
**1)** $M_{mn} : \mathcal{A} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** $M_{mn}$ je linearna

- Vektori $a$ i $b$ nad poljem $\mathbb{R}$ su zavisni ako i samo ako je $\alpha a+\beta b=0$ i:
**1)** $\alpha^2+\beta^2=0$ **2)** $\alpha\neq 0\vee\beta\neq 0$ **3)** $|\alpha|+|\beta|=0$ **4)** $(\alpha,\beta)\neq(0,0)$ **5)** svaki od $\alpha$ i $\beta$ jednak nuli.

- Vektori $a$ i $b$ nad poljem $\mathbb{R}$ su nezavisni ako i samo ako $\alpha a+\beta b=0$ implicira:
**1)** $\alpha^2+\beta^2\neq 0$ **2)** $\alpha=0\wedge\beta=0$ **3)** $|\alpha|+|\beta|\neq 0$ **4)** $(\alpha,\beta)=(0,0)$ **5)** bar jedan od $\alpha$ i $\beta$ različit od nule.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su komplanarni ako i samo ako:
**a)** $\mathbf{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{bmatrix}=2$ **b)** $\mathbf{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{bmatrix}\leq 2$ **c)** $\mathbf{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{bmatrix}\leq 3$
**d)** $\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{vmatrix}=0$ **e)** $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **f)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$
**g)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2\neq 0$ **h)** $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $ABCD$ paralelogram, $S$ presek dijagonala $AC$ i $BD$, $T$ težište trougla $SCD$ i ako je $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, tada je:
**1)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$ **2)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{4}{5}\vec{b}$ **3)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{5}{6}\vec{b}$ **4)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$ **5)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{5}{6}\vec{b}$

- Ako je $\vec{x}=(5,4,3)$, $\vec{a}=(1,0,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$, $\vec{c}=(1,1,0)$ i $\vec{x}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}$, tada $(\alpha,\beta,\gamma)$ je:
**1)** (3,2,1) **2)** (2,3,1) **3)** (3,1,2) **4)** (1,2,3) **5)** (1,3,2) **6)** (2,-1,3) **7)** (2,2,3) **8)** (2,1,3) **9)** (2,3,3) **10)** (1,1,3)

- Neka je tačka $P$ presk ravni $\alpha:\vec{n}\vec{r}=\vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a:\vec{r}=\vec{r}_A+t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a}\neq 0$. Tada je: **1)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A+\frac{(\vec{r}_Q-\vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$.
**2)** $\vec{r}_P=\vec{r}_Q+\frac{(\vec{r}_A-\vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **3)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A+\frac{(\vec{r}_Q-\vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$. **4)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A-\frac{(\vec{r}_A-\vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **5)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A+\frac{(\vec{r}_Q-\vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$.

- Neka su $a,b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b,a+c,b+c)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora $a,b,c$.

- Neka su $a,b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b,a+c,-a+b-2c)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora $a,b,c$.

- Za prave $m:\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{5}$ i $n:\frac{x-5}{-6}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m\cap n=\emptyset\wedge m\nparallel n)$
**b)** paralelne su i različite $(m\parallel n\wedge m\neq n)$ **c)** poklapaju se $(m=n)$ **d)** seku se $(m\cap n=\{M\})$

- $\vec{a}\perp\vec{b}$ ako i samo ako: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **2)** $\vec{a}\vec{b}=0$ **3)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **4)** $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **5)** $\vec{a}=0$ **6)** $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|$.

- Broj svih linearnih transformacija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ za koje važi $f(xy)=f(x)f(y)$ je:
**a)** 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3 **e)** 4 **f)** 5

- Neka su matrice $A=[a_{ij}]_{nn}$ i $B=[b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda\in\mathbb{R}$ takav da je:
**1)** $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)\Rightarrow|det(A)|=\lambda\,|det(B)|$ **2)** $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)\Rightarrow det(A)=\lambda\,det(B)$
**3)** $|det(A)|=\lambda\,|det(B)|\Rightarrow\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)$ **4)** $det(A)=\lambda\,det(B)\Rightarrow\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)$

- Linearne transformacije su: **1)** ravanske simetrije **2)** osne simetije **3)** projekcije na ravan **4)** projekcije na pravu **5)** rotacije **6)** translacije **7)** kose projekcije **8)** $f(x)=x+1$ **9)** $f(x,y)=-3x+y$ **10)** $f(x)=(x,x)$

- Par $(\vec{a},\vec{b})$ je kolinearan ako je on par: **1)** nenula vektora **2)** različitih vektora **3)** neparalelnih vektora **4)** vektora istoga pravca **5)** za koji je $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **6)** za koji je $\vec{a}\vec{b}=0$ **7)** za koji je $\vec{a}=0$ **8)** zavisnih vektora.

- Trojka slobodnih vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je komplanarna ako je ona trojka: (nije ekvivalencija!)
**1)** nenula vektora **2)** različitih vektora **3)** paralelnih vektora **4)** vektora istoga pravca **5)** za koju je $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** za koju je $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **7)** zavisnih vektora **8)** vektora čiji pravci su paralelni istoj ravni.

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su podprostori i brojeve koji su ispred njihovih dimenzija.

  **1)** $U_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y\}$, $\mathbf{dim}U_1$ je: 0 1 2

  **2)** $U_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$, $\mathbf{dim}U_2$ je: 0 1 2

  **3)** $U_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 = 0\}$, $\mathbf{dim}U_3$ je: 0 1 2

  **4)** $U_4 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$, $\mathbf{dim}U_4$ je: 0 1 2

  **5)** $U_5 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$, $\mathbf{dim}U_5$ je: 0 1 2

- Neka je $a = (2,2,0)$, $b = (-3,3,0)$, $c = (1,-1,0)$, $d = (-1,1,0)$, $e = (0,0,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (1,2,0)$. Zaokružiti broj koji je dimenzija potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $V = L(b,c,d) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **2)** $V = L(e,f,g) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  **3)** $V = L(a,b) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **4)** $V = L(e,f,g) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  **5)** $V = L(b,c,e) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **6)** $V = L(a,b,c) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  **7)** $V = L(a,g) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda 3, tada je: **1)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A}= 3 \Leftarrow \det A \neq 0$, **2)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A}= 0$ **3)** $\det A=0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A} \leq 2$, **4)** $\det A=0 \Rightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A}= 3$ **5)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A}=3 \Rightarrow \det A \neq 0$, **6)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A}=3 \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
  **1)** $A(BC) = (AB)C$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **4)** $A - B = B - A$
  **5)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)rang(B)$ **7)** $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$
  **8)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:
  **1)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **2)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ **3)** $n^\top a = a^\top n$ **4)** $na = an$ **5)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$
  **6)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$

  Napomena: $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ [\lambda] \cdot A \overset{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda\, A$, za svaku matricu $A$.

---

# *Kolokvijum 1, 18.02.2011.*

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{N}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.

  $\rho_1 = \{(1,1),(2,2)\}$ : R S A T $\rho_2 = \{(1,1),(2,2),(1,2)\}$ : R S A T $\rho_2 = \{(1,2),(2,1),(1,3)\}$ : R S A T

- Neka je $f$ funkcija definisana sa $f = \binom{a\ b\ c}{c\ a\ b}$. Tada je

  $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  **1)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a$ **3)** $a + a' = a$ **4)** $a + 0 = 0$ **5)** $1 + 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koja su grupe:
  **1)** $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{C}, \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su prsteni:
  **1)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = -1 + i$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $|\frac{z_1}{z_2}| =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2^{-x}$ i $g(x) = -x + 3$. Izračunati:
**1)** $g^{-1}(x) =$ **2)** $f^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ f)(x) =$ **4)** $(f \circ g)(x) =$ **5)** $(g \circ f)(x) =$

- Funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ = (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 3^x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna
**2)** bijektivna **3)** injektivna i nije sirjektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

- Skup svih kompleksnih rešenja jednačine $z^3 = -8$ u algebarskom obliku je $\{ \quad , \quad , \quad \}$.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,3)\}$ skupa $A = \{1,2,3\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- U skupu $A_i$ definisana je relacija $\rho_i$: $A_1 = \mathbb{Z}$, $\rho_1 = \{(x,y)||x| = |y|\}$, $A_2 = \mathbb{Z}$, $\rho_2 = \{(x,y)|xy = 0\}$, $A_3 = \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $\rho_3 = \{(x,y)|\arg(x) = \arg(y)\}$, $A_4$ - skup slobodnih vektora, $\rho_4 = \{(\vec{x},\vec{y})|\vec{x} \times \vec{y} = \vec{0}\}$, $A_5$ - skup slobodnih vektora, $\rho_5 = \{(\vec{x},\vec{y})|\vec{x}\vec{y} = 0\}$,

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.
$\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A = \{5, 6, \cdots, 15\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $D = \{2, 4, 10, 100\}$, $E = \{3^n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{6\}$ u odnosu na relaciju poretka „deli"

| | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ |
|---|---|---|---|---|---|
| minimalni | | | | | |
| maksimalni | | | | | |
| najveći | | | | | |
| najmanji | | | | | |

- Neka je $\{2,3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je $a \in \{ \qquad \}$.

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 - 1)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
**1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna
**3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna

- Neka je $A = \{1,2,3,4\}$ i $B = \{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$$\left|\{f|f : A \longrightarrow B\}\right| = \_\_\_, \quad \left|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}\right| = \_\_\_, \quad \left|\{f|f : B \longrightarrow A \wedge f \nearrow\}\right| = \_\_\_, \quad \left|\{f|f : A \xrightarrow{na} B\}\right| = \_\_\_,$$
$$\left|\{f|f : B \longrightarrow A\}\right| = \_\_\_, \quad \left|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} A\}\right| = \_\_\_, \quad \left|\{f|f : A \longrightarrow B \wedge f\underline{\nearrow}\}\right| = \_\_\_, \quad \left|\{f|f : A \xrightarrow{na} A\}\right| = \_\_\_.$$

- Za koje vrednosti realnih parametara $a$ i $b$ formula $f(x) = ax^2 + bx$
**1)** definiše funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______________________________
**2)** definiše injektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______________________________
**3)** definiše sirjektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______________________________
**4)** definiše bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______________________________
**5)** definiše rastuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______________________________
**6)** definiše neopadajuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______________________________

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **1)** $x + y = (x'y')'$ **2)** $xy = (x' + y')'$
**3)** $xy = 1 \Rightarrow y = 1$ **4)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **5)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **6)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\rightarrow}} B$

- Implikacija $xy = 1 \Rightarrow$x=1 važi u: **1)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **4)** U Bulovoj algebri

- Algebarska struktura $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$ jeste grupa, gde je operacija $\cdot$ množenje po modulu:
**1)** 5 **2)** 6 **3)** 7 **4)** 8

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
**5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
**1)** $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ **3)** $(\{a + ai | a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{f | f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \circ)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Q}^+, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$
**4)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **6)** $(V, +, \times)$, gde je $V$ je skup slobodnih vektora **7)** $(\mathbb{R}, +, \cdot)$
**8)** $(\{3k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Proveriti koje od sledećih ekvivalencija i implikacija su tačne za svaki kompleksni broj $z$:
**1)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \geq 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \Big(R_e(z) \geq 0 \land z \neq 0\Big)$
**3)** $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$ **5)** $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$

- Ako je $\alpha = \arg e^{i\alpha}$, tada $\arg(-1 + e^{i\alpha})$ je: **1)** $\alpha + \pi$ **2)** $-\alpha + \pi$ **3)** $\frac{\alpha+\pi}{2}$ **4)** $\frac{\alpha-\pi}{2}$ **5)** $\in \{-\alpha, \alpha\}$ **6)** $-\frac{\alpha}{2}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A_i$ i kompleksnih funkcija $f_i : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f_i$.

$f_{\mathbf{1}}(z) = i\overline{z}$ je ____________________

$f_{\mathbf{2}}(z) = iz$ je ____________________

$f_{\mathbf{3}}(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ je ____________________

$A_{\mathbf{4}} = \{z |\ (z-1)^4 = 1\}$ je ____________________

$A_{\mathbf{5}} = \{z |\ |z-1|^4 = 1\}$ je ____________________

$A_{\mathbf{6}} = \{z |\ |z-1|^4 = i\}$ je ____________________

$A_{\mathbf{7}} = \{z |\ \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ____________________

- Zaokružiti brojeve koji su koreni odgovarajućih jednačina:
**1)** $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^2 = \bar{z}$, **2)** $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^3 = |z|$,
**3)** $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^4 = z$, **4)** $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^3 = 1$.

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

## *Kolokvijum 2, 18.02.2011.*

- Vektor normale ravni $\alpha :\ z = x$ je: **1)** $(1, 0, 1)$ **2)** $(1, 0, -1)$ **3)** $(0, 1, 0)$ **4)** $(-1, 0, 1)$ **5)** $(1, 1, 1)$
Koordinate jedne njene tačke su: **6)** $(0, 0, 0)$ **7)** $(1, 0, 0)$ **8)** $(0, 1, 0)$ **9)** $(0, 0, 1)$ **10)** $(1, 1, 1)$

- Sistem jednačina $ax + ay = a \ \land\ ax - ay = -a$ je
određen za: **1)** $a \neq 1$ **2)** $a \neq -1$ **3)** $a \neq 1 \land a \neq -1$ **4)** $a \neq 0$
neodređen za: **5)** $a = 1$ **6)** $a = 0$ **7)** $a = -1$
protivrečan za: **8)** $a = 1$ **9)** $a = 0$ **10)** $a = -1$ **11)** $a = -1 \land a = 1$

- Ako je $\vec{a}=(-2,2,1)$ i $\vec{b}=(1,-4,8)$, tada je:
**1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b}=$ **4)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ **5)** $\cos\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- Ako je $a=\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\Big)$ $b=\Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ $c=\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$ $d=\Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$, tada su nezavisne u $\mathbb{R}^3$: **1)** a **2)** b **3)** c **4)** d

- $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}=$ $\qquad$ $\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=$

$\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\0 & 1 & 1\\0 & 0 & -1\end{vmatrix}=$ $\qquad$ $\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\1 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\end{vmatrix}=$ $\qquad$ $det\begin{bmatrix}2 & 2\\1 & 2\end{bmatrix}^{-1}=$

- Format $(m,n)$, matrice linearne transformacije
**1)** $h(x)=(5x,x)$ je (0,1),(1,0),(2,1); **2)** $f(x,y,z)=x+2y$ je ( 2,2),(2,1),(1,3);
**3)** $g(x,y,z)=(x,z)$ je (2,3),(3,2),(2,2); **4)** $s(x,y)=x+y$ je (2,1),(1,2),(1,1)
- Ispod svake matrice zaokružiti broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix}2 & 0 & 6 & 4\\1 & 3 & 3 & 2\\1 & 0 & -3 & -2\end{bmatrix}$ 1 2 3 $\quad$ $\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}$ 1 2 3 $\quad$ $\begin{bmatrix}-1 & 1\\1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}$ 1 2 3 $\quad$ $\begin{bmatrix}2 & -1 & 1\\-4 & 2 & -2\end{bmatrix}$ 1 2 3

$\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$ 0 1 2 $\quad$ $\begin{bmatrix}2 & 0 & 2\\0 & 2 & 0\\2 & 0 & 4\end{bmatrix}$ 1 2 3 $\quad$ $\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\0 & 0 & 0\\-1 & 0 & 1\end{bmatrix}$ 1 2 3 $\quad$ $\begin{bmatrix}2\end{bmatrix}$ 0 1 2 $\quad$ $\begin{bmatrix}3 & 3\\3 & 3\end{bmatrix}$ 0 1 2

∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗

- Neka je $\psi:\mathbb{R}^3\to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3)=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})=\vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi:\mathbb{R}^3\to V$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
**1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$
**4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je skup $\mathcal{A}=\Big\{(i,j)|i\in\{1,2,\dots,m\}\wedge j\in\{1,2,\dots,n\}\Big\}$. Tada za matricu $M_{mn}$ nad poljem $\mathbb{R}$ važi:
**1)** $M_{mn}:\mathcal{A}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $M_{mn}:\mathcal{A}\xrightarrow{1-1}\mathbb{R}$ **3)** $M_{mn}:\mathcal{A}\xrightarrow{na}\mathbb{R}$ **4)** $M_{mn}:\mathcal{A}\xrightarrow[na]{1-1}\mathbb{R}$ **5)** $M_{mn}$ je linearna

- Vektori $a$ i $b$ nad poljem $\mathbb{R}$ su zavisni ako i samo ako je $\alpha a+\beta b=0$ i:
**1)** $\alpha^2+\beta^2=0$ **2)** $\alpha\neq 0\vee\beta\neq 0$ **3)** $|\alpha|+|\beta|=0$ **4)** $(\alpha,\beta)\neq(0,0)$ **5)** svaki od $\alpha$ i $\beta$ jednak nuli.

- Vektori $a$ i $b$ nad poljem $\mathbb{R}$ su nezavisni ako i samo ako $\alpha a+\beta b=0$ implicira:
**1)** $\alpha^2+\beta^2\neq 0$ **2)** $\alpha=0\wedge\beta=0$ **3)** $|\alpha|+|\beta|\neq 0$ **4)** $(\alpha,\beta)=(0,0)$ **5)** bar jedan od $\alpha$ i $\beta$ različit od nule.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su nekomplanarni ako i samo ako:

**a) rang** $\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\b_1 & b_2 & b_3\\c_1 & c_2 & c_3\end{bmatrix}=3$ **b) rang** $\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\b_1 & b_2 & b_3\\c_1 & c_2 & c_3\end{bmatrix}\leq 2$ **c) rang** $\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\b_1 & b_2 & b_3\\c_1 & c_2 & c_3\end{bmatrix}\leq 3$

**d)** $\begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\b_1 & b_2 & b_3\\c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix}\neq 0$ **e)** $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **f)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$

**g)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \Rightarrow\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **h)** $(\vec{a},\,\vec{b},\,\vec{c})$ je nezavisna.

- Ako je $ABCD$ paralelogram, $S$ presek dijagonala $AC$ i $BD$, $T$ težište trougla $SAB$ i ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, tada je: $\overrightarrow{DT} =$

- Ako je $\vec{x} = (5, 2, 1)$, $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 0)$, napisati $\vec{x}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$: $\quad \vec{x} =$

- Neka je tačka $P$ presk ravni $\alpha : \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a : \vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a} \neq 0$. Tada je: **1)** $\vec{r}_P = \vec{r}_Q + \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **2)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$. **3)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **4)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **5)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$.

- Neka su $a, b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, b + c, a + 2b + c)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b - c, a + b, -a)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora $a, b, c$.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

- $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a}\vec{b} = 0$ **3)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **4)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **5)** $\vec{a} = 0$ **6)** $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$.

- Broj svih linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ za koje važi $f(xy) = f(x)f(y)$ je:
**a)** 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3 **e)** 4 **f)** 5

- Neka su matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$ i $B = [b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda \in \mathbb{R}$ takav da je:
**1)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(B) \Rightarrow |det(A)| = \lambda\,|det(B)|$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(B) \Rightarrow det(A) = \lambda\, det(B)$
**3)** $|det(A)| = \lambda\,|det(B)| \Rightarrow \mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(B)$ **4)** $det(A) = \lambda\, det(B) \Rightarrow \mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(B)$

- Linearne transformacije su: **1)** ravanske simetrije u odnosu na ravan $\alpha \ni (0, 0, 0)$ **2)** kose projekcije **3)** translacije **4)** osne simetije u odnosu na na osu $\sigma \ni (0, 0, 0)$ **5)** projekcije na ravan $\alpha \ni (0, 0, 0)$ **6)** projekcije na pravu $\sigma \ni (0, 0, 0)$ **7)** rotacije sa centrom u $(0, 0, 0)$ **8)** $f(x) = x + 0$ **9)** $f(x) = (x, 0)$

- Par $(\vec{a}, \vec{b})$ je nekolinearan ako je on par: (nije ekvivalencija!)**1)** nenula vektora**2)** neparalelnih vektora **3)** vektora istoga pravca **4)** za koji je $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **5)** za koji je $\vec{a}\vec{b} = 0$ **6)** za koji je $\vec{a} \neq 0$ **7)** zavisnih vektora.

- Trojka slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nekomplanarna ako je ona trojka: (nije ekvivalencija!) **1)** nenula vektora **2)** različitih vektora **3)** neparalelnih vektora **4)** vektora različitog pravca **5)** za koju je $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ **6)** za koju je $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **7)** nezavisnih vektora **8)** vektora čiji pravci nisu paralelni istoj ravni.

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su podprostori i za one koji jesu napisati njihove dimenzije.
**1)** $U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y \vee x = -y\}$, $\mathbf{dim}\ U_1 =$
**2)** $U_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$, $\mathbf{dim}\ U_2 =$
**3)** $U_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 = -y^3\}$, $\mathbf{dim}\ U_3 =$
**4)** $U_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\}$, $\mathbf{dim}\ U_4 =$
**5)** $U_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$, $\mathbf{dim}\ U_5 =$
**6)** $U_6 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$, $\mathbf{dim}\ U_6 =$

- Neka je $a = (2, 2, 0)$, $b = (-3, 3, 0)$, $c = (1, -1, 0)$, $d = (-1, 1, 0)$, $e = (0, 0, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 2, 0)$.
**1)** $V = L(b, c, d) \Rightarrow dim(V) =$ **2)** $V = L(a, f, g) \Rightarrow dim(V) =$ **3)** $V = L(a) \Rightarrow dim(V) =$
**4)** $V = L(0, 0, 0) \Rightarrow dim(V) =$ **5)** $V = L(a, b) \Rightarrow dim(V) =$ **6)** $V = L(e, f, g) \Rightarrow dim(V) =$
**7)** $V = L(b, c, e) \Rightarrow dim(V) =$ **8)** $V = L(a, b, c) \Rightarrow dim(V) =$ **9)** $V = L(a, g) \Rightarrow dim(V) =$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$: **a)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\, A = 0$ **b)** $\mathbf{rang}\, A = n \Rightarrow \det A \neq 0$ **c)** $\mathbf{rang}\, A = 0 \Rightarrow \det A = 0$ **d)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \leq n - 1$, **e)** $\mathbf{rang}\, A = n \Rightarrow \det A \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $A(BC) = C(AB)$ **2)** $(B - C)A = BA - CA$ **3)** $(AB)^2 = (AB)(AB)$ **4)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
**5)** $A(-B) = -(AB)$ **6)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$ **7)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}$
**8)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ **2)** $na = an$ **3)** $n^\top a = a^\top n$
**4)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **5)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ **6)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$
Napomena: $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ [\lambda] \cdot A \stackrel{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda A$, za svaku matricu $A$.

---

# *Kolokvijum 2, 03.05.2011.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(3,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = \operatorname{arctg} x$ i $g(x) = \sqrt[3]{1+x}$. Izračunati:
**a)** $f^{-1}(x) =$ **b)** $g^{-1}(x) =$
**c)** $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a\,b\,c\,d \\ c\,d\,a\,b \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a\,b\,c\,d \\ b\,a\,d\,c \end{pmatrix}$ i $h = \begin{pmatrix} a\,b\,c\,d \\ d\,c\,b\,a \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c\,d \\ & & \end{pmatrix}$,
$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c\,d \\ & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c\,d \\ & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c\,d \\ & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
**1)** $ab + bc + ac + a = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a'$ **3)** $a + a' = 0$ **4)** $a \cdot 0 = 0$ **5)** $1 \cdot 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su:
$2^{-1} =$ ____, $3^{-1} =$ ____, $4^{-1} =$ ____,

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1+i)^2$ i $z_2 = 1 + i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{1+x}$ i $g(x) = 1 + x$. Izračunati:
**1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom: **1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R, +, \cdot)$:
**1)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$ **9)** $a + (-a) = 0$

- Funkcija $f : (-2, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x) = \sqrt{2+x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g : (-1, 0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ _______ , $g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ _____
- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x) =$
- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ definisana sa $f(x) = \frac{3}{x^3}$. Tada je: $f^{-1}(x) =$ , $(f \circ f)(x) =$ , $f(x+1) =$ , $f(\frac{1}{x}) =$ .
- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \arccos(x+1)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = \frac{3\pi}{4}$, $f($_____$) = \frac{\pi}{4}$ i $B =$ _______ , a $f : A \to B$ je: **a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna
- $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x, y, z, u\}$, $f_1 = \{(1, x), (2, y)\}$, $f_2 = \{(1, x), (2, y)(3, x)\}$, $f_3 = \{(1, u), (2, y), (3, x)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\setminus$ | $f_i$ je funkcija | $f_i :\ A \longrightarrow B$ | $f_i :\ \{1,2\} \longrightarrow B$ | $f_i :\ A \overset{1-1}{\longrightarrow} B$ | $f_i :\ A \overset{na}{\longrightarrow} B$ | $f : A \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\rightarrow}} B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |

- Funkcija $f : (-\pi, -\frac{\pi}{4}) \longrightarrow (-1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \longrightarrow (0, 1)$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y > 0, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, |x|) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, x > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T $\rho_6$ : R S A T
- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\right)$ **3)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z) = -\overline{z}$ je ________________________________

  $g(z) = I_m(z)$ je ________________________________

  $A = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ________________________________

  $B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je ________________________________

  $C = \{z | z = \overline{-z}\}$ je ________________________________

  $D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ________________________________

  $E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ________________________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset E$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $A \supseteq E$

- Neka su $z_1 = 2+2i$, $z_2 = -3-i$ i $z_3 = -1-i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$
Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljiv i koji je stepena:
**a)** 1 **b)** 2

- Ako je $p$ svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$:

---

- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{\quad\quad\}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{\quad\quad\}$ i skup svih mogućnosti za $c$ je $c \in \{\quad\quad\}$.

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$ i $B = \{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| = \_\_\_$,
$\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \to A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| = \_\_\_$.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada je:
**a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$
**e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$
**d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

---

# *Kolokvijum 2, 03.05.2011.*

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
**1)** kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave $p$:
$\vec{p} = (\quad , \quad , \quad )$, i koordinate jedne tačke prave $p$: $(\quad , \quad , \quad )$.

- Ako je $\vec{a} = (-1,1,0)$ i $\vec{b} = (0,-1,1)$, tada je:
**1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a,b,c,d)$ je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna,
**5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna,
**5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
**1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \ \vee \ \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((1,0,0),(0,1,0)\Big)$
**2)** $\Big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0)\Big)$ **4)** $\Big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\Big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x+2y, x-3y)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (x,z)$ su:

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
**1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$
**5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora $(a,b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, projekcije tačke $(1,1,1)$ na pravu $p: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
$\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a,b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$

**(a)** kontradiktoran: ________________
**(b)** određen: ________________
**(c)** 1 puta neodređen: ________________
**(d)** 2 puta neodređen: ________________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
**1)** $\{(0,t,1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0,1-t,t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0,2-t,t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0,0,1),(0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V,F,+,\cdot)$:
**1)** $(\forall x,y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x,y \in V,\ x+y = y+x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha,\beta \in F)\ (\alpha+\beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica $B$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama: **1)** $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge\ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$
**4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar $\alpha$ **6)** matrice $A$ i $B$ imaju iste karakteristične korene
**7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow\ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n > 1$ važi:
**1)** $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \dots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
**1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V = L(a) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ __________

  **3)** $V = L(a,b,c) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ __________

  **5)** $V = L(b,c,e) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju $f$ iz vektorskog prostora $V$ u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** $f$ uvek jeste izomorfizam **2)** $f$ uvek nije izomorfizam **3)** $f$ uvek jeste injektivna **4)** $f$ uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** $f$ bijekcija **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $f(V)$ je potprostor od $W$ **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\, f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\;\; f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z)$ ______________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\;\; f(x,y) = ax + bxy + cy$ ______________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\;\; f(x,y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ______________________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \land m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \land m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n \neq \emptyset \land m \nparallel n)$

---

## *Kolokvijum 1, 24.06.2011.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 1 + x^3$ i $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$. Izračunati:
**a)** $f^{-1}(x) =$ **b)** $g^{-1}(x) =$ **c)** $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$
**d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & a & b \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
**1)** $ab+b+a+a=(a+b)(a+1)$ **2)** $a'+a'=0$ **3)** $a+a'=1'$ **4)** $a\cdot 0=1'$ **5)** $1\cdot 0=0'$ **6)** $a+1=0'$

- Za kompleksne brojeve $z_1=(1-i)^2$ i $z_2=1-i^3$ izračunati

$z_1+z_2=$ $\qquad$ $z_1\cdot z_2=$ $\qquad$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\qquad$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $\qquad$ $|z_1+z_2|=$

- Pri delenju polinoma $x^3-3x^2+3x-1$ sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

**1)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=5x+7$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3$ **3)** $f:(-\infty,0]\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$
**4)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$ **5)** $f:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ f(x)=e^{-x}$ **6)** $f:(\frac{\pi}{2},\pi)\to(0,1),\ f(x)=\sin x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom: **1)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

******************************

- U grupi $(\mathbb{Z}_7\setminus\{0\},\cdot)$ neutralni element je ___, dok je:

$2^{-1}=$ ___, $3^{-1}=$ ___, $4^{-1}=$ ___, $5^{-1}=$ ___ , $6^{-1}=$ ___

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
**1)** $a(b+c)=ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grpoid
**4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0\Leftrightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab=0$
**7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$

- Funkcija $f:(-\infty,-2)\longrightarrow[2,\infty)$ definisana sa $f(x)=\sqrt{2-x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R},\ g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je

$g^{-1}(x)=$ _______ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x}{x-2}$. Tada je: $f^{-1}(x)=$
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{1}{x}$. Tada je:

$f^{-1}(x)=$ $\qquad$ , $\quad(f\circ f)(x)=$ $\qquad$ , $\quad f(x+1)=$ $\qquad$ , $\quad f(\frac{1}{x})=$ $\qquad$ .

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x+1)$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=1$, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______ , a $f:A\to B$ je: **a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$, gde su $x,y,z,u$ međusobno različiti elementi. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\setminus$ | $f_i$ je funkcija | $f_i:\ A\longrightarrow B$ | $f_i:\ \{1,2\}\longrightarrow B$ | $f_i:\ A\xrightarrow{1-1}B$ | $f_i:\ A\xrightarrow{na}B$ | $f:A\overset{1-1}{\underset{\text{na}}{\longrightarrow}}B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(0,-\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(-1,1)$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je:
  **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna
  **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- U skupu $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ date su relacije:
  $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y > 0, x, y \in \mathbb{Z}\}$,
  $\rho_3 = \{(x, |x|) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\quad$ $\rho_2$ : R S A T $\quad$ $\rho_3$ : R S A T $\quad$ $\rho_4$ : R S A T $\quad$ $\rho_5$ : R S A T $\quad$ $\rho_6$ : R S A T

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\Big(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\Big)$
  **3)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
  $f(z) = ze^{i\varphi}$ je ____________________
  $g(z) = -z$ je ____________________
  $A = \{2 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________________
  $B = \{z | z\overline{z} = 4\}$ je ____________________
  $C = \{z | z = -\overline{-z}\}$ je ____________________
  $D = \{z | \arg z = -\arg \overline{z}\}$ je ____________________
  $E = \{2 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________________
  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset E$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $A \supseteq E$

- Neka su $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2$ i $z_3 = 1$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{Q}$ i koji je stepena:
  **a)** 3 **b)** 2

- Ako je $p$ svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$:

  ________________________________________

- Neka je $\{1, 2, 3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{\qquad\}$ i skup svih mogućnosti za $c$ je $c \in \{\qquad\}$.

- Neka je $A = \{1, 2\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:
  $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada:
  **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$
  **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{3}}) = 0$, tada: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{3}} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{3}} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i\frac{2\pi}{3}} \mid f(x)$
  **d)** $x^2 - x + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - 2x + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 + x + 1 \mid f(x)$

## *Kolokvijum 2, 24.06.2011.*

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcl} y & + & z & = & 1 \\ y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
  **1)** kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je $\alpha$ ravan čija je jednačina $x+y=1$. Napisati jedan vektor normale ravni $\alpha$:
  $n_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$ i koordinate jedne tačke ravni $\alpha$: $( \quad , \quad , \quad )$.

- Ako je $\vec{a}=(-1,1,1)$ i $\vec{b}=(1,-1,1)$, tada je:
  **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b}=$ **4)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, trojka vektora $(a,b,c)$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna,
  **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna,
  **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu nezavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
  **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$ **5)** $\vec{a}=\vec{0}\ \vee\ \vec{b}=\vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki generatorne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$
  **2)** $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **3)** $\big((1,0,0)\big)$ **4)** $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 2&0&0&4\\2&3&1&2\\1&0&0&2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1&3&2\\0&0&0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1&1\\1&-1\\-1&1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2&1&1\\3&1&1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1\\0\\2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1&2&2\\0&2&0\\2&0&4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1&0&-1\\0&0&0\\-1&0&1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3&3\\3&3 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0&-1&2\\1&0&1 \end{bmatrix}=$ $\begin{vmatrix} 1&2&1\\0&1&1\\0&0&2 \end{vmatrix}=$ $\begin{vmatrix} 1&1&1\\1&1&0\\1&0&1 \end{vmatrix}=$ $\begin{bmatrix} -2&1\\-3&2 \end{bmatrix}^{-1}=$

- Matrice linearnih transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, $f(x,y)=(x,x)$ i $g:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $g(x,y,z)=(x,x)$ su:

✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻

- Neka je $\psi:\mathbb{R}^3\to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3)=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi:\mathbb{R}^3\to V$ uvek
  **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
  **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$
  **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, par vektora $(a,b)$ je: **1)** nekad generatoran, **2)** uvek nezavisan, **3)** uvek zavisan, **4)** nekad nezavisan a nekad zavisan. **5)** nikad generatoran, **6)** nikad baza.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, projekcije tačke $A(1,1,1)$ na ravan $\alpha : x = 2$. $\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$

  **(a)** kontradiktoran: __________________
  **(b)** određen: __________________
  **(c)** 1 puta neodređen: __________________
  **(d)** 2 puta neodređen: __________________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & 1 \\ & & y & - & z & = & 1 \end{array}$ je
  **1)** $\{(1+t, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(-t+3, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$,
  **3)** $\{(1,0,-1), (2,1,0)\}$, **4)** $\{(t+2, 1+t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$.

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u bar jednom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
  **1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x+y = y+x$
  **4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha+\beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
  **6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica $B$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama: **1)** $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge \ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$
  **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar $\alpha$ **6)** matrice $A$ i $B$ imaju iste karakteristične korene
  **7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow \ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n > 1$ važi:
  **1)** $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ **4)** $det(A^3B) = (det(A))^3 \cdot det(B)$

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ generatorna. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V = L(a) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________
  **3)** $V = L(a,b,c) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________
  **5)** $V = L(b,c,e) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (0,0,2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
  $\vec{x} =$

- Ako za funkciju $f$ iz vektorskog prostora $V$ u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : V \to W$ bijektivna linearna transformacija, tada: **1)** $f$ bijekcija **2)** $V$ i $W$ su izomorfni
  **3)** $f(V)$ je potprostor od $W$ **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku injektivnu linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$
  **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$
  **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (a^3 x + y^b, bx^2 - z)$ ________________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = ax + bxy + cy^3$ ________________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \ f(x, y) = (ax + b, x + a, 2^c + y)$ ________________________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-4}{-6} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{-1}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

---

# *Kolokvijum 1, 12.07.2011.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(1,3)\}$ skupa $A = \{1,2,3\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ definisane sa $f(x) = 1 - x^5$ i $g(x) = e^{-x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$
  **b)** $g^{-1}(x) =$ **c)**$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & d & c \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & c & d \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$,
  $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  **1)** $ab + a + a = (a + b)(a + 1)$ **2)** $a' + a = 0'$ **3)** $a \cdot a' = 1'$ **4)** $a \cdot 0 \cdot 1 = 1'$ **5)** $1 \cdot 0' = 0'$ **6)** $a + 1 = 0'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ i $z_2 = 1 + i$ izračunati
  $z_1 - z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 - z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 + x^2 + x + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija: **1)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3x - 7$
  **2)** $f : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}^-,\ \ f(x) = x^3$ **3)** $f : (-\infty, 0] \to (-\infty, 0],\ \ f(x) = -x^2$
  **4)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **5)** $f : \mathbb{R}^+ \to (0, 1),\ \ f(x) = e^{-x}$
  **6)** $f : (\frac{\pi}{2}, \pi) \to (0, -1),\ \ f(x) = \cos x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativne grupe: **1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\{\vec{0}\}, +)$ **6)** $(\{0\}, +)$ **7)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- U grupi $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 8, neutralni je ____, $3^{-1} =$ ____, $5^{-1} =$ ____, $7^{-1} =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R, +, \cdot)$:
  **1)** $a(b + c) = ab + ac$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je asocijativni grpoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$
  **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Funkcija $f : (-\infty, -6] \longrightarrow [2, \infty)$ definisana sa $f(x) = \sqrt{-2 - x}$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna. **3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ______________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ ______________

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x-1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=x^{-3}$. Tada je:

  $f^{-1}(x)=$ , $(f\circ f)(x)=$ , $f(x+1)=$ , $f(\frac{1}{x})=$ .
- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\operatorname{arctg}(x+1)$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=\frac{\pi}{4}$, $f($_____$)=-\frac{\pi}{4}$ i $B=$ _______ , a $f:A\to B$ je: **a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna
- $f_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $f_2=\{(x,x-1)|x\in\mathbb{N}\}$ , $f_3=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$, $f_4=\{(x+1,x)|x\in\mathbb{N}\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\setminus$ | $f_i$ je funkcija | $f_i:\ \mathbb{N}\longrightarrow\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\setminus\{1\}\longrightarrow\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\xrightarrow{1-1}\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\xrightarrow{na}\mathbb{N}$ | $f_i:\mathbb{N}\xrightarrow[na]{1-1}\mathbb{N}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |
| $f_4$ | | | | | | |

| $\setminus$ | $f_i:\ \mathbb{N}\to\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\setminus\{1\}\to\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\setminus\{1\}\xrightarrow{1-1}\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\setminus\{1\}\xrightarrow{na}\mathbb{N}$ | $f_i:\mathbb{N}\setminus\{1\}\xrightarrow[na]{1-1}\mathbb{N}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_4$ | | | | | |

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,-1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}]$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{6})\setminus\{-\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Ispitati da li je relacija deli relacija poretka u skupu $A=\{2,3,4,6,9,12,18,36\}$: DA NE, i ako jeste, odrediti
  minimalne elemente:
  maksimalne elemente:
  najveći element:
  najmanji element:

  Haseov dijagram:

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$ **3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z)=z\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ je ________________________________

  $g(z)=-\overline{z}$ je ________________________________

  $A=\{3-e^{-i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ________________________________

  $B=\{z|(z-1)\overline{z-1}=4\}$ je ________________________________

  $C=\{z|z=\overline{-z}\}$ je ________________________________

  $D=\{z|\arg(-z)=-\arg\overline{z}\}$ je ________________________________

  $E=\{3+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ________________________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset E$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $A\supseteq E$

- Neka su $z_1 = 2+2i$, $z_2 = 4+3i$ i $z_3 = 5+i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE
- Napisati bar jedan polinom nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{R}$ i koji je stepena:
  **a)** 2 **b)** 0
- Ako je $p$ nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je
- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{R}$:

---

- Neka je $\{3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{\qquad\}$ i skup svih mogućnosti za $c$ je $c \in \{\qquad\}$.
- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:
  $\Big|\{f|f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \overset{na}{\rightarrow} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f|f : B \rightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \rightarrow A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \rightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{na}{\rightarrow} B\}\Big| =$ ___.
- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$
- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{2}}) = 0$, tada: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$ **c)** $x - 1 \mid f(x)$ **d)** $x^2 + 1 \mid f(x)$ **e)** $x^2 - 2x + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 - 1 \mid f(x)$ **g)** $x + i \mid f(x)$

---

## *Kolokvijum 2, 12.07.2011.*

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (1, \alpha, -\alpha)$ i $\vec{b} = (1, \alpha, \alpha)$: **1)** kolinearni __________ **2)** ortogonalni __________
- Neka je $\alpha$ ravan čija je jednačina $z = 3$. Napisati jedan vektor normale ravni $\alpha$:
  $\vec{n}_\alpha = (\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne tačke ravni $\alpha$: $(\quad,\quad,\quad)$.
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki linearno nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $\big((0,3,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,3),(0,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **4)** $\big((0,0,0)\big)$
  **5)** $\big((1,1,1),(2,2,0),(3,0,0)\big)$ **6)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$ **7)** $\big((1,0,0),(2,0,0),(3,0,0)\big)$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y + z = a \ \wedge \ ax + ay + az = a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:
- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Matrica linearne transformacije $f(x, y) = (2y, x - y, 3x + y)$ je:

- Ako je $\vec{a} = (-1,1,1)$ i $\vec{b} = (1,-1,1)$, tada je:

  **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a}\times\vec{b} =$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, trojka vektora $(a,b,c)$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
  **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
  **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
  **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par kolinearnih vektora $(a,b)$ je:
  **1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Odrediti vrednosti parametara $a,b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 2 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$

  **(a)** kontradiktoran: __________
  **(b)** određen: __________
  **(c)** 1 puta neodređen: __________
  **(d)** 2 puta neodređen: __________

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije $A'$ tačke $A(3,5,2)$ na pravu $p$ određenu sa $x = 1 \wedge y = 1$: $\vec{r}'_A =$

- Diskutovati po $a$. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1,0,a)$, $(0,a,0)$ i $(a,0,1)$ je dimenzije:

  0 za $a \in$ , 1 za $a \in$ , 2 za $a \in$ , 3 za $a \in$ .

- Zaokružiti one skupove $V \subseteq \mathbb{R}^3$ za koje važi $(1,0,2) \in V$: **1)** $V = Lin\Big(\{(2,0,4)\}\Big)$
  **2)** $V = Lin\Big(\{(-8,10,4),(4,-5,-2)\}\Big)$ **3)** $V = Lin\Big(\{(-8,10,4),(4,-5,-2),(0,0,0)\}\Big)$
  **4)** $V = Lin\Big(\{(0,-1,1),(1,1,1)\}\Big)$ **5)** $V = Lin\Big(\{(0,0,0)\}\Big)$ **6)** $V = Lin\Big(\{(2,0,3),(4,0,5)\}\Big)$
  **7)** $V = Lin\Big(\{(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\}\Big)$

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** $\pi$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka je $p = (1,0,1)$, $q = (0,2,2)$, $r = (0,0,3)$, $s = (0,4,0)$. Sledeće $n$-torke vektora su generatorne u prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $(p,q,r)$ **2)** $(q,r,s)$ **3)** $(p,q,r,s)$ **4)** $(p,q)$ **5)** $(p,r)$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$: **1)** $Rang(A) = 0 \Rightarrow det(A) = 0$ **2)** $det(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(A) \leq n-1$ **3)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) \neq 0$ **4)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) = 0$.

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda $n$):
**1)** $A+(B+C)=(A+B)+C$ **2)** $(AB)^{-1} \Leftrightarrow (AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$ **3)** $\operatorname{rang}(AB)=\operatorname{rang}(A)\operatorname{rang}(B)$
**4)** $\operatorname{rang}(A+B)=\operatorname{rang}(A)+\operatorname{rang}(B)$ **5)** $AB=\mathbb{O} \Rightarrow (A=\mathbb{O} \vee B=\mathbb{O})$

- Ako je $f: V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** $f$ bijekcija **2)** $V$ i $W$ su izomorfni
**3)** $f(V)$ je potprostor od $W$ **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Koji od navedenih iskaza su tačni u vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$ **2)** $(\forall x, y, z \in V)\ (x+y)+z=x+(y+z)$
**3)** $(\forall x \in V)\ x+x=x$ **4)** $(\forall x, y, z \in V)\ (x \cdot y) \cdot z=x \cdot (y \cdot z)$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$ vektori $x$ i $\alpha \cdot x$ su linearno nezavisni **6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$ vektori $x$ i $\alpha \cdot x$ su linearno zavisni
**7)** $(\forall x \in V)$ je uređena 4-orka $(\{\alpha x \mid \alpha \in F\}, F, +, \cdot)$ podprostor prostora $(V, F, +, \cdot)$

- Neka je u proizvoljnom $(n+1)$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je ta $n$-torka za taj prostor $V$:
**a)** uvek generatorna **b)** nikad generatorna **c)** ništa od prethodno navedenog

- Za koje vrednosti parametara $a, b, \ldots \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z)=(ax+y^b, (b+1)x-y)$ ____________________________

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x,y)=ax+bxy+cy$ ____________________________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{ccccccc} x & - & y & & & = & 1 \\ & & y & - & z & = & 1 \end{array}$ je
**1)** $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(t+2, t+1, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$,
**3)** $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(1, 0, -1), (0, -1, -2)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u bar jednom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x=x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x+y=y+x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y=x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x=-(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x=0$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n>1$ važi:
**1)** $A^2(B^2C^3)=(A^2B^2)C^3$ **2)** $AB=BA$ **3)** $(A^2B^2)^{-1}=B^{-2}A^{-2}$ **4)** $det(A^3B)=(det(A))^3 \cdot det(B)$

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ zavisna. Tada je:
**1)** $k<n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k=n$ **4)** $k>n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

---

# *Kolokvijum 1, 02.09.2011.*

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.
$>$: R S A T $\qquad \rho=\{(-1,-1),(0,0),(1,1)\}$ : R S A T $\qquad \rho=R^2$ : R S A T

- Neka su $f:(0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g:(0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{2x}$ i $g(x)=2x+1$. Izračunati:
**1)** $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f \circ g)(x)=$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x)=$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x)=$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija: **1)** $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x)=\ln x$
**2)** $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x)=-x^2$ **3)** $f: \mathbb{R} \to (-\infty, 0],\ \ f(x)=-x^2$
**4)** $f:(-\infty, 0] \to (-\infty, 0],\ \ f(x)=-x^2$ **5)** $f:[-\frac{\pi}{4}, 0] \to [-1, 0],\ \ f(x)=\operatorname{tg} x$
**6)** $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x)=-\sqrt[3]{x}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
**1)** $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a \cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$.
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \sqrt{3} - i$:
  $Re(z) = \qquad$ , $Im(z) = \qquad$ , $|z| = \qquad$ , $\arg(z) = \qquad$ , $\overline{z} = \qquad$ .
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencialnom (ili trigonometrijskom) obliku:
  $5i =$
  $3 =$
  $-4 =$
  $-i =$
  $1 + i =$
  $-1 - i =$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
  **1)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **2)** $(\{1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$
- Neka su $P$ i $Q$ redom polinomi drugog i trećeg stepena. Tada je $dg(P + Q) =$ ____ i $dg(PQ) =$ ____
- Pri delenju polinoma $x^4 - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$
- U grupi $(\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 9, neutralni elemenat je ___ , a inverzni elementi su $1^{-1} =$ ___ , $2^{-1} =$ ___ , $4^{-1} =$ ___ , $5^{-1} =$ ___ , $7^{-1} =$ ___ , $8^{-1} =$ ___
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R, +, \cdot)$:
  **1)** $a(b + c) = ab + ac$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$
  **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$
- Funkcija $f : (-\infty, -2] \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{-2 - x}$ je:
  **1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
  **3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik
- Neka je $g : (-1, 0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1 - x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ _______ ,
  $g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ _____
- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x) =$
- Neka je funkcija $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x) = \sqrt{x}$. Tada je:
  $f^{-1}(x) = \qquad$ , $(f \circ f)(x) = \qquad$ , $f(x + 1) = \qquad$ , $f(\frac{1}{x}) = \qquad$ .
- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna:
  $\rho = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$ Dali postoji više od jedne takve relacije?
- Broj svih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ koje **nisu** antisimetrične je:
- Broj svih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ koje su simetrične je:

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$, $\rho=\{(x,x)|x\in A\}\cup\{(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5)\}$, $B=\{a,b,c,d\}$ i $\theta=\{(x,x)|x\in B\}\cup\{(a,c),(a,d),(c,d),(b,c),(b,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

$(A,\rho)$:

$(B,\theta)$:

| | $(A,\rho)$ | $(B,\theta)$ |
|---|---|---|
| minimalni | | |
| maksimalni | | |
| najveći | | |
| najmanji | | |

- Ako je $f:A\to B$ sirjektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 $\infty$

- Ako je $f:A\to B$ injektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 $\infty$

- Naći najveći podskup $A$ skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup $B$ skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x)=\ln(x^2-4)$ dobro definisana funkcija $f:A\to B$. Tada je $A=$ ___________ i $B=$ ___________. Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

$f(z)=z\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ___________________________

$g(z)=-i\bar{z}$ je ___________________________

$A=\{e^{i\psi}\ \mid\ e^{i\psi}=1\ \land\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ___________________________

$B=\{z|\ z=|z|\}$ je ___________________________

$C=\{z|z=\overline{-iz}\}$ je ___________________________

$D=\{z|\ 0\le\arg z\le\pi\ \land\ |z|\le 1\}$ je ___________________________

$E=\{1+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ___________________________

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $A=B$ **c)** $A\subseteq D$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $B\cap E=C$

- Neka su $z_1=1+4i$, $z_2=4+3i$ i $z_3=6+4i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\measuredangle z_1z_3z_2=$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_1z_3z_2=$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{Q}$ i koji je stepena:
**a)** 1 **b)** 2 **c)** 3

- Ako je $p$ nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti $a,b,c\in\mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x)=ax^2+bx+c$ svodljiv nad poljem $\mathbb{C}$: ___________

- Neka je $\{-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a\in\{$ $\}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b\in\{$ $\}$ i skup svih mogućnosti za $c$ je $c\in\{$ $\}$.

- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$\left|\{f|f:A\longrightarrow B\}\right|=$ ___, $\left|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\right|=$ ___, $\left|\{f|f:A\to B\land f\nearrow\}\right|=$ ___, $\left|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\right|=$ ___,
$\left|\{f|f:B\to A\}\right|=$ ___, $\left|\{f|f:A\to A\ \land\ f\nearrow\}\right|=$ ___, $\left|\{f|f:B\to A\land f\underline{\nearrow}\}\right|=$ ___, $\left|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\right|=$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{4}}) = 0$, tada: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **b)** $x - \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i) \mid f(x)$ **c)** $x - 1 \mid f(x)$ **d)** $x^2 + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **g)** $x + i \mid f(x)$

---

# *Kolokvijum 2, 02.09.2011.*

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (4, 2\alpha, \alpha)$ i $\vec{b} = (1, \alpha, -3\alpha)$:

  **1)** kolinearni ____________ **2)** ortogonalni ____________

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $p: \ x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave $p$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke $A$ prave $p$ koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih $n$-torki koje su GENERATORNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y = a \ \wedge \ x + ay = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Napisati matricu linearne transformacije $f(x,y,z) = (x,y)$ i odrediti njen rang :

- Ako je $\vec{a} = (2,-1,-2)$ i $\vec{b} = (-1,3,-2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ________________, $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________________, i $|\vec{a}| =$ ________________.

- Nekaje $ABCD$paralelogram. Izraziti vektor položaja $\vec{r}_A$ uzavisnosti od $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$ i $\vec{r}_D$. $\vec{r}_A =$____________

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku $T$ prodora prave $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha : x - y + z = 1$. $T(\quad,\quad,\quad)$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora uređena četvorka vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$, generatorna trojka $(a,b,c)$ je:
  **1)** uvek baza, **2)** uvek linearno nezavisna, **3)** nikad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x &+& ay &=& 2 \\ ax &+& ay &=& b \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: __________
  **(b)** određen: __________
  **(c)** 1 puta neodređen: __________
  **(d)** 2 puta neodređen: __________

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije $A'$ tačke $A(7,4,1)$ na pravu $p$ određenu sa $y=3\wedge z=5$: $\vec{r}_{A'} =$

- Diskutovati po $a$. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1,1,a)$, $(0,a,0)$ i $(a,0,1)$ je dimenzije:
  0 za $a\in$ , 1 za $a\in$ , 2 za $a\in$ , 3 za $a\in$ .

- Zaokružiti one skupove $V\subseteq\mathbb{R}^3$ za koje važi $(1,1,2)\in V$: **1)** $V=Lin\Big(\{(2,2,4)\}\Big)$
  **2)** $V=Lin\Big(\{(-8,-8,-16),(4,4,8)\}\Big)$ **3)** $V=Lin\Big(\{(-8,-8,-16),(4,4,8),(0,0,0)\}\Big)$
  **4)** $V=Lin\Big(\{(0,-1,1),(1,1,1)\}\Big)$ **5)** $V=Lin\Big(\{(0,0,0)\}\Big)$ **6)** $V=Lin\Big(\{(2,0,2),(4,0,2)\}\Big)$
  **7)** $V=Lin\Big(\{(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\}\Big)$

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m}=a\vec{b}-b\vec{a}$ i $\vec{n}=-\frac{\vec{a}}{a}+\frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** $\pi$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka je $p=(1,0,1)$, $q=(0,2,2)$, $r=(0,0,3)$, $s=(0,4,0)$. Koje $n$-torke su zavisne u prostoru $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $(p,q,r)$ **2)** $(q,r,s)$ **3)** $(p,q,r,s)$ **4)** $(p,q)$ **5)** $(p,r)$

- Neka su $\mathbf{a_1}=(a_{11},\dots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2}=(a_{12},\dots,a_{n2}),\dots,$ $\mathbf{a_n}=(a_{1n},\dots,a_{nn})$ vektori kolne matrice $A=A_{nn}=[a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V=\mathrm{Lin}(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\dots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$. Tada:
  **1.** $\det A\neq 0\Leftrightarrow \operatorname{rang} A<n$ **2.** $\det A\neq 0\Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A\le n$ **3.** $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A=0$
  **4.** $\dim V\neq 0\Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A\ge 1$ **5.** $\det A\neq 0\Leftrightarrow \dim V<n$ **6.**$(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A<n$

- Odrediti rang r matrice $A$ u sledeća 4 slučaja.
  $A=\begin{bmatrix} p & r & r & q \\ r & p & q & r \\ r & q & p & r \\ q & r & r & p \end{bmatrix}$ **a)** $(p,q,r)=(0,0,0)$; **b)** $(p,q,r)=(1,1,-1)$; **c)** $(p,q,r)=(1,-1,0)$; **d)** $(p,q,r)=(1,-3,1)$;
  **a)** r= **b)** r= **c)** r= **d)** r=

- Koje od tvrđenja je tačno ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$: **a)** $\det A=0\Rightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A}=0$
  **b)** $\det A=0\Rightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A}=n$ , **c)** $\det A=0\Leftrightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A}\le n-1$, **d)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A}=n\Rightarrow \det A\neq 0$.

- Neka je $A\sim B\Leftrightarrow$ kvadratne matrice $A$ i $B$ reda $n$ su ekvivalentne. Zaokruži tačno:
  **a)** $A\sim B\Rightarrow\Big(\det A=0\Leftrightarrow \det B=0\Big)$, **b)** $A\sim B\Leftrightarrow |\det A|=|\det B|$,
  **c)** $A\sim B\Rightarrow det(A)=\det B$, **d)** $\det A=\det B\neq 0\Rightarrow A\sim B$,
  **e)** $(\det A\neq 0\wedge \det B\neq 0)\Rightarrow A\sim B$, **f)** Ako je $\lambda\neq 0$, tada važi da $\det A=\lambda\det B\Rightarrow A\sim B$,
  **g)** $A\sim B\Rightarrow\Big(\det A\neq 0\Leftrightarrow \det B\neq 0\Big)$.

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi:
  **a)** $A(BC) = (AB)C$ **b)** $\det \lambda A = \lambda \det A$ **c)** $AB = BA$ **d)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
  **e)** $\det(AB) = \det A + \det B$ **f)** $\det(A + B) = \det A + \det B$ **g)** $\det(AB) = \det A \det B$

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice $A$ i $B$ ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
  **a)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\textbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, B = 0\Big)$, **b)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$,
  **c)** $A \sim B \Rightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **d)** $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$,
  **e)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(\textbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, B = 0\Big)$. **f)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$,

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda $n$):
  **1)** $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ **2)** $\text{rang}(A + B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$ **3)** $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$
  **4)** $AB = \mathbb{O} \;\Rightarrow\; (A = \mathbb{O} \,\vee\, B = \mathbb{O})$ **5)** $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$ **6)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
  **7)** $AA^{-1} = A^{-1}A$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada: **1)** $f$ je bijekcija **2)** $V$ i $W$ su izomorfni
  **3)** $f(V)$ je potprostor od $W$ **4)** $dim(V) \le dim(W)$ **5)** $dim(V) \ge dim(W)$

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & 1 \\ & & y & - & z & = & 1 \end{array}$ je
  **1)** $\{(0, t, 1 - t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(t + 2, t + 1, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$,
  **3)** $\{(0, 2 - t, t - 1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(1, 0, -1), (0, -1, -2)\}$,

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ **nezavisna.** Tada je:
  **1)** $k < n$ **2)** $k \le n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \ge n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

---

# *Kolokvijum 1, 16.09.2011.*

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{N}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R - refleksivnost S - simetričnost A - antisimetričnost T - tranzitivnost.
  **1)** $\le$: R S A T **2)** $>$: R S A T **3)** $\rho = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$ : R S A T **4)** relacija „deli”: R S A T

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{x}$ i $g(x) = -x + 1$. Izračunati:
  **1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$
  **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija: **1)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\; f(x) = \ln x$
  **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\; f(x) = -x^2$ **3)** $f : \mathbb{R} \to (-\infty, 0],\; f(x) = -x^2$
  **4)** $f : (-\infty, 0] \to (-\infty, 0],\; f(x) = -x^2$ **5)** $f : [-\frac{\pi}{4}, 0] \to [-1, 0],\; f(x) = \text{tg}\, x$
  **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\; f(x) = -\sqrt[3]{x}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  **1)** $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ je $S = \{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = 1 - i\sqrt{3}$:
  $Re(z) =$ , $Im(z) =$ , $|z| =$ , $\arg(z) =$ , $\overline{z} =$ .

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencialnom (ili trigonometrijskom) obliku:
  $5i =$
  $3 =$
  $-4 =$

$-i =$

$1 + i =$

$-1 - i =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
**1)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **2)** $(\{1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi drugog stepena, tada je $dg(P + Q) \in$ $dg(PQ) \in$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
**a)** $z\overline{z} = |z|^2$ **b)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **c)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **d)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **e)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
**f)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **g)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **h)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **i)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- U grupi $(\{1, 3, 7, 9\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 10, neutralni elemenat je ____ a inverzni elementi su $1^{-1} =$ ____ $3^{-1} =$ ____ $7^{-1} =$ ____ $9^{-1} =$ ____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R, +, \cdot)$:
**1)** $a(b + c) = ab + ac$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$
**8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna:
$\rho = \{$ $\}$ Da li postoji više od jedne takve relacije? DA NE

- Neka je $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 18\}$,
$\rho = \{(x, x) | x \in A\} \cup \{(2, 4), (2, 6), (2, 12), (2, 18), (3, 6), (3, 9), (3, 12), (3, 18), (4, 12), (6, 12), (6, 18), (9, 18)\}$
$B = \{a, b, c, d\}$ i $\theta = \{(x, x) | x \in B\} \cup \{(a, c), (a, d), (c, d), (b, c), (b, d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

$(A, \rho)$:

$(B, \theta)$:

| | $(A, \rho)$ | $(B, \theta)$ |
|---|---|---|
| minimalni | | |
| maksimalni | | |
| najveći | | |
| najmanji | | |

- Za svaku injektivnu funkciju $f$ postoje skupovi $A$ i $B$, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
**1)** uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada je $f : S \to S$ sirjekcija. DA NE

- Neka su $\rho_i$ relacije skupa $\mathbb{R}$: $\rho_\mathbf{1} = \{(x, x + 1) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_\mathbf{2} = \{(x, y) | x \in \mathbb{R},\ y \in [x - 1, x + 1]\}$, $\rho_\mathbf{3} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0 \ \wedge \ y \geq 0\}$, $\rho_\mathbf{4} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y^2 = x^2\}$,

Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
$\rho_\mathbf{1}$ : R S A T $\rho_\mathbf{2}$ : R S A T $\rho_\mathbf{3}$ : R S A T $\rho_\mathbf{4}$ : R S A T

- Naći najveći podskup $A$ skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup $B$ skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x-4)$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ __________ i $B =$ __________. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z) = z\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ____________________

  $g(z) = -i\bar{z}$ je ____________________

  $A = \{e^{i\psi} \mid e^{i\psi} = 1 \wedge \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________________

  $B = \{z |\ z = |z|\}$ je ____________________

  $C = \{z | z = \overline{-iz}\}$ je ____________________

  $D = \{z |\ 0 \leq \arg z \leq \pi \ \wedge\ |z| \leq 1\}$ je ____________________

  $E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $A = B$ **c)** $A \subseteq D$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $B \cap E = C$

- Neka su $z_1 = 1 + 4i$, $z_2 = 6 + 4i$ i $z_3 = 4 + 3i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\sphericalangle z_1 z_3 z_2 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_1 z_3 z_2 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ koji je nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$ i koji je stepena: **a)** 1 **b)** 2 **c)** 3

- Ako $p$ nije svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako je $p$ nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako $p$ nije svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako je $p$ nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti $a, b, c \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax^2 + bx + c$ svodljiv nad poljem $\mathbb{R}$: ____________

- Ako je $\{-1, 0, 1\}$ skup korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, tada je $a \in \{\quad\}$, $b \in \{\quad\}$ i $c \in \{\quad\}$.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(2-i) = 0$, tada: **a)** $x - (2-i) \mid f(x)$ **b)** $x - (2+i) \mid f(x)$ **c)** $x - 2 + i \mid f(x)$ **d)** $x^2 + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - 4x + 5 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **g)** $x + i \mid f(x)$

---

## *Kolokvijum 2, 16.09.2011.*

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (4, 2\alpha, 2\alpha)$ i $\vec{b} = (1, 1, \frac{1}{2}\alpha)$:

  **1)** kolinearni ____________ **2)** ortogonalni ____________

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $p : x + y = 3 \wedge x - y = -3$. Napisati jedinični vektor prave $p$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke $A$ prave $p$ koja je najbliža tački $O(1, 2, 0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih $n$-torki koje su NEZAVISNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$:
  **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$
  **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$
  **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Ako je $\vec{a} = (2,1,-1)$ i $\vec{b} = (-1,1,2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ $\qquad$ $\vec{a} \times \vec{b} =$ $\qquad$ $\sphericalangle\vec{a}\vec{b} =$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y + z = a \wedge ax + ay + az = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: $\qquad$ **2)** određen: $\qquad$ **3)** kontradiktoran:

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je $AC$ dijagonala. Tada u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_C$ izraziti težište $T$ trougla $ACD$. $\vec{r}_T =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$

- Koje funkcije $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ su linearna transformacija:
  **1)** $f(x,y,z) = (x,0,0)$ **2)** $f(x,y) = xy$ **3)** $f(x) = 2x + 1$

∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗∗

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
  **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
  **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
  **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku $T$ prodora prave $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha : x - y + z = 1$. $\quad T(\quad,\quad,\quad)$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora uređena četvorka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$, generatorna trojka $(a, b, c)$ je:
  **1)** uvek baza, **2)** uvek linearno nezavisna, **3)** nikad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & ay & = & 2 \\ ax & + & 4y & = & b \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: ____________
  **(b)** određen: ____________
  **(c)** 1 puta neodređen: ____________
  **(d)** 2 puta neodređen: ____________

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije $A'$ tačke $A(7,4,1)$ na pravu $p$ određenu sa $y = 3 \wedge z = 5$: $\quad \vec{r}_{A'} =$

- Diskutovati po $a$. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1,1,a)$, $(0,a,0)$ i $(a,0,1)$ je dimenzije:

  0 za $a \in$ , 1 za $a \in$ , 2 za $a \in$ , 3 za $a \in$ .

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = -a\vec{b} + b\vec{a}$ i $\vec{n} = -\frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** $0$ **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** $\pi$
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2})$, $\ldots$, $\mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada:
  **1.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang}\, A < n$ **2.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, A \leq n$ **3.** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A = 0$
  **4.** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, A \geq 1$ **5.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **6.**$(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \textbf{rang}\, A < n$

- Koje od tvrđenja je tačno ako su $A$ i $B$ kvadratne matrice reda $n$: **a)** $\textbf{rang}\, A < n \Rightarrow \textbf{rang}\, AB < n$ **b)** $\det A = 0 \Rightarrow \textbf{rang}\, \text{A} = n$ , **c)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, \text{A} \leq n-1$, **d)** $\textbf{rang}\, \text{A} = n \Rightarrow \det A \neq 0$.

- Neka je $A \sim B \Leftrightarrow$ kvadratne matrice $A$ i $B$ reda $n$ su ekvivalentne. Zaokruži tačno:
  **a)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0\Big)$ **b)** $A \sim B \Leftrightarrow |\det A| = |\det B|$ **c)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = \det B$
  **d)** $\det A = \det B \neq 0 \Rightarrow A \sim B$ **e)** $(\det A \neq 0 \wedge \det B \neq 0) \Rightarrow A \sim B$ **f)** Ako je $\lambda \neq 0$, tada važi da $\det A = \lambda \det B \Rightarrow A \sim B$ **g)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det B \neq 0\Big)$

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi:
  **a)** $A(BC) = (AB)C$ **b)** $\det \lambda A = \lambda \det A$ **c)** $AB = BA$ **d)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
  **e)** $\det(AB) = \det A + \det B$ **f)** $\det(A+B) = \det A + \det B$ **g)** $\det(AB) = \det A \det B$

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice $A$ i $B$ ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
  **a)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\textbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, B = 0\Big)$ **b)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$
  **c)** $A \sim B \Rightarrow |det(A)| = |det(B)|$ **d)** $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$
  **e)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(\textbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, B = 0\Big)$ **f)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda $n$):
  **1)** $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ **2)** $\text{rang}(A+B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$ **3)** $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$
  **4)** $AB = \mathbb{O} \Rightarrow (A = \mathbb{O} \vee B = \mathbb{O})$ **5)** $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$ **6)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
  **7)** $AA^{-1} = A^{-1}A$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
  **1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
  **4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
  **6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Zaokružiti vektorske prostore:

  **1)** $(V, \mathbb{R}, +, \times)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\times$ je vektorski proizvod slobodnih vektora **2)** $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\cdot$ je skalarni proizvod slobodnih vektora **3)** $(\mathcal{F}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{F} = \{f \mid \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, i za sve $\lambda \in \mathbb{R}$ i sve $f, g \in \mathcal{F}$ je $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ i $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$, $x \in \mathbb{R}$ **4)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica $2 \times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica **5)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica $2 \times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica skalarom

- Neka je u proizvoljnom $n$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $(n-1)$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_{n-1})$ nezavisna. Tada je ta $(n-1)$-torka za taj prostor $V$:

  **a)** uvek generatorna **b)** nikad generatorna **c)** nekad generatorna

- U proizvoljnom $n$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $(n+1)$-torka vektora $(a_1, \dots, a_{n+1})$ je:
  **a)** zavisna **b)** nezavisna **c)** za neke $(a_1, \dots, a_{n+1})$ je zavisna **c)** za neke $(a_1, \dots, a_{n+1})$ je nezavisna

- Diskutovati dimenziju vektorskog prostora $V = L(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generisanog sa vektorima ($\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c}$) za razne vektore $\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c}$, kao i njihove međusobne položaje (nularnost, kolinearnost i komplanarnost).

---

# *Kolokvijum 1, 30.09.2011.*

- Iza oznake svake od datih relacija, u odgovarajućem skupu, zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R - refleksivnost S - simetričnost A - antisimetričnost T - tranzitivnost.
  **1)** $\subseteq$: R S A T **2)** $\supset$: R S A T **3)** $\rho = \{(1,1), (2,2), (1,2)\}$ : R S A T **4)** $\Rightarrow$ : R S A T

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Izračunati:
  **1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$
  **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred funkcija koje su injektivne: **1)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$
  **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$ **3)** $f : \mathbb{R} \to (-\infty, 0]$, $f(x) = -x^2$
  **4)** $f : (-\infty, 0] \to (-\infty, 0]$, $f(x) = -x^2$ **5)** $f : [-\frac{\pi}{4}, 0] \to [-1, 0]$, $f(x) = \operatorname{tg} x$
  **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -\sqrt[3]{x}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja **NISU** tačna u proizvoljnoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  **1)** $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $z^2 = 2i$ je $S = \{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = 2 - 2i$:
  $Re(z) =$ , $Im(z) =$ , $|z| =$ , $\arg(z) =$ , $\overline{z} =$ .

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencialnom (ili trigonometrijskom) obliku:
  $5i =$
  $3 =$
  $-4 =$
  $-i =$
  $1 + i =$
  $-1 - i =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su **grupoidi**.
  **1)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **2)** $(\{1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi petog stepena, tada je $dg(P + Q) \in$ $dg(PQ) \in$

- Pri delenju polinoma $x^3 + x^2 + 1$ sa $x^2 + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje **nisu** tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **a)** $z\overline{z} = |z|^2$ **b)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **c)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **d)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **e)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
  **f)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **g)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **h)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **i)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^3 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi:
**1)** $dg(P) = 3$ **2)** $dg(P) \in \{1,3\}$ **3)** $dg(P) \in \{0,3\}$ **4)** $dg(P) \in \{0,1,3\}$ **5)** $dg(P) \in \{1,2,3\}$

- U grupi $(\{1,5,7,11\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 12, neutralni elemenat je ___ , i važi:
$1^{-1} =$ ___ , $5^{-1} =$ ___ , $7^{-1} =$ ___ , $11^{-1} =$ ___ , $7 \cdot 5 =$___

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(R,+,\cdot)$ bez delitelja nule:
**1)** $a(b+c) = ab + ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$
**8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1,2,3\}$ koja nije simetrična i nije antisimetrična:
$\rho = \{$ $\}$ Da li postoji više od jedne takve relacije? DA NE

- Neka je $A = \{1,2,3,4,6\}$, $\rho = \{(x,x)|x \in A\} \cup \{(1,2),(1,3),(1,4),(1,6),(2,4),(2,6),(3,6)\}$, $B = \{a,b,c,d\}$ i $\theta = \{(x,x)|x \in B\} \cup \{(a,c),(a,d),(c,d),(b,c),(b,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

$(A,\rho)$:

$(B,\theta)$:

| | $(A,\rho)$ | $(B,\theta)$ |
|---|---|---|
| minimalni | | |
| maksimalni | | |
| najveći | | |
| najmanji | | |

- Za svaku injektivnu funkciju $f$ postoje skupovi $A$ i $B$, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
**1)** uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada $f : S \to S$
**1)** je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Neka su $\rho_i$ relacije skupa $\mathbb{R}$: $\rho_1 = \{(x+1,x)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x,y)|x \in \mathbb{R},\ y = x^3\}$, $\rho_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2|xy > 0\} \cup \{(0,0)\}$, $\rho_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2|y^2 = x^2\}$,
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
$\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T

- Naći najveći podskup $A$ skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup $B$ skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \frac{1}{x^2}$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ ___________ i $B =$ ___________. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.
$f(z) = \overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ___________________________
$g(z) = -zi$ je ___________________________
$h(z) = z + i$ je ___________________________
$t(z) = -\overline{z}$ je ___________________________
$A = \{z|(z-i)^3 = i\}$ je ___________________________
$B = \{z||z|^{2011} = 1\}$ je ___________________________
$C = \{z||z-i|^3 = i\}$ je ___________________________

$D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______

- Neka su $u = 1 + i$, $v = 2 - 2i$ i $w = 4 - 3i$. Izraziti u zavisnosti od $u$, $v$ i $w$ ugao $\sphericalangle uvw =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle uvw =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A =$ ______, $f($____$) = 0$ i $B =$ ______. Funkcija $f : A \to B$ je:
**1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
**4)** bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1} =$ ______, $O =$ ______, $S =$ ______

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| = \_\_\_, \quad \Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| = \_\_\_, \quad \Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| = \_\_\_, \quad \Big|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}\Big| = \_\_\_,$$
$$\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| = \_\_\_, \quad \Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}\Big| = \_\_\_, \quad \Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| = \_\_\_, \quad \Big|\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}\Big| = \_\_\_.$$

- Odrediti $a, b, c \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax^2 + bx + c$ svodljiv nad poljem $\mathbb{C}$: ______

- Ako je $\{-1, 1\}$ skup svih korena od $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, tada je $a \in \{ \quad \}$, $b \in \{ \quad \}$ i $c \in \{ \quad \}$.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $e^{i\alpha} \notin \mathbb{R}$ i $f(e^{i\alpha}) = 0$, tada: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$
**c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$
**g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(i) = 0$, tada: **a)** $x - i \mid f(x)$ **b)** $x + i \mid f(x)$ **c)** $x \mid f(x)$ **d)** $x^2 + 1 \mid f(x)$
**e)** $x^2 - 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$

---

# *Kolokvijum 2, 30.09.2011.*

- Za koje $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (1, \alpha, 2)$ i $\vec{b} = (1, 1, \beta)$: **1)** kolinearni ______ **2)** ortogonalni ______

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $p: \ z = 3 \wedge y = 1$. Napisati jedinični vektor prave $p$: $\vec{p} = ( \quad , \quad , \quad )$ i koordinate tačke $A$ prave $p$ koja je najbliža tački $S(0, 3, 5)$: $A( \quad , \quad , \quad )$.

- $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1, 0, 0), (0, 1, 0)\big)$
**2)** $\big((1, 2, 3), (1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\big)$ **3)** $\big((1, 0, 0)\big)$ **4)** $\big((1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9), (-3, 5, -9)\big)$

- Ako je $\vec{a} = (1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (1, 0, 1)$, tada je
**1)** $|\vec{a}| =$ **2)** $|\vec{b}| =$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\sphericalangle \vec{a}\vec{b} =$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y = 1 \ \wedge \ x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je $AC$ dijagonala. Tada u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_C$ izraziti težište $T$ trougla $ABD$. $\vec{r}_T =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$

- Funkcije $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ su linearne transformacije:
**1)** $f(x,y,z) = (|x|, 0, 0)$, **2)** $f(x,y) = x + y$, **3)** $f(x) = 2x + 1$.

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^2 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
**1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
**4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku $T$ prodora prave $p : \frac{x+2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha : x - y + z = 1$. $T(\quad,\quad,\quad)$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora $V$ uređena trojka vektora $(\vec{k}, \vec{k} + \vec{j}, \vec{k} + \vec{j} + \vec{i})$ je:
**1)** nezavisna, **2)** zavisna, **3)** generatorna za $V$ **4)** baza prostora $V$

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$, generatorna trojka $(a, b, c)$ je:
**1)** uvek generatorna, **2)** nikad linearno nezavisna, **3)** nekad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & ay & = & 2 \\ ax & - & 4y & = & b \end{array}$
**(a)** kontradiktoran: __________
**(b)** određen: __________
**(c)** 1 puta neodređen: __________
**(d)** 2 puta neodređen: __________

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije $A'$ tačke $A(1,2,3)$ na pravu $p$ određenu sa $x = 8 \wedge z = 9$: $\vec{r}_{A'} =$

- Diskutovati po $a$. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1,1,a)$, $(0,a,0)$ i $(a,0,1)$ je dimenzije:

0 za $a \in$ , 1 za $a \in$ , 2 za $a \in$ , 3 za $a \in$ .

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = -a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = -\frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** $\pi$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \dots, a_{n2}), \dots,$ $\mathbf{a_n} = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \dots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada:
**1.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\, A < n$ **2.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \leq n$ **3.** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \dots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A = 0$
**4.** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \geq 1$ **5.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **6.** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \dots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A < n$

- Koje od tvrđenja je tačno ako su $A$ i $B$ kvadratne matrice reda $n$: **a)** $\mathbf{rang}\, A < n \Rightarrow \mathbf{rang}\, AB < n$
**b)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\, \mathrm{A} = n$ , **c)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, \mathrm{A} \leq n - 1$, **d)** $\mathbf{rang}\, \mathrm{A} = n \Rightarrow \det A \neq 0$.

- Neka je $A \sim B \Leftrightarrow$ kvadratne matrice $A$ i $B$ reda $n$ su ekvivalentne. Zaokruži tačno:
**a)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0\Big)$ **b)** $A \sim B \Leftrightarrow |\det A| = |\det B|$
**c)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = \det B$ **d)** $\det A = \det B \neq 0 \Rightarrow A \sim B$ **e)** $(\det A \neq 0 \wedge \det B \neq 0) \Rightarrow A \sim B$
**f)** Ako je $\lambda \neq 0$, tada važi da $\det A = \lambda \det B \Rightarrow A \sim B$ **g)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det B \neq 0\Big)$

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi:
**a)** $A(BC) = (AB)C$ **b)** $\det \lambda A = \lambda \det A$ **c)** $AB = BA$ **d)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
**e)** $\det(AB) = \det A + \det B$ **f)** $\det(A + B) = \det A + \det B$ **g)** $\det(AB) = \det A \det B$

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice $A$ i $B$ ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
**a)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\textbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, B = 0\Big)$ **b)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$
**c)** $A \sim B \Rightarrow |det(A)| = |det(B)|$ **d)** $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$
**e)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(\textbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \textbf{rang}\, B = 0\Big)$ **f)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda $n$): **1)** $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ **2)** $\text{rang}(A + B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$ **3)** $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ **4)** $AB = \mathbb{O} \ \Rightarrow \ (A = \mathbb{O} \ \vee \ B = \mathbb{O})$ **5)** $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$ **6)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **7)** $AA^{-1} = A^{-1}A$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$
**8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee x = 0$

- Zaokružiti vektorske prostore:

**1)** $(V, \mathbb{R}, +, \times)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\times$ je vektorski proizvod slobodnih vektora **2)** $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\cdot$ je skalarni proizvod slobodnih vektora **3)** $(\mathcal{F}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{F} = \{f \mid \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, i za sve $\lambda \in \mathbb{R}$ i sve $f, g \in \mathcal{F}$ je $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ i $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$, $x \in \mathbb{R}$ **4)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica $2 \times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica **5)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica $2 \times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica skalarom

- U proizvoljnom $n$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $(n + 2)$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_{n+2})$je:

**a)** uvek generatorna **b)** nikad generatorna **c)** nekad generatorna

- U proizvoljnom $n$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $(n + 1)$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_{n+1})$ je:

**a)** zavisna **b)** nezavisna **c)** za neke $(a_1, \ldots, a_{n+1})$ je zavisna **c)** za neke $(a_1, \ldots, a_{n+1})$ je nezavisna

- Diskutovati dimenziju vektorskog prostora $V = L(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generisanog sa vektorima $(\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c})$ za razne vektore $\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c}$, kao i njihove međusobne položaje (nularnost, kolinearnost i komplanarnost).

---

## *Kolokvijum 1, 09.10.2011.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f$ i $f_0$ funkcije definisane sa $f = \binom{1\,2\,3\,4}{4\,3\,2\,1}$ i $f_0 = \binom{1\,2\,3\,4}{1\,2\,3\,4}$. Tada je
$f^{-1} = \binom{1\,2\,3\,4}{\ } =$ $f^{-1} \circ f = \binom{1\,2\,3\,4}{\ } =$ $f \circ f = \binom{1\,2\,3\,4}{\ } =$ $f \circ f^{-1} = \binom{1\,2\,3\,4}{\ } =$ .

- Neka su $f$ i $f_0$ funkcije iz prethodnog zadatka i neka je $\mathcal{G} = (\{f, f_0\}, \circ)$. Tada je $\mathcal{G}$:
**1)** Grupoid **2)** Asocijativni grupoid (polugrupa) **3)** polugrupa sa neutralnim elementom **4)** Grupa
**5)** Komutativna grupa

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred sruktura koja su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom.
**a)** $(\mathbb{Z}, +)$ **b)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **c)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **d)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot)$ **f)** $(\{-2, -1, 0, 1, 2\}, \cdot)$

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2^{-x}$ i $g(x) = -x + 3$. Izračunati:
**1)** $g^{-1}(x) =$ **2)** $f^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ f)(x) =$ **4)** $(f \circ g)(x) =$ **5)** $(g \circ f)(x) =$

- Funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ = (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 3^x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna
**2)** bijektivna **3)** injektivna i nije sirjektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

- Skup svih kompleksnih rešenja jednačine $z^3 = -8$ u algebarskom obliku je $\{ \quad , \quad , \quad \}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
**1)** $a' + a' = a'$ **2)** $a + (a')' = a$ **3)** $a + ab = a$ **4)** $a + ab = b$ **5)** $a + b = (ab)'$ **6)** $(a \cdot b)' = (a' + b')'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 1 - i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg \frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_1 z_2) =$ $|z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________, a ostatak je ____________.

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Za funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ koja preslikava grupu $(\mathbb{R}, +)$ u samu sebe, definisanu sa $f(x) = 2x$, važi:
**1)** $f$ je homomorfizam **2)** $f$ je izomorfizam **3)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je homomorfizam
**4)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni bez delitelja nule: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
**2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- Ako je $p$ polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 2005, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, y > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T $\rho_6$ : R S A T

- Broj rastućih funkcija skupa $\{1, 2\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ je: __________ ($f$ je rastuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$ ). Broj neopadajućih funkcija skupa $\{1, 2\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ je: __________ ($f$ je neopadajuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$ ).

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln x^2$. Tada je $A =$ ______, $f($_____$) = 1$ i $B =$ ______. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna
**2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
**1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x + 1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
**5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \lor y = 0)$ **6)** $(x = 0 \lor y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
**8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \land xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
**1)** $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$
**5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
**5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$
**4)** $\big((0, \infty), +, \cdot\big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **9)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$:
**1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i sledećih kompleksnih funkcija:
$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z) = -\overline{z}$ je ______________________________
$g(z) = iI_m(z)$ je ______________________________
$A = \{z | (z - 2)^5 = 2^5\}$ je ______________________________
$B = \{z | (z\overline{z})^5 = 1\}$ je ______________________________
$C = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______________________________
$D = \{z | \, |\arg z| = |\arg \overline{z}|\}$ je ______________________________
$E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ______________________________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $e^{i\alpha} \notin \mathbb{R}$ i $f(e^{i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\alpha} \,|\, f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \,|\, f(x)$
**c)** $x - e^{i|\alpha|} \,|\, f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,|\, f(x)$

- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{z \mid z \in \mathbb{C} \wedge |z - 1| = 1\}$, tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$,
**c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka __________,
$\measuredangle zuw =$ __________, a $\measuredangle wuz =$ __________
Da li je ugao $\measuredangle wuz$ pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{1, -3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \qquad\qquad \}$.

# *Kolokvijum 2, 09.10.2011.*

- Za ravan $\alpha: \; z = 0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$, i koordinate jedne njene tačke $A( \quad , \quad , \quad )$.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $ax - ay = 1 \wedge ax + ay = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (0, 0, 0)$ i $\vec{b} = (-3, -3, -6)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Ako je $B_1$ sredina duži $AC$, napisati $\overrightarrow{AB_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{BA}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{AB_1} =$

- Za koje $\beta \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{a} = (2\beta, 2, -2)$ i $\vec{b} = (\beta, 1, -1)$: **a)** kolinearni _______ **b)** ortogonalni _______

- Ako je $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 1, 0)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ __________________ i $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ __________________.

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f(x) = (2x, 3x)$, $g(x, y, z) = (y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, su:

$M_f=$ $\qquad\qquad$ $M_g=$ $\qquad\qquad$ $M_h=$

$r(M_f) =$ $\qquad\qquad$ $r(M_g) =$ $\qquad\qquad$ $r(M_h) =$

- Napisati jednačine prave $p(A, \vec{a})$ i ravni $\alpha(Q, \vec{n}_\alpha)$, za $A(1, 1, 1)$, $Q(5, 5, 5)$, $\vec{a} = (1, 2, 3)$ i $\vec{n}_\alpha = (3, 4, 1)$:

- Da li postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ koja nije oblika $f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$? DA NE

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Za ravan $\alpha : \; x - y + 2z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$, jedan vektor $\vec{a} = ( \quad , \quad , \quad )$ paralelan sa $\alpha$ i koordinate jedne njene tačke $A( \quad , \quad , \quad )$.
$(\vec{a} \times \vec{n}_\alpha) \| \alpha$? DA NE

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & - & ay & = & 0 \\ ax & - & 9y & = & b \end{array}$
**1)** kontradiktoran: __________________
**2)** određen: __________________
**3)** 1 puta neodređen: __________________
**4)** 2 puta neodređen: __________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $BCD$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$.
$\overrightarrow{AT} =$

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (1, 0, 1)$: $\quad \measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a, b, c, d)$ je: **1)** nikad zavisna **2)** uvek zavisna **3)** uvek generatorna **4)** nikada generatorna **5)** može ali ne mora da bude baza.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \land m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \land m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)**seku se $(m \cap n = \{M\})$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{0})$ je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ je generatorna i zavisna. Tada je:
**1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od kvadratne matrice $A$ elementarnim transformacijama.
  **1)** $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar $\alpha$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
  **1)** $det(A - B) = det(A) - det(B)$ **2)** $det(AB) = det(A)det(B)$ **3)** $det(\lambda A) = \lambda^2 det(A)$
  **4)** $AB = BA$ **5)** $rang(A + B) = rang(A) + rang(B)$ **6)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$
  **7)** $A(BC) = (AB)C$ **8)** $-A(-B + C) = AB - AC$ **9)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **10)** $A - B = -B + A$
  **11)** $(AB)^2 = A^2B^2$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji $f^{-1}$ **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $V = W$
  **4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u $W$
  **5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u $W$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z - 6b)$ ____________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = a^2x + y(bx + c^2)$ ____________________

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$ kroz ravan $\alpha:\ x+y+z = 3$.
  $\vec{r}_T =$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
  **1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
  **4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\exists \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
  **6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$
  **8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \lor x = 0$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti sve vektorske podprostore.

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq R^n = \{x = (x_1, \dots, x_n) | x_1, \dots, x_n \in R\}$ je podprostor:
  **a)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 2x_2 = \ldots = nx_n\}$ **b)** $U = \{x \in R^n \mid x_1^2 = x_2^2\}$ **c)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 0\}$

- Linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - y, 2x + ay)$ je izomorfizam akko $a \in$ __________

- Sistem linearnih jednačina $x + y + z = 0$ , $x + y + az = 0$ nad $\mathbb{R}$ je neodređen akko $a \in$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (5, 0, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 2)$ i $\vec{c} = (2, -1, 0)$:
  $\vec{x} =$

- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$.
  Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a, b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
  **3)** $V = L(a, b, c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b, c, d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
  **5)** $V = L(b, c, e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e, f, g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________

---

## *Kolokvijum 1, 27.11.2010.*

- Za relaciju poretka $\subseteq$ skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C, D\}$, gde je $A = \{a, b\}, B = \{b, c\}, C = \{a, b, c\}, D = \{b\}$ i navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:

**1)** $f : (0, \frac{\pi}{4}) \to (0, \infty),\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$ **2)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3 - x$ **3)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^2$
**4)** $f : \mathbb{R} \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **5)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **6)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R},\ \ f(x) = \ln x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

**1)** $(a')' = a$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \sqrt{3} - i$:

$Re(z) =$ , $Im(z) =$ , $|z| =$ , $\arg(z) =$ , $\overline{z} =$ .

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:

$e^{i\pi} =$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $2e^{0 \cdot i} =$ $e^{-i\pi} =$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su komutativni, asocijativni, grupoidi sa neutralnim elementom.
**1)** $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^8 - 2x^4 + 1$ sa $x^2 + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________, a ostatak je ____________

✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻ ✻

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, \cdot)$ u kojoj je $\hbar$ neutralni element, a sa $x^{-1}$ je označen inverzni element od elementa $x$:
**1)** $a \cdot \hbar = \hbar$ **2)** $a^{-1} \cdot a = \hbar$ **3)** $\hbar \cdot \hbar = \hbar$ **4)** $\hbar^{-1} = \hbar$ **5)** $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$ **6)** $a \cdot a = a$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$ **1)** Ne postoji **2)** je linearni polinom **3)** je konstantni polinom

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
**a)** $z\overline{z} = |z|^2$ **b)** $\frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2}$ **c)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \ \Rightarrow\ z = \overline{z}$
**d)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **e)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ **f)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
**g)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **h)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **i)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^2\overline{z}$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Izračunati: **a)** $\arg(-13i) =$ **b)** $\arg(6) =$ **c)** $\arg(-9) =$ **d)** $\arg(2i) =$
**e)** $\arg(-1 + i) =$ **f)** $\arg(-1 + i\sqrt{3}) =$ **g)** $\arg(0) =$ **h)** $\arg(2 + i)(3 + i) =$

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_4, +)$ i $(\mathbb{Z}_4, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

| + | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

| $\cdot$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

$-0 =$ , $-1 =$ , $-2 =$
$1^{-1} =$ , $2^{-1} =$ ,
$(1 + 2^3)^{-1} =$ , $((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$ , $(2 + 2^3)^2 =$ .
Da li je $(\mathbb{Z}_4, +)$ Abelova grupa? DA NE.
Zaokruži tačan odgovor.

- Da li je $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (4,1), (3,1), (2,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram.

Odrediti

minimalne:

maksimalne:

najveći element:

i najmanji element:

- Neka je $z = 6$, $u = 4 + i$ i $w = 5 + 3i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka _________, a $\measuredangle wuz =$ _________

- Napisati primere konačnog prstena bez jedinice $(A, +, \cdot)$ i beskonačnog prstena bez jedinice $(B, +, \cdot)$.
$A =$ $B =$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad nekim poljem $\mathbb{R}$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je $p$: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, 1)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x, y)|x^2 = y^2, x, y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_3 = \{(x, 3x)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_4 = \{(x, y)|x \in \mathbb{R}, y \in [x, x + 1]\}$, $\rho_5 = \{(2, 5)\}$, $\rho_6 = \{(x^2, x)|x \in \mathbb{R}\}$
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.
$\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T $\rho_6$ : R S A T

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 1$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
**1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1}(x) =$ _______, $O =$ _______, $S =$ _______

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$\Big|\{f|f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \stackrel{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \stackrel{na}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f|f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \stackrel{1-1}{\longrightarrow} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f|f : A \setminus \{5\} \stackrel{na}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___.

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 - e)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = -1$ i $B =$ _______.
Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna
**2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Funkcija $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \ln x$: **1)** je izomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot)u(\mathbb{R}, +)$ **2)** je homomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot)u(\mathbb{R}, +)$ **3)** ima inverznu $f^{-1}$ **4)** $f^{-1}$ je homomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot)u(\mathbb{R}, +)$ **5)** $f^{-1}$ je izomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot)u(\mathbb{R}, +)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
**1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x + 1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
**5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
**8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1, 3, 5\}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1, 3, 5\}, +)$ **3)** $(\{f|f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **6)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$**4)** $(\{e^{i\theta}|\theta \in \mathbb{R}\}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, i, 1, -i\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su domeni integriteta: **1)** $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4+t^2+1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$ nad poljem $\mathbb{R}$:
  **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(a+ib)=0$, $b\neq 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-a+ib\,|\,f(x)$ **b)** $x-a-ib\,|\,f(x)$**c)** $x-e^{ia}\,|\,f(x)$ **d)** $x^2-2ax+a^2+b^2\,|\,f(x)$; **e)** $x^2+2ax+a^2+b^2\,|\,f(x)$; **f)** $x^2-ax+a^2+b^2\,|\,f(x)$; **g)** $x-e^{-ia}\,|\,f(x)$

- Ako je $A=\{e^{i\varphi}+e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$, **c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Neka je $\{i,-i\}$ skup nekih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih vrednosti za $a,b$ i $c$ je $a\in$ $b\in$ $c\in$

---

# *Kolokvijum 1, 23.01.2012.*

- Za ravan $\alpha:\ -x=2^2$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $x-y=1\wedge x-y=a$ nad poljem realnih brojeva je: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(-1,0,1)$ i $\vec{b}=(2,2,-1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ ________ **2)** $|\vec{b}|=$ ________ **3)** $\vec{a}-2\vec{b}=$ ________ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ________ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=$ ________

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki su generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$
  **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\1\\2\end{bmatrix}=$ $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}=$ $\begin{vmatrix}1&2&1\\1&1&0\\2&0&0\end{vmatrix}=$ $\begin{bmatrix}3&5\\1&0\end{bmatrix}^{-1}=$

- Matrice linearnih transformacija $f(x)=(2x,x,x)$, $g(x,y,z)=(x,x,0)$, $h(x,y)=x$ i $s(x,y,z)=x+y+z$ su:

  $M_f=$ $M_g=$ $M_h=$ $M_s=$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix}2&0&0&4\\2&3&1&2\\1&0&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}-2&2\\2&-2\\-2&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}5&1&1\\5&1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1\\3\\2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2&2&4\\0&2&0\\2&0&4\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&-1\\2&0&-2\\-1&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}3&3\\3&3\end{bmatrix}$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{aligned} ax - ay &= a\\ x - y &= a\end{aligned}$$
  **1)** kontradiktoran: ________
  **2)** određen: ________
  **3)** 1 puta neodređen: ________
  **4)** 2 puta neodređen: ________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $CD$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{PQ} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4, 4, 4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, petorka vektora $(a, b, c, d, e)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora $(a, b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
**1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$
**4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
**4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2 B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
**7)** $A(B + C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
**a)**$(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \perp \vec{x}$ **b)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{a}$ **c)**$(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \parallel \vec{x}$ **d)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{a}$ **e)**ništa od prethodnog

- Neka su $a, b$ i $c$ proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + 2c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako:
**1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
**5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda \vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$
**9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} = \lambda \vec{b}\ \vee\ \lambda \vec{a} = \vec{b})$ **10)** $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor **različit** od nule. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$
**2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(2xy) = f(x)f(2y)$ **4)** $f(xy) = x\, f(y)$ **5)** $f(x) = ax + 1$ za neko $a \in \mathbb{R}$
**6)** $f(2\lambda + v) = 2f(\lambda) + f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_1, x_1)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{i})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,3)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\stackrel{na}{\to}\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\stackrel{1-1}{\to}\mathbb{N}\cup\{0\}$
**5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\stackrel{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Ako je $f(0)=0$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako preslikava vektorski prostor u vektorski prostor

- Neka je $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1,c_2,\ldots,c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V=k$. Tada je
**1)** $m\le k\le n$ **2)** $n\le k\le m$ **3)** $n\le m\le k$ **4)** $k\le m\le n$ **5)** $k\le n\le m$ **6)** $m\le n\le k$

- Neka je $\vec{r}_{_A}$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}|=2$. Odrediti $\vec{r}_{_B}$ u zavisnosti od $\vec{r}_{_A}$ i $\vec{a}$, ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_{_B}=$

- Neka je $k-$ torka vektora $(b_1,b_2,\ldots,b_k)$ nezavisna i neka je $(d_1,d_2,\ldots,d_\ell)$ zavisna $\ell-$ torka vektora. Tada je: **1)** $k\le\ell$ **2)** $\ell\le k$ **3)** $k=\ell$ **4)** $\ell<k$ **5)** $\ell>k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
**1)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x+y=0\}$, **dim** $U=$_____
**2)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2+x^2=0\}$ **dim** $U=$_____
**3)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x\cdot 0=0\}$ **dim**U= _____
**4)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=z+0\}$ **dim** $U=$_____

- Neka je $a=(0,2,2)$, $b=(0,-3,3)$, $c=(0,1,-1)$, $d=(0,-1,1)$, $e=(1,0,0)$, $f=(0,1,0)$, $g=(0,1,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
**1)** $V=L(a,b,c)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **2)** $V=L(a)\Rightarrow dim(V)=$ _____
**3)** $V=L(a,b)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **4)** $V=L(b,c,d)\Rightarrow dim(V)=$ _____
**5)** $V=L(b,c,e)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **6)** $V=L(a,g)\Rightarrow dim(V)=$ _____
**7)** $V=L(e,f,g)\Rightarrow dim(V)=$ _____

- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i}+\vec{j}$ i na vektor $\vec{k}$. $\vec{n}=$

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$**rang** A$=0$
**2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A$\le n-1$, **3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=n$ **4)** **rang** A$=n\Rightarrow\det A\ne 0$,
**5)** **rang** A$=n\Leftarrow\det A\ne 0$, **6)** **rang** A$=n\Leftarrow\exists A^{-1}$

- Neka su $\mathbf{a_1}=(a_{11},\ldots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2}=(a_{12},\ldots,a_{n2}),\ldots,$ $\mathbf{a_n}=(a_{1n},\ldots,a_{nn})$ vektori kolone matrice $A=A_{nn}=[a_{i,j}]_{nn}$, neka je $V=$Lin$(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\ldots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je:
**1)** $\mathbf{a_1}=\ldots\mathbf{a_n}=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$ **2)** $\dim V=0\Leftrightarrow$ ***rang*** $A=0$
**3)** $\dim V=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}=\ldots\mathbf{a_n}=0$ **4)** $\dim V=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$
**5)** **rang** $A=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}=\ldots\mathbf{a_n}=0$ **6)** **rang** $A=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ i $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ su uvek oblika:
$f$ $g$ $h$

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna
**2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna
**2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ i svaku sirjektivnu linearna transformaciju $f:V\to V$ sledi da je transformacija $f$: **1)** injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ i svaku injektivnu linearna transformaciju $f : V \to V$ sledi da je transformacija $f$: **1)** sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** izomorfizam $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu $A$ važi: **1)** $f$ je injektivna **2)** postaoji $A^{-1}$ **3)** $n = m$ **4)** $f$ je sirjektivna **5)** $f$ je bijektivna **6)** $A$ je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skupsvih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $V$. Zakruži tačan odgovor DA NE

---

# *Kolokvijum 1, 03.02.2012.*

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $\mathcal{A} = \{\{b\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija: **1)** $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to (-1, 1)$, $f(x) = \sin x$ **2)** $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to (0, 1)$, $f(x) = \cos x$ **3)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ **4)** $f : \mathbb{R} \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ **5)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ **6)** $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$, $f(x) = e^{-x}$

- Napisati $SDNF$ Bulovog izraza $(x' + xy')'$:

- Skup $S$ kompleksnih rešenja jednačine $\frac{x^4-1}{x+1} = 0$ je $S = \{$ $\}$.

- Ako je $z = -1 - i\sqrt{3}$, tada je: $Re(z) =$ , $Im(z) =$ , $|z| =$ , $\arg(z) =$ , $\overline{z} =$

- Napisati u algebarskom obliku:
  $e^{i\pi} =$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $2e^{0 \cdot i} =$ $e^{-i\pi} =$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativno komutativne grupoidi sa neutralnim elementom. **1)** $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N} \setminus \{1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{0, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^3+x^2+1$ sa $x^2+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________

- Ako je $P$ polinom nad poljem $\mathbb{R}$ i $dg(P) = 3$, tada je $dg(P \cdot P) =$ __________ i $dg(P + P) =$ __________

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi nad poljem $\mathbb{R}$ i $dg(P) = dg(Q) = 3$, tada: **1)** $dg(P \cdot P) = 9$ **2)** $dg(2P+3P) = 3$ **3)** $dg(2P + 3Q) \leq 3$ **4)** $dg(2P + 3Q) = 3$ **5)** $dg(P \cdot P) = 6$ **6)** $dg(2P + 3P) \leq 3$

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$
  **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
  **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Izračunati: **a)** $\arg(-5i) =$ **b)** $\arg(4) =$ **c)** $\arg(-3) =$
  **d)** $\arg(7i) =$ **e)** $\arg(-2 + 2i) =$ **f)** $\arg(1 - i\sqrt{3}) =$ **g)** $\arg(0) =$

- Ako je $P(x) = ax^2+c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- U grupi $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 8, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su $1^{-1} =$ __________, $3^{-1} =$ __________, $5^{-1} =$ __________, $7^{-1} =$ __________,

- Funkcija $f:(-\infty,3] \longrightarrow (-\infty,0]$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{3-x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. Nacrtaj grafik!

- Neka je $z=2+i$, $u=3-i$ i $w=1-2i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _________, translacijom tačke $u$ za vektor $w$ dobija se tačka _________, $\measuredangle uzw=$ _________.

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{5k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Ako je $p$ polinom stepena 4 nad nekim poljem $F$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je $p$: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln x^3$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
**1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
**4)** bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ _______, $O=$ _______, $S=$ _______

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___,
$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Ako je $A\in\mathbb{R}$ domen, a $B$ skup **svih** slika funkcije $f:A\to B$ definisane sa $f(x)=\ln(x^2+e^{-1})$, tada je $A=$ _______, $f($_____$)=-1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna
**2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(\{0,1\},+,\cdot,',0,1)$.
**1)** $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1 \Rightarrow x=1$
**5)** $xy=0 \Rightarrow (x=0 \vee y=0)$ **6)** $(x=0 \vee y=0) \Rightarrow xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$
**8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1 \wedge xy=0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
**1)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$
**5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Prsteni koji nisu domeni integriteta su: **1)** $(\{2k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **5)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **10)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2+2t+1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$ nad poljem $\mathbb{R}$:
**1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\frac{\pi}{4}|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\sqrt{2} + \sqrt{2} \mid f(x)$

- Ako je $A = \{e^{i\psi} - e^{i\varphi} \mid \psi, \varphi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$, **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Ako je $\{-1, 0, 1\}$ skup korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, tada je $a \in \{\quad\}$, $b \in \{\quad\}$ i $c \in \{\quad\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.

  $f(z) = \overline{z}e^{i\arg(z)}$ je ______________________________

  $g(z) = -\overline{z}i$ je ______________________________

  $h(z) = z \cdot i$ je ______________________________

  $t(z) = -\overline{z}$ je ______________________________

  $A = \{z | (z - i)^2 = i\}$ je ______________________________

  $B = \{z | |z|^{2012} = 1\}$ je ______________________________

  $C = \{z | |z - i|^2 = i\}$ je ______________________________

  $D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______________________________

- Ako je $|z| = 1$ tada je: **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

---

# *Kolokvijum 2, 03.02.2012.*

- Neka tačke $O(0,0,0), A(1,0,1)$ i $B(0,-1,1)$ pripadaju ravni $\alpha$. Napisati vektor $\overrightarrow{AB} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O, A, B\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & -1 \\ (a+1)x & - & y & = & 1 \end{array}$ **(a)** kontradiktoran: ______________ **(b)** određen: ______________ **(c)** neodređen: ______________

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\quad\quad$ $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\quad\quad$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 1, -1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ __________ **2)** $|\vec{b}| =$ __________ **3)** $3\vec{a} - \vec{b} =$ __________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ __________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ __________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ __________

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki su zavisne: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = x$, $g(x,y,z) = x$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x + z$ su:

  $M_f =$ $\quad\quad$ $M_g =$ $\quad\quad$ $M_h =$ $\quad\quad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcl} ax & - & ay & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$$

**1)** kontradiktoran: __________________________
**2)** određen: __________________________
**3)** 1 puta neodređen: __________________________
**4)** 2 puta neodređen: __________________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $CD$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 0)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora $(a, b, c, d, e)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora $(a, b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
**1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$
**4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
**4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2 B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
**7)** $A(B + C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: **a)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$
**b)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ **c)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$ **d)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su $a, b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + 2c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$
**2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
**6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} \neq \lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b})$
**10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + \vec{k}$ dati slobodni vektor. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(xy) = xy$ **4)** $f(xy) = x\,f(y)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (0,0,0)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (0,0,0)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \overset{1-1}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \overset{na}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1,1)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0,1\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0,1,2\}$

- Ako je $f(x+y) = f(x) + f(y)$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V = m$. Tada je
**1)** $m \le k \le n$ **2)** $n \le k \le m$ **3)** $n \le m \le k$ **4)** $k \le m \le n$ **5)** $k \le n \le m$ **6)** $m \le n \le k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} = 6\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = -7\vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_\ell)$ nezavisna i neka je $(0, d_2, \ldots, d_k)$ $k-$ torka vektora. Tada je:
**1)** $k \le \ell$ **2)** $\ell \le k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:

  **1)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0\}$, **dim** $U$=_____

  **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + x^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

  **3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____

  **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z + 0\}$ **dim** $U$=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako i samo ako:
**1)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \le 3$ **3)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i} + \vec{j}$ i na vektor $\vec{j} + \vec{k}$. $\vec{n} =$

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\le n - 1$ **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2})$, $\ldots$, $\mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$, neka je $V$=Lin$(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$=$\{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je:
**1)** $\mathbf{a_1} = \ldots \mathbf{a_n} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **2)** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow$ ***rang*** $A = 0$

**3)** $\textbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$
**5)** $\textbf{rang}\, A \neq 0 \Leftrightarrow \Big(\mathbf{a_1} \neq 0 \vee \mathbf{a_2} \neq 0 \vee \ldots \vee \mathbf{a_n} \neq 0\Big)$ **6)** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \Big(\mathbf{a_1} \neq 0 \wedge \mathbf{a_2} \neq 0 \wedge \ldots \wedge \mathbf{a_n} \neq 0\Big)$

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
$f$ $\qquad$ $g$ $\qquad$ $h$ $\qquad$ $F$ $\qquad$ $G$

---

# *Kolokvijum 1, 17.03.2012.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(3,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: $\qquad$ minimalne el: $\qquad$ najveći el: $\qquad$ maksimalne el:

- Ako je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = ax^2 + x + a$, za koje vrednosti parametara $a$ je funkcija $f$: **1)** injektivna ____________, **2)** sirjektivna ____________, **3)** bijektivna ____________.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
**1)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' \cdot a' = a'$ **3)** $a + a' = 0'$ **4)** $a \cdot 1 = 1$ **5)** $1 \cdot 0 = 1'$ **6)** $a + 1 = 1$

- U polju $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ neutralni za $\cdot$ je ____, a inverzni za $\cdot$ su: $1^{-1} =$ ____, $2^{-1} =$ ____

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1+i)^2$ i $z_2 = (1-i)^2$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $\qquad$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\qquad$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\qquad$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $\qquad$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 + x^2 - 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
**1)** $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty)$, $f(x) = \operatorname{tg} x$ **2)** $f : \mathbb{R}^+ \to (-\infty, 3)$, $f(x) = 3 - x$ **3)** $f : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = x^2$
**4)** $f : \mathbb{R} \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ **5)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ **6)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koji su grupoidi: **1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
**4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R, +, \cdot)$:
**1)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$
**9)** $a + (-a) = 0$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Funkcija $f : (-\pi, -\frac{\pi}{4}] \longrightarrow [-1, 0]$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \longrightarrow (\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- $f_1 = \{(x, x+4) | x \in \mathbb{N}\}$, $f_2 = \{(x, x-2) | x \in \mathbb{N}\}$, $f_3 = \{(1,4),(2,5),(3,6)\}$, i $f_4 = \{(x+1, x) | x \in \mathbb{N}\}$.
**Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\setminus$ | $f_i$ je funkcija | $f_i : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ | $f_i : \mathbb{N} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{N}$ | $f_i : \mathbb{N} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N}$ | $f_i : \mathbb{N} \xrightarrow{na} \mathbb{N}$ | $f : \mathbb{N} \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} \mathbb{N}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |
| $f_4$ | | | | | | |

- Neka je $A = \{a, b, c\}$, $f : A \to A$ i $g : A \to A$ funkcije definisane sa $f = \binom{a\ b\ c}{a\ c\ b}$, $g = \binom{a\ b\ c}{c\ b\ a}$. Tada je
$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $\quad g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$,
$f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $\quad (f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $\quad g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$.

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\Big(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\Big)$
**3)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z) = -i\overline{z}$ je ______
$g(z) = iR_e(z)$ je ______
$A = \{z | |z - 1 - i|^5 = 32\}$ je ______
$B = \{z | z\overline{z} = i\}$ je ______
$C = \{z | (z - 1 - i)^5 = 32\}$ je ______
$D = \{z | \arg z = \arg(-\overline{z})\}$ je ______
$E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ______
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq A$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Neka su $z_1 = 1$, $z_2 = 4 + i$ i $z_3 = 6$. Izračunati: $\sphericalangle z_1 z_2 z_3 =$
Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Odrediti sve $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$: ______

- Odrediti sve $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax^2 + bx + c$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$: ______

- Neka je $\{0, 1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \qquad \}$.

- Neka je $A$ najveći podskup od $(-\infty, 0) = \mathbb{R}^-$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A =$ ______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ ______.
Funkcija $f : A \to B$ je:
**1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
**4)** bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1} =$ ______, $O =$ ______, $S =$ ______

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:
$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(i) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - i \mid f(x)$; **b)** $x + i \mid f(x)$; **c)** $x - e^{i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$; **d)** $x^2 + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - 1 \mid f(x)$; **f)** $x - e^{-i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\frac{\pi}{2} + 1 \mid f(x)$.

- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{2 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$, **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

---

## *Kolokvijum 2, 17.03.2012.*

- Neka tačke $O(0,0,0), P(1,-1,0)$ i $Q(0,1,1)$ pripadaju ravni $\alpha$. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $R \in \alpha$ i $R \notin \{O,P,Q\}$, $R(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcr} ax & + & y & = & -1 \\ (a+1)x & + & y & = & 1 \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: ______
  **(b)** određen: ______
  **(c)** neodređen: ______

- $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (1,2,1)$ i $\vec{b} = (2,1,-1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ____ **2)** $|\vec{b}| =$ ____ **3)** $|2\vec{a}| =$ ____
  **4)** $\vec{a} - 2\vec{b} =$ ______ **5)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ______ **6)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______ **7)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ______

- Zavisne $n$-torke su: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,1,1)\big)$ **4)** $\big((0,0,-1),(4,0,0),(9,0,0)\big)$
  **5)** $\big((1,0,0),(0,-1,0),(1,1,0)\big)$ **6)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **7)** $\big((1,1,1),(1,2,3),(4,4,4)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = x+0$, $g(x,y,z) = x+y+z$, $h(x,y) = x+y$ i $s(x,y,z) = x+0+z$ su:

  $M_f =$ $\qquad$ $M_g =$ $\qquad$ $M_h =$ $\qquad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast$$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina
  $\begin{array}{rcrcl} ax & - & ay & = & a \\ ax & + & ay & = & a \end{array}$
  **1)** kontradiktoran: ______
  **2)** određen: ______
  **3)** 1 puta neodređen: ______
  **4)** 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $AB$ i $BC$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,6,1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
  $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora $(a,b,c,d,e)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora $(a,b)$ je:
  **1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne matrice $A, B, C$ reda 1 i neki skalar $\lambda$:
  **1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
  **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
  **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: **a)**$\vec{x}(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) = 0$ **b)**$\vec{a}(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) = 0$ **c)**$\vec{x} \times (\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) = 0$ **d)**$\vec{a} \times (\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) = 0$ **e)**ništa od prethodnog

- Neka su $a, b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b, c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
$f$ $g$ $h$ $F$ $G$

- Neka su $a, b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
**3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
**7)** $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda \in \mathbb{R})\quad (\vec{a} \neq \lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b})$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $f : V \to \{\alpha\vec{i} | \alpha \in \mathbb{R}\}$, gde je $V$ skup svih slobodnih vektora, definisana sa $f(\vec{x}) = (\vec{i}\vec{x})\vec{i}$. Tada je $f$:
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{na}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$
**2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(\lambda y) = \lambda y$ **4)** $f(xv) = x\,f(v)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$
**6)** $f(2\lambda - 2v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ , gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 1 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \overset{1-1}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \overset{na}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2, 3)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1\}$
**5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2\}$

- Ako je $f(x-y) = f(x)-f(y)$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(-\alpha x) = -\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_r)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1, c_2, \ldots, c_q)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V = p$. Tada je **1)** $p \leq q \leq r$ **2)** $p \leq r \leq q$ **3)** $q \leq p \leq r$ **4)** $q \leq r \leq p$ **5)** $r \leq p \leq q$ **6)** $r \leq q \leq p$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}| = 1$ i $|\overrightarrow{BC}| = 1$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} = 2\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = -3\vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_\ell)$ zavisna i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_k)$ nezavisna $k-$ torka vektora. Tada je: **1)** $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:

**1)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 3y = 0\}$, **dim** $U$=_____

**2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

**3)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 1 = x\}$ **dim**U= _____

**4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z \wedge x + y = 0\}$ **dim** $U$=_____

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako:
**1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}\neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\,\vec{b},\,\vec{c})$ je zavisna.

- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i}-\vec{j}$ i na vektor $\vec{j}-\vec{k}$. $\vec{n}=$

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda 2, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A$\leq 1$
**3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=2$ **4)** **rang** A$=2\Rightarrow\det A\neq 0$ **5)** **rang** A$=2\Leftarrow\det A\neq 0$
**6)** **rang** A$=2\Leftarrow\exists A^{-1}$

- Neka su $\mathbf{a_1}=(a_{11},\ldots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2}=(a_{12},\ldots,a_{n2}),\ldots,$ $\mathbf{a_n}=(a_{1n},\ldots,a_{nn})$ vektori kolone matrice $A=A_{nn}=[a_{i,j}]_{nn}$, neka je $V=$Lin$(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\ldots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je:
**1)** $\mathbf{a_1}=\ldots\mathbf{a_n}=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$ **2)** $\dim V=0\Leftrightarrow$ ***rang*** $A=0$
**3)** **rang** $A=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$ **4)** $\dim V=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$
**5)** **rang** $A\neq 0\Leftrightarrow\Big(\mathbf{a_1}\neq 0\vee\mathbf{a_2}\neq 0\vee\ldots\vee\mathbf{a_n}\neq 0\Big)$ **6)** $\dim V\neq 0\Leftrightarrow\Big(\mathbf{a_1}\neq 0\wedge\mathbf{a_2}\neq 0\wedge\ldots\wedge\mathbf{a_n}\neq 0\Big)$

# *Kolokvijum 1, 27.04.2012.*

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4)\}$ skupa $A=\{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=2^x$ i $g(x)=\sqrt[3]{2-x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x)=$
**b)** $g^{-1}(x)=$ **c)**$(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$ **d)** $(g\circ f)(x)=$ **e)** $(g\circ f)^{-1}(x)=$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f=\binom{a\,b\,c\,d}{a\,b\,d\,c}$, $g=\binom{a\,b\,c\,d}{b\,c\,d\,a}$. Tada je $f\circ g=\binom{a\ b\ c\ d}{}$ ,
$f^{-1}=\binom{a\ b\ c\ d}{}$ , $g^{-1}=\binom{a\ b\ c\ d}{}$ , $(f\circ g)^{-1}=\binom{a\ b\ c\ d}{}$ , $g^{-1}\circ f^{-1}=\binom{a\ b\ c\ d}{}$ .

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
**1)** $ab+bc+ac+a=(a+b)(a+c)$ **2)** $a'+a'=a'$ **3)** $a+a'=0$ **4)** $a\cdot 0=0$
**5)** $1\cdot 0=1$ **6)** $a+1=0'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_3,+)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su: $-0=$ ____, $-1=$ ____, $-2=$ ____,

- Za kompleksne brojeve $z_1=1-i^5$ i $z_2=1+i^3$ izračunati
$z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1+z_2|=$

- Pri delenju polinoma $x^3-6x^2+12x-8$ sa $x-2$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{3+x}$ i $g(x)=2-x$. Izračunati:
**1)** $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(g\circ f)(x)=$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi koji nisu grupe.
**1)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}\setminus\{0\},+)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom domenu integriteta $(F, +, \cdot)$:
**1)** $a + bc = (a + b)(a + c)$ **2)** $(F, +)$ je grupa **3)** $(F, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$ **9)** $a + (-a) = 0$

- Funkcija $f : (2, \infty) \longrightarrow (-\infty, 2)$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{-2 + x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g : (-1, 0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1 - x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ _______ ,
$g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ _____

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Tada je: $f^{-1}(x) =$

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ definisana sa $f(x) = \frac{2}{x^5}$. Tada je:
$f^{-1}(x) =$ , $(f \circ f)(x) =$ , $f(x + 1) =$ , $f(\frac{1}{x}) =$ .

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 1$, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______ , a $f : A \to B$ je:
**a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \middle| f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\right)$
**3)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.
$f(z) = \overline{z}e^{i \arg(z)}$ je ______________________________
$g(z) = -\bar{z}i$ je ______________________________
$h(z) = z \cdot i$ je ______________________________
$t(z) = -\overline{z}$ je ______________________________
$A = \{z \in \mathbb{C} \,|\, (z - i)^2 = i\}$ je ______________________________
$B = \{z \in \mathbb{C} \,|\, |z|^{2012} = 1\}$ je ______________________________
$C = \{z \in \mathbb{C} \,|\, |z - i|^2 = i\}$ je ______________________________
$D = \{z \in \mathbb{C} \,|\, \overline{z}e^{i \arg(z)} = |z|$ je ______________________________

- Neka su $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 3 + 2i$ i $z_3 = i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Skup svih polinoma nad poljem $\mathbb{C}$ koji su nesvodljivi nad poljem $\mathbb{C}$ je $P = \{ \qquad \}$

- Skup svih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ koji su nesvodljivi nad poljem $\mathbb{R}$ je $Q = P \cup \{ \qquad \}$

- Ako je $p$ **svodljiv** polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako je $p$ **nesvodljiv** polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako je $p$ **nesvodljiv** polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Neka je $\{1, 0\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \qquad \}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{ \qquad \}$ i skup svih mogućnosti za $c$ je $c \in \{ \qquad \}$.

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$ i $B = \{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f|f: A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f|f: B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \to A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f: A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$
  **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \ \Rightarrow \ z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
  **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1,2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0,2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0,1,2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k \in \mathbb{Z}\},+,\cdot)$
  **3)** $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Ako je $p$ polinom stepena 4 nad nekim poljem $F$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je $p$:
  **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog
  **5)** uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\},+,\cdot,',0,1)$:
  **1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \ \Rightarrow \ x = 1$
  **5)** $xy = 0 \ \Rightarrow \ (x = 0 \ \vee \ y = 0)$ **6)** $(x = 0 \ \vee \ y = 0) \ \Rightarrow \ xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
  **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B) \ x + y = 1 \ \wedge \ xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  **1)** $(\{z \in \mathbb{C}|Im(z) = Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$
  **5)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
  **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\},\cdot)$

- Prsteni koji nisu domeni integriteta su: **1)** $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\},+,\cdot)$
  **5)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **10)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\frac{\pi}{4}|} \mid f(x)$
  **d)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\sqrt{2} + \sqrt{2} \mid f(x)$

- Ako je $A = \{e^{i\psi} - e^{i\varphi} \ | \ \psi,\varphi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{e^{i\psi} \ | \ \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$,
  **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Ako je $|z| = 1$ tada je: **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

---

## *Kolokvijum 2, 27.04.2012.*

- Neka tačke $O(0,0,0), A(1,0,1)$ i $B(0,0,2)$ pripadaju ravni $\alpha$. Napisati vektor $\overrightarrow{AB} = ( \quad , \quad , \quad )$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n} = ( \quad , \quad , \quad )$. Ako je $(A,B,C,D) = ( \quad , \quad , \quad , \quad )$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O,A,B\}$, $M( \quad , \quad , \quad )$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcr} x & + & ay & = & -1 \\ ax & - & y & = & 1 \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: ______________
  **(b)** određen: ______________
  **(c)** neodređen: ______________

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1,-1,-1)$ i $\vec{b} = (1,1,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ______ **2)** $|\vec{b}| =$ ______
  **3)** $3\vec{a} - \vec{b} =$ ______ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ______ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______ **6)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ______

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$: **1)** $\big((9,0,0)\big)$
  **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$
  **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = 3x$, $g(x,y,z) = x+y$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x+y+z$ su:
  $M_f =$ $\qquad M_g =$ $\qquad M_h =$ $\qquad M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina
  $\begin{array}{rcrcr} ax & + & y & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$
  **1)** kontradiktoran: ______________
  **2)** određen: ______________
  **3)** 1 puta neodređen: ______________
  **4)** 2 puta neodređen: ______________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $AB$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1,0,-2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
  $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora $(a,b,c,d,e)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora $(a,b)$ je:
  **1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
  **1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$
  **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice $A, B, C$ reda **1** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
  **1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
  **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2 B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
  **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: **a)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x}=0$ **b)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a}=0$ **c)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\times\vec{x}=0$ **d)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\times\vec{a}=0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su $a, b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je: **a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+2c)$ je: **a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=2$
  **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}\neq\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})\ (\vec{a}\neq\lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a}\neq\vec{b})$
  **10)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2=0$

- Neka je $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3)=\vec{m}\cdot\vec{x}$, gde je $\vec{m}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$. Funkcija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ je:
  **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\to}\mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v\in\mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$ **2)** $f(0)=0$ **3)** $f(xy)=yx$ **4)** $f(xy)=y\,f(x)$ **5)** $f(x)=ax+0$ za neko $a\in\mathbb{R}$
  **6)** $f(2\lambda-v)=2f(\lambda)-f(v)$

- Neka je $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1,x_2,x_3)$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$
  **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\det:\mathcal{M}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $\det:\mathcal{M}\overset{1-1}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **3)** $\det:\mathcal{M}\overset{na}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **4)** $\det:\mathcal{M}\underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}\mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1\}$
  **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Ako je $f(x+y)=f(x)+f(y)$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x)=\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1,c_2,\ldots,c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V=4$. Tada je **1)** $m\leq 4\leq n$ **2)** $n\leq 4\leq m$ **3)** $n\leq m\leq 4$ **4)** $4\leq m\leq n$ **5)** $4\leq n\leq m$
  **6)** $m\leq n\leq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}|=2$ i $|\overrightarrow{BC}|=3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB}=6\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC}=-7\vec{b}$. $\vec{r}_C=$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1,b_2,\ldots,b_\ell)$ zavisna i neka je $(0,d_2,\ldots,d_k)$ neka $k-$ torka vektora. Tada je:
  **1)** $k\leq\ell$ **2)** $\ell\leq k$ **3)** $k=\ell$ **4)** $\ell<k$ **5)** $\ell>k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:

  **1)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x=0\}$, **dim** $U=$_____

  **2)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2=0\}$ **dim** $U=$_____

  **3)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x\cdot 0=0\}$ **dim**U= _____

  **4)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2=0\}$ **dim** $U=$_____

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako je:
**1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}\neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\,\vec{b},\,\vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$
**2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$ **3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=n$ **4)** **rang** A$=n\Rightarrow\det A\neq 0$
**5)** **rang** A$=n\Leftarrow\det A\neq 0$ **6)** **rang** A$=n\Leftarrow\exists A^{-1}$

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, i $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
$f$ $g$ $h$ $F$ $G$

---

# *Kolokvijum 1, 22.06.2012.*

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.
$>$: R S A T $\rho=\{(-1,-1),(0,0),(1,1)\}$ : R S A T

- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{2x}$ i $g(x)=2x+1$. Izračunati:
**1)** $f^{-1}(x)=$ **2)** $(f\circ g)(x)=$ **3)** $(g\circ f)(x)=$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
**1)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=3-x$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$ **3)** $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$
**4)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:(0,\frac{\pi}{2})\to(0,\infty),\ \ f(x)=\operatorname{tg}x$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
**1)** $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2=-1$ je $S=\{\qquad\qquad\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$:
$Re(z)=$ , $Im(z)=$ , $|z|=$ , $\arg(z)=$ , $\overline{z}=$ .

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
$e^{i\pi}=$ , $2e^{i\frac{\pi}{2}}=$ , $2e^{0\cdot i}=$ .

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
**1)** $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $((0,\infty),+)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

- Neka su $P=(a_0,a_1,\ldots,a_4)$ i $Q=(b_0,b_1,\ldots,b_3)$ polinomi. Tada je
$dg(P+Q)=$ _________ i $dg(PQ)=$ _________

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

- Napisati jednu relaciju skupa $A=\{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna:
$\rho=\{\qquad\qquad\}$

- Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ je:

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$, $\rho = \{(x,x)|x \in A\} \cup \{(1,2),(1,3),(2,3),(4,5),(4,3),(5,3)\}$, $B = \{a,b,c,d\}$ i $\theta = \{(x,x)|x \in B\} \cup \{(a,c),(a,d),(c,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

| $(A,\rho)$: | $(B,\theta)$: |
|---|---|
| | |

| | $(A,\rho)$ | $(B,\theta)$ |
|---|---|---|
| minimalni | | |
| maksimalni | | |
| najveći | | |
| najmanji | | |

- U skupu $\mathbb{C}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid |z| = |w|\}$, $\rho_2 = \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 0\}$, $\rho_3 = \{(0,0)\} \cup \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid \arg(z) = \arg(w)\}$, $\rho_4 = \{(0,0)\} \cup \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 1\}$, $\rho_5 = \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid R_e(z) = I_m(w)\}$, $\rho_6 = \mathbb{C}^2$

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\quad$ $\rho_2$ : R S A T $\quad$ $\rho_3$ : R S A T $\quad$ $\rho_4$ : R S A T $\quad$ $\rho_5$ : R S A T $\quad$ $\rho_6$ : R S A T

- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) $\quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \infty$

- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) $\quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \infty$

- Naći najveći podskup $A$ skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup $B$ skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x^2 - 4)$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ ___________ i $B =$ ___________. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** sirjektivna i injektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** nije sirjektivna a jeste injektivna

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\frac{\pi}{4}|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\sqrt{2} + \sqrt{2} \mid f(x)$

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$, broj rešenja sistema jednačina $x + a = 1 \wedge xa = 0$, po nepoznatoj $x$, u zavisnosti od $a \in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja): $\quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad \infty$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
  **1)** $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ **3)** $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{f|f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \circ)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni a nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Zaokružiti homomorfizme $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_2$ iz grupe $(\mathbb{Z}, +)$ u grupu $(\mathbb{Z}_2, +)$: **1)** $\forall x \in \mathbb{Z},\ f(x) = 0$
  **2)** $\forall x \in \mathbb{Z},\ f(x) = 1$ **3)** $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je paran broj} \\ 1 & x \text{ je neparan broj} \end{cases}$ **4)** $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je neparan broj} \\ 1 & x \text{ je paran broj} \end{cases}$

- Ako je $z_1 = -1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - i$, tada je $\quad z_1 + z_2 = \qquad\qquad z_1 \cdot z_2 =$
  $\frac{z_1}{z_2} = \qquad \arg(z_1) = \qquad \arg(z_2) = \qquad \arg(z_1 z_2) = \qquad \arg(\frac{z_1}{z_2}) =$

- Zaokružiti brojeve za koje je prsten $(\mathbb{Z}_3[t]/P, +, \cdot)$ polje:
  **1)** $P(t) = t + 2$ **2)** $P(t) = t^2 + 1$ **3)** $P(t) = t^2 + t + 1$ **4)** $P(t) = t^3 + t + 1$ **5)** $P(t) = t^{2005} + 1$

- Pri delenju polinoma $t^5 + t + 1$ polinomom $t^2 + t + 1$ nad poljem $\mathbb{Z}_7$ dobija se količnik _____________ i ostatak _____________. Da li dobijeni rezultat važi nad proizvoljnim poljem? $\quad$ DA $\quad$ NE

- Skup svih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ je $\{ \qquad\qquad \}$, a nad poljem $\mathbb{C}$ je $\{ \qquad\qquad \}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f, g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z) = z \cdot (-i)$ je ________________________________________

  $g(z) = -\overline{z}$ je ________________________________________

  $A = \{z |\ z^2 = \overline{z} \ \wedge \ z \neq 0\}$ je ____________________________________

  $B = \{z |\ |z| = |\overline{z}|\}$ je ______________________________________

  $C = \{z |\ \frac{z+\overline{z}}{2} = \frac{z-\overline{z}}{2i}\}$ je ____________________________________

  $D = \{z |\ |z| \leq 2 \ \wedge \ 0 \leq \arg z \leq \pi\}$ je ________________________________

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$ i $B = \{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$
  **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \ \Rightarrow \ z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
  **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $|z| = 1$ tada je:
  **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

---

## *Kolokvijum 2, 22.06.2012.*

- Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina nad poljem realnih brojeva $ax + y = 1 \ \wedge \ by = 1$ neodređen: ________________________________.

- Matrica linearne transformacije $f(x, y, z) = (x + y - 2z, x - z)$ je:

- Rang matrice iz prethodnog zadatka je _____.

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

- Ako je $B_1$ sredina stranice $AC$ trougla $ABC$, napisati $\overrightarrow{AC_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$: $\overrightarrow{AC} =$ ____________________________________.

- Za koje $\beta \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{a} = (\beta, 2, -2)$ i $\vec{b} = (\beta, 2, 4)$: **a)** kolinearni _______ **b)** ortogonalni _______

- Ako je $\vec{a} = (3, -2, 0)$ i $\vec{b} = (-1, 2, -2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ____________________ i $\vec{a}\times\vec{b} =$ ____________________
- Napisati vektorski oblik jednačine prave $p(A, \vec{a})$ i ravni $\alpha(Q, \vec{n}_\alpha)$:

  ______________________________________________________________________________
- Da li postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ koja nije oblika $f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$? DA NE

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Izračunati vektore položaja $\vec{r_{Q'}}$ i $\vec{r_{Q''}}$ projekcija tačke $Q(1, 2, 1)$ na pravu $a : \Big(A(-1, 0, -2), \vec{a} = (1, -1, 1)\Big)$ i ravan $\alpha : \Big(B(4, 1, 0), \vec{n} = (1, 1, 0)\Big)$.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ je: ______________________________
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice $A, B, C$ reda 4 i svaki skalar $\lambda$
  **a)** $det(A + B) = det(A) + det(B)$ **b)** $det(\lambda A) = \lambda^4 det(A)$ **c)** $det(ABC) = det(A)det(B)det(C)$.
- Neka $A \sim B$ znači da su matrice $A$ i $B$ ekvivalentne. Tada važi: **a)** $A \sim B \Rightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **b)** $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **c)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$, **d)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$, **e)** $A \sim B \Rightarrow \Big(det(A) = 0 \Leftrightarrow det(B) = 0\Big)$. **f)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(Rang(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(B) = 0\Big)$.
- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama.
  **a)** $det(A) = 0 \Leftrightarrow det(A') = 0$ **b)** $det(A) = det(A')$ **c)** $det(A) = \lambda det(A')$ za neki skalar $\lambda$.
- Koje od tvrđenja je tačno ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$: **a)** $Rang(A) = 0 \Rightarrow det(A) = 0$ **b)** $det(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(A) \leq n - 1$ **c)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) \neq 0$ , **d)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) = 0$.
- Napisati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $\vec{r} = \vec{r}_L + t\vec{\ell}$ kroz ravan $\vec{r}\vec{q} = \vec{r}_N\vec{q}$, u zavisnosti od vektora $\vec{r}_L, \vec{\ell}, \vec{r}_N$ i $\vec{q}$. $\vec{r}_T = f(\vec{r}_L, \vec{\ell}, \vec{r}_N, \vec{q}) =$ ________________________________________
- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **a)** $f$ bijekcija **b)** $V$ i $W$ su izomorfni **c)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u $W$.
- Za koje vrednosti parametara $a, b, c$ su navede funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (ax + b, b - z)$ ________________________________________

  $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $g(x) = (1, a)$ ________________________________________
- $\mathbb{R}^n$ se sastoji od: **a)** $n$ realnih brojeva **b)** $n$ - torki realnih brojeva **c)** $n$ - torke vektora.
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti po jedan primer vektorskog podprostora koji je redom dimenzije 0,1,2 i 3. Primer navesti jednačinom ili geometrijskim opisom.

  ______________________________________________________________________________
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}\}$ je podprostor:
  **a)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 0\}$ **b)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2 + x_3\}$ **c)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0\}$
- Napisati definiciju linearne zavisnosti trojke vektora $(a_1, a_2, a_3)$:

  ______________________________________________________________________________

- Neka je $p = (1, 0, 1)$, $q = (0, 1, 1)$, $r = (1, 0, 0)$, $s = (1, 1, 1)$. Sledeće $n$-torke vektora su nezavisne:
**a)** $(p, q, r)$, **b)** $(q, r, s)$, **c)** $(p, q)$, **d)** $(p, r)$, **e)** $(p, s)$, **f)** $(q, r)$, **g)** $(q, s)$, **h)** $(r, s)$.

- Trojka $(v_1, v_2, v_3)$ je generatorna za $V$ ako: **a)** svaka linearna kombinacija $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ pripada prostoru $V$. **b)** Za svaki vektor $v$ važi $v = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_n v_3$ za neke skalare $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. **c)** $dim(V) \leq 3$.

- Za linearno nezavisnu trojku vektora $(v_1, v_2, v_3)$ prostora $V$ važi: **a)** par $(v_1, v_2)$ je uvek linearno zavisan **b)** par $(v_1, v_2)$ može biti linearno zavisan ili nezavisan u zavisnosti od izbora vektora $(v_1, v_2, v_3)$ **c)** par $(v_1, v_2)$ je uvek linearno nezavisan

- Za linearno zavisan par vektora $(v_1, v_2)$ prostora $V$ važi: **a)** trojka $(v_1, v_2, v_3)$ je uvek linearno zavisna **b)** trojka $(v_1, v_2, v_3)$ može biti linearno zavisna ili nezavisna u zavisnosti od izbora vektora $(v_1, v_2, v_3)$ **c)** trojka $(v_1, v_2, v_3)$ je uvek linearno nezavisna.

- Uređena trojka komplanarnih slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je: **a)** uvek linearno nezavisna **b)** uvek linearno zavisna **c)** u zavisnosti od datih vektora nekada zavisna, a nekada nezavisna.

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je:
**a)** $f(1) = 1$. **b)** $f(0) = 0$. **c)** $f(0) = 1$. **d)** $f(xy) = f(x)f(y)$. **e)** $f(xy) = x\, f(y)$. **f)** $f(-x) = -x$.

- Šta od navedenog jeste aksioma vektorskog prostora: **a)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$
**b)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **c)** $(\forall x, y, z \in V)\ (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
**d)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$.

- Za proizvoljne kvadratne matrice $A, B, C$ reda $n$ važi:
**a)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **b)** $A(BC) = (AB)C$ **c)** $det(AB) = det(A) + det(B)$ **d)** $AB = BA$

- Linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (2x - y, x + py)$ je izomorfizam akko $p \in$ __________

- Skup rešenja sistema linearnih jednačina $x + y + z = 0$ , $x + y + a = 0$ po nepoznatima $x, y, z$ nad $\mathbb{R}$ je podprostor od $\mathbb{R}^3$ akko $a \in$ __________

- Sistem linernih jednačina nad poljem realnih brojeva $ax + y = 1 \ \wedge\ by = c$ je:
određen za ____________________, 1 puta neodr. za ____________________,
2 puta neodr. za ____________________, protivrečan za ____________________.

- Vektor $\vec{s}$ simetrale $\sphericalangle BAC$ trougla $ABC$ izraziti kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$:
$\vec{s} =$ ________________________________________

# *Kolokvijum 1, 13.07.2012.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$ skupa $A = \{1, 2, 3, 4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2 - x$ i $g(x) = \sqrt[5]{1 - 3x}$. Izračunati:
**a)** $f^{-1}(x) =$ **b)** $g^{-1}(x) =$ **c)** $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$
**d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & b & d \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ ,
$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ , $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ , $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ , $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ .

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
**1)** $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_4, +)$ neutralni element je ____, a inverzni su: $-0 =$ ____, $-1 =$ ____, $-2 =$ ____, $-3 =$ ____

- Izračunati: **a)** $\arg(1-i) =$ **b)** $|1-i| =$ **c)** $\sqrt{2i} = \{ \quad \}$ **d)** $(1-i)^2 =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupoidi.
**a)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **b)** $(\mathbb{Z},-)$ **c)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_4\setminus\{0\},\cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3\setminus\{0\},\cdot)$ **f)** $(\{-2,-1,0,1,2\},\cdot)$

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi i $dg(P)=3$ i $dg(Q)=0$, tada je $dg(PQ) =$ __________ i $dg(P+Q) =$ __________

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Zaokružiti strukture koje su grupe: **a)** $(\mathbb{I}\setminus\{0\},\cdot)$, gde je $\mathbb{I}$ skup iracionalnih brojeva **b)** $\big((0,\infty),\cdot\big)$
**c)** $\big((-\infty,0),\cdot\big)$ **d)** $(M,\cdot)$, gde je $M$ skup matrica formata $2\times 2$ čije su determinante različite od 0
**e)** $(K,+)$, gde je $K$ skup svih slobodnih vektora paralelnih sa vektorom $\vec{k}$ **f)** $\left(\{\frac{m}{2} \mid m\in\mathbb{Z}\},+\right)$

- Navesti interpretacije (pomoću poznatih relacija) relacije $\le$ u datim Bulovim algebrama:
**a)** U $(\mathcal{P}(S),\cup,\cap,\overline{\ \ },\emptyset,S)$, $S\neq\emptyset$ je $\forall A,B\in\mathcal{P}(S),\ A\le B \ \Leftrightarrow$ ________________________,
**b)** U $(D_{30},NZS,NZD,\frac{1}{x},1,30)$ je $\forall a,b\in D_{30},\ a\le b \ \Leftrightarrow$ ________________________.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni sa jedinicom: **a)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$
**b)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **d)** $\big((0,\infty),+,\cdot\big)$ **e)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **f)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$
**h)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **i)** $(M_{2\times2},+,\cdot)$, gde je $M_{2\times2}$ skup svih matrica formata $2\times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z)=-\overline{z}$ je ________________________________________
$g(z)=R_e(z)$ je ________________________________________
$A=\{z|(z-1-i)^5=32\}$ je __________________________________
$B=\{z|z\overline{z}=1\}$ je ______________________________________
$C=\{z|z=\overline{z}\}$ je ______________________________________
$D=\{z|\arg z=\arg\overline{z}\}$ je __________________________________
$E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je __________________________________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $D\subset C$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Pri delenju polinoma $x^4+x^3-x^2+x-1$ polinomom $x^2+1$ ostatak je .

- Neka su $w=3-2i$, $v=1-i$ i $z=4$. Izraziti u zavisnosti od $w$, $v$ i $z$ ugao $\measuredangle zvw =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle zvw =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a\in\{ \quad \}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b\in\{ \quad \}$ i skup mogućnosti za $c$ je $c\in\{ \quad \}$.

- Neka je $A=\{1,2\}$ i $B=\{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:
$\big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\big| =$ ___, $\big|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}B\}\big| =$ ___, $\big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\big| =$ ___, $\big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\big| =$ ___,
$\big|\{f|f:B\to A\}\big| =$ ___, $\big|\{f|f:A\to A\ \wedge\ f\nearrow\}\big| =$ ___, $\big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\big| =$ ___, $\big|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\big| =$ ___.

- Ako su $\rho_i$ relacije definisane u skupu $\mathbb{R}$, popuniti tabelu sa **da** ili **ne**.
$\rho_1=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$, $\rho_2=\{(2,5),(5,7),(2,7)\}$, $\rho_3=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$, $\rho_4=\{(x^2,x)|x\in\mathbb{R}\}$, $\rho_5=\{(x,y)|x^2=y^2\}$, $\rho_6=\{(|x|,x)|x\in\mathbb{R}\}$, $\rho_7=\{(1,2),(2,1),(1,3)\}$

| \ | $\rho_i$ je refleksivna | $\rho_i$ je simetrična | $\rho_i$ je antisimetrična | $\rho_i$ je tranzitivna |
|---|---|---|---|---|
| $\rho_1$ | | | | |
| $\rho_2$ | | | | |
| $\rho_3$ | | | | |
| $\rho_4$ | | | | |
| $\rho_5$ | | | | |
| $\rho_6$ | | | | |
| $\rho_7$ | | | | |

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$
  **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
  **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
  **3)** $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Za svaku injektivnu funkciju $f$ postoje skupovi $A$ i $B$, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
  **1)** uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada $f : S \to S$
  **1)** je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  **1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x + 1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
  **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
  **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Ako je $|z| = e^{2i\pi}$ tada je:
  **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

---

# *Kolokvijum 2, 13.07.2012.*

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $p:\ x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave $p$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke $A$ prave $p$ koja je najbliža koordinatnom početku $O(0, 0, 0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} -ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & y & = & 1 \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: ______________
  **(b)** određen: ______________
  **(c)** neodređen: ______________

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1, -1, -1)$ i $\vec{b} = (1, 1, 1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ________ **2)** $|\vec{b}| =$ ________
  **3)** $3\vec{a} - \vec{b} =$ ________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________ **6)** $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ________

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$: **1)** $\big((9, 0, 0)\big)$
  **2)** $\big((0, 0, -1), (0, 4, 0), (9, 0, 0)\big)$ **3)** $\big((1, 0, 0), (0, -1, 0)\big)$ **4)** $\big((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3)\big)$
  **5)** $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x)=3x$, $g(x,y,z)=x+y$, $h(x,y)=x$ i $s(x,y,z)=x+y+z$ su:

  $M_f =$ $\qquad$ $M_g =$ $\qquad$ $M_h =$ $\qquad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast$

- Neka tačke $O(0,0,0), P(-1,-8,4)$ i $Q(7,-7,8)$ pripadaju ravni $\alpha$. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O,P,Q\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$ i izračunati ugao $\measuredangle(\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}) =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$$
  **1)** kontradiktoran: ______
  **2)** određen: ______
  **3)** 1 puta neodređen: ______
  **4)** 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $AB$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{QP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{QP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x}=(2,1,-3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,2,1)$, $\vec{b}=(1,1,-1)$ i $\vec{c}=(1,1,0)$:
  $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4,\mathbb{R},+,\cdot)$, petorka vektora $(a,b,c,d,e)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R},\mathbb{R},+,\cdot)$, par vektora $(a,b)$ je:
  **1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice $A,B,C$ reda **1** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda\in\mathbb{R}$:
  **1)** $\det(AB)=\det(A)+\det(B)$ **2)** $(B+C)A=BA+CA$ **3)** $\det(\lambda A)=\lambda\det(A)$
  **4)** $\det(AB)=\det(B)det(A)$ **5)** $(AB)^2=A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB)=\mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
  **7)** $A(B+C)=BA+CA$ **8)** $A(BC)=(AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: **a)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x}=0$
  **b)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a}=0$ **c)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\times\vec{x}=0$ **d)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\times\vec{a}=0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su $a,b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
  **a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a,b,c$.

- Neka su $a,b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+2c)$ je:
  **a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a,b,c$.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
  **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=2$
  **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}\neq\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})\ (\vec{a}\neq\lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a}\neq\vec{b})$
  **10)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2=0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$
**2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(xy) = yx$ **4)** $f(xy) = y\,f(x)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$
**6)** $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1\}$
**5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2\}$

- Ako je $f(xy) = f(x)f(y)$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V = 4$. Tada je **1)** $m \le 4 \le n$ **2)** $n \le 4 \le m$ **3)** $n \le m \le 4$ **4)** $4 \le m \le n$ **5)** $4 \le n \le m$ **6)** $m \le n \le 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} \parallel \vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:

  **1)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** $U$=_____

  **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

  **3)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____

  **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su komplanarni ako **i samo ako** je:
**1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \le 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \ne 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$
**2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\le n - 1$ **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \ne 0$
**5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \ne 0$ **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
$f$ $g$ $h$ $F$ $G$

---

# *Kolokvijum 1, 30.09.2012.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,3),(1,4),(3,4),(2,3),(2,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x$ je: a) sirjektivna ali ne injektivna
  b) injektivna ali ne sirjektivna c) niti injektivna niti sirjektivna d) bijektivna

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = x^3$ i $g(x) = \sqrt[3]{x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$
  **b)** $g^{-1}(x) =$ **c)**$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \binom{a\,b\,c\,d}{b\,a\,d\,c}$, $g = \binom{a\,b\,c\,d}{d\,c\,b\,a}$. Tada je $f \circ g = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ ,
  $f^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ , $g^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ , $(f \circ g)^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ , $g^{-1} \circ f^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ .

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  **1)** $(a')' = a$ **2)** $a + a' = 1$ **3)** $a \cdot 1 = 1$ **4)** $1 + a' =' 1$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_6, +)$ neutralni element je ____, a inverzni su: $-0 =$ ____, $-1 =$ ____, $-2 =$ ____, $-3 =$ ____

- Izračunati u polju $(\mathbb{C}, +, \cdot)$:
  **a)** $\arg(-4) =$ **b)** $|-4| =$ **c)** $\sqrt{4} \in \{\quad , \quad\}$ **d)** $\sqrt{2} \in \{\quad , \quad\}$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupoidi sa neutralnim elementom.
  **a)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **b)** $(\mathbb{Z}, -)$ **c)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_4 \setminus \{0\}, \cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot)$ **f)** $\big((0, 1], \cdot\big)$

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi, $P \neq -Q$, $dg(P) = 2$ i $dg(Q) = 2$, tada je
  $dg(PQ) =$ i $dg(P + Q) \in \{\quad , \quad , \quad\}$

- NZD(P,Q) za polinome $P = (t-3)^4(t+7)^2(t-1)^5(t+13)^3$ i $Q = (t-3)^2(t-15)(t-1)^7(t+13)^5$ je
  **a)**$(t-3)^4(t-1)^7(t+13)^5$ **b)**$(t-3)(t-1)(t+13)$ **c)**$(t-3)^4(t+7)^2(t-1)^7(t+13)^5(t-15)$
  **d)**$(t-3)(t+7)(t-1)(t+13)(t-15)$ **e)**$(t-3)^2(t-1)^5(t+13)^3$

❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄ ❄

- Zaokružiti strukture koje su grupe: **a)** $(\mathbb{I} \setminus \{0\}, \cdot)$, gde je $\mathbb{I}$ skup iracionalnih brojeva **b)** $\big((0, \infty), \cdot\big)$
  **c)** $\big((-\infty, 0), \cdot\big)$ **d)** $(M, \cdot)$, gde je $M$ skup matrica formata $2 \times 2$ čije su determinante različite od 0
  **e)** $(K, +)$, gde je $K$ skup svih slobodnih vektora normalnih na vektor $\vec{k}$ **f)** $\big(\{\frac{m}{3} \mid m \in \mathbb{Z}\}, +\big)$

- Navesti interpretacije (pomoću poznatih relacija) relacije $\leq$ u datim Bulovim algebrama:
  **a)** U $(\mathcal{P}(S), \cup, \cap, \overline{\ }, \emptyset, S)$, $S \neq \emptyset$ je $\forall A, B \in \mathcal{P}(S),\ A \leq B \ \Leftrightarrow$ ____________________,
  **b)** U $(D_{30}, NZS, NZD, \frac{1}{x}, 1, 30)$ je $\forall a, b \in D_{30},\ a \leq b \ \Leftrightarrow$ ____________________.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni sa jedinicom: **a)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
  **b)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **d)** $\big((0, \infty), +, \cdot\big)$ **e)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **f)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$
  **h)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **i)** $(M_{2\times2}, +, \cdot)$, gde je $M_{2\times2}$ skup svih matrica formata $2 \times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$:
  $f(z) = -\overline{z}$ je ______________________________
  $g(z) = R_e(z)$ je ______________________________
  $A = \{z | (z - 1 - i)^5 = 32\}$ je ______________________________
  $B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je ______________________________
  $C = \{z | z = \overline{z}\}$ je ______________________________
  $D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ______________________________

$E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ______________________________

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $D \subset C$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$ polinomom $x^2 + 1$ ostatak je .

- Neka su $w = 3 - 2i$, $v = 1 - i$ i $z = 4$. Izraziti u zavisnosti od $w$, $v$ i $z$ ugao $\measuredangle zvw =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle zvw =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \quad \}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{ \quad \}$ i skup mogućnosti za $c$ je $c \in \{ \quad \}$.

- Neka je $A = \{1, 2\}$ i $B = \{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako su $\rho_i$ relacije definisane u skupu $\mathbb{R}$, popuniti tabelu sa **da** ili **ne**.

$\rho_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ $\rho_2 = \{(2,5), (5,7), (2,7)\}$ $\rho_3 = \{(x,y) | x^2 + y^2 = 1\}$ $\rho_4 = \{(x^2, x) | x \in \mathbb{R}\}$
$\rho_5 = \{(x,y) | x^2 = y^2\}$ $\rho_6 = \{(|x|, x) | x \in \mathbb{R}\}$ $\rho_7 = \{(1,2), (2,1), (1,3)\}$

| $\setminus$ | $\rho_i$ je refleksivna | $\rho_i$ je simetrična | $\rho_i$ je antisimetrična | $\rho_i$ je tranzitivna |
|---|---|---|---|---|
| $\rho_1$ | | | | |
| $\rho_2$ | | | | |
| $\rho_3$ | | | | |
| $\rho_4$ | | | | |
| $\rho_5$ | | | | |
| $\rho_6$ | | | | |
| $\rho_7$ | | | | |

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
**1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$
**5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \ \Rightarrow \ z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
**9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Za svaku injektivnu funkciju $f$ postoje skupovi $A$ i $B$, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
**1)** uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada $f : S \to S$
**1)** je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$:
**1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x + 1)'$ **4)** $xy = 1 \ \Rightarrow \ x = 1$
**5)** $xy = 0 \ \Rightarrow \ (x = 0 \ \vee \ y = 0)$ **6)** $(x = 0 \ \vee \ y = 0) \ \Rightarrow \ xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
**8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \ \wedge \ xy = 0$

- Ako je $|z| = e^{2i\pi}$ tada je:
**1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

## *Kolokvijum 2, 30.09.2012.*

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $p: x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave $p$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke $A$ prave $p$ koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} -ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & y & = & 1 \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: ______________
  **(b)** određen: ______________
  **(c)** neodređen: ______________

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1,-1,-1)$ i $\vec{b} = (1,1,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ______________ **2)** $|\vec{b}| =$ ______________
  **3)** $3\vec{a} - \vec{b} =$ ______________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ______________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______________ **6)** $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ______________

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$: **1)** $\big((9,0,0)\big)$
  **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$
  **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = 3x$, $g(x,y,z) = x + y$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x + y + z$ su:
  $M_f =$ $\qquad$ $M_g =$ $\qquad$ $M_h =$ $\qquad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Neka tačke $O(0,0,0)$, $P(-1,-8,4)$ i $Q(7,-7,8)$ pripadaju ravni $\alpha$. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O,P,Q\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$ i izračunati ugao $\measuredangle(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}) =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$$
  **1)** kontradiktoran: ______________
  **2)** određen: ______________
  **3)** 1 puta neodređen: ______________
  **4)** 2 puta neodređen: ______________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $AB$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (2,1,-3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
  $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora $(a,b,c,d,e)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R},\mathbb{R},+,\cdot)$, par vektora $(a,b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice $A,B,C$ reda **1** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
**1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
**4)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
**7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: **a)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$
**b)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ **c)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$ **d)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su $a,b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a,b,c$.

- Neka su $a,b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+2c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a,b,c$.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
**3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
**6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} \neq \lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b})$
**10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x,y,\lambda,v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$
**2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(xy) = yx$ **4)** $f(xy) = y\,f(x)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$
**6)** $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1,x_2,x_3)$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0,1\}$
**5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0,1,2\}$

- Ako je $f(xy) = f(x)f(y)$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija
**3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

- Neka je $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1,c_2,\ldots,c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V = 4$. Tada je **1)** $m \leq 4 \leq n$ **2)** $n \leq 4 \leq m$ **3)** $n \leq m \leq 4$ **4)** $4 \leq m \leq n$ **5)** $4 \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} \parallel \vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:

  **1)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** $U$=_____

  **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

  **3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____

  **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su komplanarni ako **i samo ako** je:

  **1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$

  **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$

  **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$
  **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$ **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \neq 0$
  **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \neq 0$ **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
  $f$ $g$ $h$ $F$ $G$

---

# *Kolokvijum 1, 14.09.2012.*

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = x^2 + 1$ i $g(x) = e^x + 1$. Izračunati:

  **1)** $g^{-1}(x) =$ **2)** $(f \circ f)(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $f(x+1) =$

  Ispitati da li je $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(1,3)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1,2,3\}$ relacija poretka: DA NE, i ako jeste, odrediti
  minimalne elemente: maksimalne elemente:

  najveći element: najmanji element:

  Haseov dijagram:

- Napisati $SDNF$ i $SKNF$ Bulove funkcije $f(x,y) = x(x+y')'$:
  $SDNF(f) =$ $SKNF(f) =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupe:
  **1)** $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{C}, +)$ **4)** $(\mathbb{C}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[x], +)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Napisati Kejlijeve tablice operacija polja $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$:

- Ako je $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -2 + 2i$, tada je $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$
  $z_1^2 =$ $\arg(z_1) =$ $\arg(z_2) =$ $\arg(z_1 z_2) =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$

- Nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$ može biti stepena:
  **1)** 1 **2)** 2 **3)** 3 **4)** 2012 **5)** $n$, gde je $n$ bilo koji prost broj **6)** $n$, gde je $n$ bilo koji prirodan broj

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Napisati relaciju $\rho$ definisanu u skupu $\{a, b, c\}$ koja nije ni simetrična ni antisimetrična:

  $\rho = \{(\quad,\quad),(\quad,\quad),(\quad,\quad)\}$. Da li u skupu $\{a, b\}$ postoji takva relacija? DA NE

- Ako je $f$ funkcija, tada postoji funkcija $f^{-1}$ ako: **1)** $f$ je $1-1$ **2)** $f$ je *na* **3)** $f$ je kao relacija simetrična **4)** $f$ je kao relacija antisimetrična **5)** ništa od prethodno navedenog

- $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$, $f_1 = \{(1, a), (2, b)\}$, $f_2 = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$, $f_3 = \{(1, c), (2, b), (3, a)\}$ i $f_4 = \{(1, a), (1, b), (1, c)\}$, $f_5 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\setminus$ | $f_i$ je funkcija | $f_i: A \longrightarrow B$ | $f_i: \{1\} \longrightarrow B$ | $f_i: A \overset{1-1}{\longrightarrow} B$ | $f_i: A \overset{\text{na}}{\longrightarrow} B$ | $f: A \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\rightarrow}} B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |
| $f_4$ | | | | | | |
| $f_5$ | | | | | | |

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f: A \to B$ definisana sa $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f: A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u Bulovoj algebri.
  **1)** $0 + 0' = 0$ **2)** $a \cdot b = 0 \Rightarrow (a = 0 \vee b = 0)$ **3)** $a \cdot b + c = (a + c) \cdot (b + c)$ **4)** $ab' + a'b = 1$
  **5)** $aa' = 0'$ **6)** $a + 1 = a'$ **7)** $a + ab = a$ **8)** $a \leq a'$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, \cdot, +)$ **3)** $(\mathbb{Q}^+, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_4 \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(V, +, \times)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora **9)** $(V, +, \cdot)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora **10)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A_i$ i kompleksnih funkcija $f_i: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f_i$.

  $f_{\mathbf{1}}(z) = \overline{z}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ________________________________________

  $f_{\mathbf{2}}(z) = I_m(z)i$ ________________________________________

  $f_{\mathbf{3}}(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ ________________________________________

  $A_{\mathbf{1}} = \{z | \, |z - \alpha|^3 = \beta\}$ $(\alpha \in \mathbb{C}, \ \beta \in \mathbb{R}^+)$ ______________________________

  $A_{\mathbf{2}} = \{z | \, |\arg z| = \arg |z|\}$ ____________________________________

  $A_{\mathbf{3}} = \{z | \, \arg z = \frac{\pi}{6}\}$ ______________________________________

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ **svodljiv** nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Pri delenju polinoma $t^8 - 2t^4 + 1$ polinomom $t^2 + 1$ količnik je ______________ a ostatak je __________.

---

## *Kolokvijum 2, 14.09.2012.*

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- U grupi $(\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 9, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su $1^{-1} =$ ____, $2^{-1} =$ ____, $4^{-1} =$ ____, $5^{-1} =$ ____, $7^{-1} =$ ____, $8^{-1} =$ ____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R, +, \cdot)$: **1)** $a(b+c) = ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Funkcija $f : (-\infty, -2] \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{-2-x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g : (-1, 0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ ________ ,
$g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ _____

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Tada je: $f^{-1}(x) =$

- Neka su $z_1 = 1+4i$, $z_2 = 4+3i$ i $z_3 = 6+4i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna: $\rho = \{ \qquad \}$ Dali postoji više od jedne takve relacije? DA NE

- Broj svih relacija skupa $A = \{1,2\}$ koje **nisu** antisimetrične je:

- Broj svih relacija skupa $A = \{1,2\}$ koje su simetrične je:

- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 $\infty$

- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 $\infty$

- Naći najveći podskup $A$ skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup $B$ skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x^2-4)$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ ____________ i $B =$ ____________. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z) = z\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ________________________________________
$g(z) = -i\bar{z}$ je ________________________________________
$A = \{e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ________________________________________
$B = \{z \mid z = |z|\}$ je ________________________________________
$C = \{z \mid z = \overline{-iz}\}$ je ________________________________________
$D = \{z \mid 0 \leq \arg z \leq \pi \ \wedge \ |z| \leq 1\}$ je ________________________________________
$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ________________________________________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $A = B$ **c)** $A \subseteq D$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $B \cap E = C$

# *Kolokvijum 2, 14.09.2012.*

- Za ravan $\alpha : \ z = 0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$, i koordinate jedne njene tačke $A( \quad , \quad , \quad )$.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $ax - ay = 1 \wedge ax + ay = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (0,0,0)$ i $\vec{b} = (-3,-3,-6)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 3&3&3\\3&3&3\\3&3&3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&1\\0&1&0\\1&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&1\\0&1&1\\1&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&1\\0&1&1\\1&1&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0&0&0\\0&0&0\\0&0&0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0\\0&0&0\\0&0&0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0\\0&0&0\\0&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0\\0&0&0\\1&0&1 \end{bmatrix}$$

- Ako je $B_1$ sredina duži $AC$, napisati $\overrightarrow{AB_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{BA}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{AB_1} =$

- Za koje $\beta \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{a} = (2\beta, 2, -2)$ i $\vec{b} = (\beta, 1, -1)$: **a)** kolinearni _______ **b)** ortogonalni _______

- Ako je $\vec{a} = (1,0,1)$ i $\vec{b} = (0,1,0)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ________________ i $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ ________________.

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f(x) = (2x, 3x)$, $g(x,y,z) = (y, x+z)$, $h(x,y,z) = (x-y, 0)$, su:

$M_f=$ $\qquad$ $M_g=$ $\qquad$ $M_h=$

$r(M_f) =$ $\qquad$ $r(M_g) =$ $\qquad$ $r(M_h) =$

- Napisati jednačine prave $p(A, \vec{a})$ i ravni $\alpha(Q, \vec{n}_\alpha)$, za $A(1,1,1)$, $Q(5,5,5)$, $\vec{a} = (1,2,3)$ i $\vec{n}_\alpha = (3,4,1)$:

- Da li postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ koja nije oblika $f(x,y) = (ax + by, cx + dy)$? DA NE

- Za ravan $\alpha : \; x - y = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = ( \quad , \quad , \quad )$, jedan vektor $\vec{a} = ( \quad , \quad , \quad )$ paralelan sa $\alpha$ i koordinate jedne njene tačke $A( \quad , \quad , \quad )$.
$(\vec{a} \times \vec{n}_\alpha) \| \alpha$? DA NE

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & - & ay & = & 0 \\ ax & - & 9y & = & b \end{array}$
**1)** kontradiktoran: ________________
**2)** određen: ________________
**3)** 1 puta neodređen: ________________
**4)** 2 puta neodređen: ________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $BCD$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$.
$\overrightarrow{AT} =$

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (-1,1,0)$ i $\vec{b} = (1,0,1)$: $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a,b,c,d)$ je: **1)** nikad zavisna **2)** uvek zavisna **3)** uvek generatorna **4)** nikada generatorna **5)** može ali ne mora da bude baza.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \not\parallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{0})$ je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ je generatorna i zavisna. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od kvadratne matrice $A$ elementarnim transformacijama.
**1)** $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar $\alpha$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $det(A - B) = det(A) - det(B)$ **2)** $det(AB) = det(A)det(B)$ **3)** $det(\lambda A) = \lambda^2 det(A)$
**4)** $AB = BA$ **5)** $rang(A + B) = rang(A) + rang(B)$ **6)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$
**7)** $A(BC) = (AB)C$ **8)** $-A(-B + C) = AB - AC$ **9)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **10)** $A - B = -B + A$
**11)** $(AB)^2 = A^2B^2$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji $f^{-1}$ **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $V = W$
**4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u $W$
**5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u $W$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z - 6b)$ ____________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x, y) = a^2x + y(bx + c^2)$ ____________________

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$ kroz ravan $\alpha :\ x+y+z = 3$.
$\vec{r}_T =$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\exists \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$
**8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee x = 0$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti sve vektorske podprostore.

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq R^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in R\}$ je podprostor:
**a)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 2x_2 = \ldots = nx_n\}$ **b)** $U = \{x \in R^n \mid x_1^2 = x_2^2\}$ **c)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 0\}$

- Linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - y, 2x + ay)$ je izomorfizam akko $a \in$ __________

- Sistem linearnih jednačina $x + y + z = 0$ , $x + y + az = 0$ nad $\mathbb{R}$ je neodređen akko $a \in$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (5, 0, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 2)$ i $\vec{c} = (2, -1, 0)$ :
$\vec{x} =$

- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$.
Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a, b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________

  **3)** $V = L(a, b, c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b, c, d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________

  **5)** $V = L(b, c, e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e, f, g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = -a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = -\frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** $0$ **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** $\pi$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2}), \ldots,$ $\mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada:
**1.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\, A < n$ **2.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow$ **rang** $A \leq n$ **3.** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A = 0$
**4.** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow$ **rang** $A \geq 1$ **5.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **6.**$(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow$ **rang** $A < n$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$
**2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **3)** $\mathrm{rang} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** $\mathrm{rang} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
**5)** $\mathrm{rang} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$
**9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} \neq \lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b})$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

---

## *Kolokvijum 1, 28.09.2012.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,3), (1,4), (2,4), (3,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = \mathrm{arctg}\, x$ i $g(x) = \sqrt[3]{1+x}$. Izračunati:
**a)** $f^{-1}(x) =$ **b)** $g^{-1}(x) =$ **c)** $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$
**d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \binom{a\,b\,c\,d}{c\,d\,a\,b}$, $g = \binom{a\,b\,c\,d}{b\,a\,d\,c}$ i $h = \binom{a\,b\,c\,d}{d\,c\,b\,a}$. Tada je $f \circ g = \binom{a\ \ b\ \ c\ \ d}{\ }$, $f^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ \ d}{\ }$, $g^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ \ d}{\ }$, $(f \circ g)^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ \ d}{\ }$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ \ d}{\ }$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
**1)** $ab + bc + ac + a = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a'$ **3)** $a + a' = 0$ **4)** $a \cdot 0 = 0$ **5)** $1 \cdot 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su:
$2^{-1} =$ __________, $3^{-1} =$ __________, $4^{-1} =$ __________.

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1+i)^2$ i $z_2 = 1 + i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{1+x}$ i $g(x) = 1 + x$. Izračunati:
**1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom: **1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$
**6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
**1)** $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0 \Rightarrow a=0 \vee b=0$ **6)** $a\neq 0 \wedge b\neq 0 \Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

- Funkcija $f:(-2,\infty)\longrightarrow \mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x)=\sqrt{2+x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ _______ ,
$g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$. Tada je: $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{3}{x^3}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=$ , $(f\circ f)(x)=$ , $f(x+1)=$ , $f(\frac{1}{x})=$ .

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\arccos(x+1)$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=\frac{3\pi}{4}$, $f($_____$)=\frac{\pi}{4}$ i $B=$ _______ , a $f:A\to B$ je: **a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$.
**Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\setminus$ | $f_i$ je funkcija | $f_i:\ A\longrightarrow B$ | $f_i:\ \{1,2\}\longrightarrow B$ | $f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow} B$ | $f_i:\ A\overset{na}{\longrightarrow} B$ | $f:A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_{\mathbf{1}}=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_{\mathbf{2}}=\{(x,y)|x+y>0,x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_{\mathbf{3}}=\{(x,|x|)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_{\mathbf{4}}=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},x>1\}$, $\rho_{\mathbf{5}}=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_{\mathbf{6}}=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
$\rho_{\mathbf{1}}$ : RST $\rho_{\mathbf{2}}$ : RST $\rho_{\mathbf{3}}$ : RST $\rho_{\mathbf{4}}$ : RST $\rho_{\mathbf{5}}$ : RST $\rho_{\mathbf{6}}$ : RST

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$ **3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z)=-\overline{z}$ je ____________________
$g(z)=I_m(z)$ je ____________________
$A=\{1-e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ____________________
$B=\{z|z\overline{z}=1\}$ je ____________________
$C=\{z|z=\overline{-z}\}$ je ____________________

$D = \{z|\, \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ______________________________

$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ______________________________

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset E$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $A \supseteq E$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljiv i koji je stepena: **a)** 1 **b)** 2

- Ako je $p$ svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$:

  ______________________________

- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \quad \}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{ \quad \}$ i skup svih mogućnosti za $c$ je $c \in \{ \quad \}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f|f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f|f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to A \ \wedge\ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

---

# *Kolokvijum 2, 28.09.2012.*

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je

  **1)** kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave $p$: $\vec{p} = ( \quad , \quad , \quad )$, i koordinate jedne tačke prave $p$: $( \quad , \quad , \quad )$.

- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (0, -1, 1)$, tada je:

  **1)** $|\vec{a}| =$ **2)** $|\vec{b}| =$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a, b, c, d)$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:

  **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \ \vee\ \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **3)** $\big((1,0,0)\big)$ **4)** $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $\ f(x,y) = (x+2y, x-3y)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $\ g(x,y,z) = (x,z)$ su:

∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
**1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$
**4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora $(a,b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, projekcije tačke $(1,1,1)$ na pravu $p:\ \frac{x-1}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$.
$\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a,b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
**(a)** kontradiktoran: ____________
**(b)** određen: ____________
**(c)** 1 puta neodređen: ____________
**(d)** 2 puta neodređen: ____________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
**1)** $\{(0,t,1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0,1-t,t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0,2-t,t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0,0,1),(0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V,F,+,\cdot)$:
**1)** $(\forall x,y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1\cdot x = x$ **3)** $\forall x,y \in V,\ x+y=y+x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha,\beta \in F)\ (\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x=-(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0\cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica $B$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama: **1)** $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge \ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar $\alpha$ **6)** matrice $A$ i $B$ imaju iste karakteristične korene **7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow \ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n > 1$ važi:
**1)** $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
**1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  **1)** $V = L(a) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________
  **3)** $V = L(a,b,c) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________
  **5)** $V = L(b,c,e) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju $f$ iz vektorskog prostora $V$ u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** $f$ uvek jeste izomorfizam **2)** $f$ uvek nije izomorfizam **3)** $f$ uvek jeste injektivna **4)** $f$ uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** $f$ bijekcija **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $f(V)$ je potprostor od $W$ **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \ \ f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z)$ ______________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \ \ f(x,y) = ax + bxy + cy$ ______________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \ \ f(x,y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ______________________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n \neq \emptyset \wedge m \nparallel n)$

---

# *Kolokvijum 1, 14.10.2012.*

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C\}$, gde je $A = \{a,b\}, B = \{b,c\}, C = \{a,b,c\}$ i navesti najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

**1)** $f:(0,\frac{\pi}{2})\to(0,\infty),\ \ f(x)=\operatorname{tg}x$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=3-x$ **3)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$
**4)** $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:

**1)** $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Za kompleksne brojeve $z_1=(1-i)^2$ i $z_2=1-i^3$ izračunati

$z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1+z_2|=$

- Pri delenju polinoma $x^3-3x^2+3x-1$ sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

**1)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=5x+7$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^3$ **3)** $f:(-\infty,0]\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$
**4)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ \ f(x)=e^{-x}$ **6)** $f:(\frac{\pi}{2},\pi)\to(0,1),\ \ f(x)=\sin x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom: **1)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

- Neka su $P$ i $Q$ redom polinomi drugog i trećeg stepena. Tada je $dg(P+Q)=$ _____ i $dg(PQ)=$ _____

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Ako je $P(x)=ax^2+bx+c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P)=2$, **2)** $dg(P)\in\{1,2\}$, **3)** $dg(P)\in\{0,1,2\}$

- U grupi $(\{1,2,4,5,7,8\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 9, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su $1^{-1}=$ ____, $2^{-1}=$ ____, $4^{-1}=$ ____, $5^{-1}=$ ____, $7^{-1}=$ ____, $8^{-1}=$ _____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R,+,\cdot)$: **1)** $a(b+c)=ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0\Leftrightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab=0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$

- Funkcija $f:(-\infty,-2]\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{-2-x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R},\ \ g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ _______ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x+1}$. Tada je: $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x)=\sqrt{x}$. Tada je:

$f^{-1}(x)=$ , $(f\circ f)(x)=$ , $f(x+1)=$ , $f(\frac{1}{x})=$ .

- Napisati jednu relaciju skupa $A=\{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna: $\rho=\{$ $\}$ Dali postoji više od jedne takve relacije?

- Broj svih relacija skupa $A=\{1,2\}$ koje **nisu** antisimetrične je:

- Broj svih relacija skupa $A=\{1,2\}$ koje su simetrične je:

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, 3x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 0, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, xy < 4\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\quad \rho_2$ : R S A T $\quad \rho_3$ : R S A T $\quad \rho_4$ : R S A T $\quad \rho_5$ : R S A T $\quad \rho_6$ : R S A T

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A =$ ______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ ______. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1} =$ ______, $O =$ ______, $S =$ ______

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___.

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e^{-1})$. Tada je $A =$ ______, $f($_____$) = -1$ i $B =$ ______.
  Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  **1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x + 1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
  **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
  **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  **1)** $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$
  **5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
  **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
  **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$
  **9)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + t + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$ nad poljem $\mathbb{R}$:
  **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$;**g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \ \mid \ \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \ \mid \ \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$, **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $c$ je $c \in \{$ $\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.

  $f(z) = \overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ________________________________________

$g(z) = -zi$ je ______________________________

$h(z) = z + i$ je ______________________________

$t(z) = -\overline{z}$ je ______________________________

$A = \{z | (z-i)^3 = i\}$ je ______________________________

$B = \{z | |z|^{2010} = 1\}$ je ______________________________

$C = \{z | |z-i|^3 = i\}$ je ______________________________

$D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______________________________

---

# *Kolokvijum 2, 14.10.2012.*

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (4, 2\alpha, \alpha)$ i $\vec{b} = (1, \alpha, -3\alpha)$:

  **1)** kolinearni ____________ **2)** ortogonalni ____________

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $p:\ x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave $p$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke $A$ prave $p$ koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih $n$-torki koje su GENERATORNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y = a \ \wedge\ x + ay = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Napisati matricu linearne transformacije $f(x,y,z) = (x,y)$ i odrediti njen rang :

- Ako je $\vec{a} = (2,-1,-2)$ i $\vec{b} = (-1,3,-2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ____________________, $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____________________, i $|\vec{a}| =$ ____________________.

- Nekaje $ABCD$paralelogram. Izraziti vektor položaja $\vec{r}_A$ uzavisnosti od $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$ i $\vec{r}_D$. $\vec{r}_A =$____________

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
  **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
  **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku $T$ prodora prave $p: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha: x - y + z = 1$. $\quad T(\quad , \quad , \quad )$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora uređena četvorka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
**1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$, generatorna trojka $(a, b, c)$ je:
**1)** uvek baza, **2)** uvek linearno nezavisna, **3)** nikad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
**(a)** kontradiktoran: ______________
**(b)** određen: ______________
**(c)** 1 puta neodređen: ______________
**(d)** 2 puta neodređen: ______________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
**1)** $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0, 1-t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0,0,1), (0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica $B$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama: **1)** $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge\ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$
**4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar $\alpha$ **6)** matrice $A$ i $B$ imaju iste karakteristične korene
**7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow\ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n > 1$ važi:
**1)** $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
**1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
**1)** $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
**3)** $V = L(a,b,c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
**5)** $V = L(b,c,e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju $f$ iz vektorskog prostora $V$ u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** $f$ uvek jeste izomorfizam **2)** $f$ uvek nije izomorfizam
**3)** $f$ uvek jeste injektivna **4)** $f$ uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f: V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** $f$ bijekcija **2)** $V$ i $W$ su izomorfni
**3)** $f(V)$ je potprostor od $W$ **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\, f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z)$ ________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = ax + bxy + cy$ ________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \ f(x, y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ________________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n \neq \emptyset \wedge m \nparallel n)$

---

## *Kolokvijum 1, 25.11.2012.*

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{Z}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$- simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost.
  $\leq$: $R, S, A, T$ $\quad$ $<$: $R, S, A, T$ $\quad$ $\equiv_3$ definisana sa $x \equiv_3 y \Leftrightarrow 3|(x-y)$ : $R, S, A, T$

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 2^x$. Tada je: **1)** $f^{-1}(x) = x^2$, **2)** $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$, **3)** $f^{-1}(x) = \log_2 x$, **4)** $f^{-1}(x) = 2^{-x}$, **5)** $f^{-1}(x) = \frac{2}{x}$, **6)** $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x^{-1}$, **7)** $f^{-1}(x) = \log_2 \frac{1}{x}$.

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi i $dg(P) = 3$ i $dg(Q) = 4$, tada je $dg(PQ) =$ ________ i $dg(P+Q) =$ ________

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri.
  **1)** $c + ab = (b + c)(a + c)$ **2)** $(ab)' = a' + b'$ **3)** $(aa)' = a' + a'$ **4)** $(a + b)' = a' + b'$
  **5)** $(a + a)' = a' + a'$ **6)** $1 + 1 = 0$ **7)** $1 + a = 0'$ **8)** $1 + a = 1 \cdot a$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom (tj. monoidi):
  **1)** $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **3)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, \cdot)$ **6)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$
  **7)** $(\{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 2 - 2i$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $\quad$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\quad$ $\frac{z_2}{z_1} =$ $\quad$ $\arg(z_2) =$ $\quad$ $|z_2| =$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -1 - i\sqrt{3}$:
  $Re(z) =$ $\quad$ , $Im(z) =$ $\quad$ , $|z| =$ $\quad$ , $\arg(z) =$ $\quad$ , $\overline{z} =$ $\quad$ .

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
  $e^{i\pi} =$ $\quad$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $\quad$ $e^{i2k\pi} =$ $\quad$ $2e^{0 \cdot i} =$ $\quad$ $e^{i(2k+1)\pi} =$ $\quad$ $e^{-i\pi} =$ $\quad$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Pri deljenju polinoma $x^5 + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________, a ostatak je ____________.

∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi, $P + Q \neq 0$ i $dg(P) = 2$ i $dg(Q) = 2$, tada je $dg(PQ) \in \{\quad\}$ i $dg(P + Q) \in \{\quad\}$

- Ako je $z_1 \neq w$, $z_2 \neq w$, $z_1 \neq 0$ i $z_2 \neq 0$, tada važi:
**1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2}$
**2)** $\arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w) \Leftrightarrow \frac{z_1-w}{|z_1-w|} = \frac{z_2-w}{|z_2-w|}$
**3)** $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1-w}{|z_1-w|} = \frac{z_2-w}{|z_2-w|}$
**4)** $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w)$
**5)** Množenjem kompleksnog broja realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
**6)** Brojevi iz $\mathbb{C}$ koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
**7)** Množenje broja $z \in \mathbb{C}$ realnim brojem $k$ je homotetija sa centrom $O(0,0)$ i koeficijentom $k$ tj. $H_{O,k}(z)$.

- **1)** $\{z|\arg z > 0\} = \{z|I_m(z) > 0\} \cup \mathbb{R}^-$ **2)** $\{z|\arg z \geq 0\} = \{z|I_m(z) \geq 0\} \setminus \{0\}$
**3)** $\{z|-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z|R_e(z) > 0\}$ **4)** $\{z|-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z|R_e(z) \geq 0\} \setminus \{0\}$
**5)** $\{z|-\frac{\pi}{2} < \arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z|R_e(z) > 0\} \cup \{xi|x > 0\}$
**6)** $\{z|-\frac{\pi}{2} \leq \arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z|R_e(z) > 0\} \cup \{xi|x < 0\}$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, \cdot)$ u kojoj je $e$ neutralni element, a sa $x^{-1}$ je označen inverzni element od elementa $x$:
**1)** $a \cdot e = e$ **2)** $a \cdot x = b \cdot x \Rightarrow a = b$ **3)** $e \cdot e = e$ **4)** $e^{-1} = e$ **5)** $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$ **6)** $a \cdot a = a$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$

- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$ **1)** Ne postoji **2)** je linearni polinom **3)** je konstantni polinom

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
**1)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **2)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **3)** $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ **4)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
**5)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **6)** $z\overline{z} = |z|^2$ **7)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^2\overline{z}$ **8)** $|z^{-1}| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \arccos(x+1)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = \frac{3\pi}{4}$, $f($_____$) = \frac{\pi}{4}$ i $B =$ _______ , a $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- $A = \{1,2,3\}$, $B = \{x,y,z,u\}$, $f_1 = \{(1,x),(2,y)\}$, $f_2 = \{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3 = \{(1,u),(2,y),(3,x)\}$.
**Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\setminus$ | $f_i$ je funkcija | $f_i : A \longrightarrow B$ | $f_i : \{1,2\} \longrightarrow B$ | $f_i : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B$ | $f_i : A \overset{na}{\longrightarrow} B$ | $f_i : A \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |

- Funkcija $f : (-\pi, -\frac{\pi}{4}) \longrightarrow (-1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f : (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \longrightarrow (0,1)$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Napisati primere konačnog prstena bez jedinice $(A, +, \cdot)$ i beskonačnog prstena bez jedinice $(B, +, \cdot)$.
$A =$ $B =$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad proizvoljnim poljem $F$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju $F$, tada je $p$ nad tim poljem $F$: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
  **1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
  **4)** bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}(x)=$ _______, $O=$ _______, $S=$ _______

- Neka je $A=\{1,2\}$ i $B=\{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\xrightarrow{na}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\xrightarrow{na}A\}\Big|=$ ___.

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+2)$. Tada je $A=$ _______, $f($__________$)=1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
  **1)** bijektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** sirjektivna ali ne injektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Neka je $\{-2,1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a\in\{$ $\}$.

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\mathbb{Z}_7\setminus\{1,3,5\},\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_7\setminus\{1,3,5\},+)$
  **3)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **6)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Da li postoji polje nad kojim je polinom $t^4+t^2+1$ nesvodljiv? DA NE

- Ako je $p$ polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{Q}$, tada je $p$ nad poljem $\mathbb{Q}$:
  **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(a+i)=0$, $a\in\mathbb{R}$. Zaokruži tačno: **1)** $x-a+i\,|\,f(x)$ **2)** $x-a-i\,|\,f(x)$ **3)** $x-e^{ia}\,|\,f(x)$
  **4)** $x^2-2ax+a^2+1\,|\,f(x)$; **5)** $x^2+2ax+a^2+1\,|\,f(x)$; **f)** $x^2-ax+a^2+1\,|\,f(x)$; **6)** $x-e^{-ia}\,|\,f(x)$

- Ako je $A=\{e^{i\varphi}+e^{i\psi}\ |\ \psi,\varphi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **1)** $A\cap B\neq\emptyset$, **2)** $A\subset B$,
  **3)** $A\subseteq B$, **4)** $A\nsubseteq B$, **5)** $A\supseteq B$, **6)** $A\nsupseteq B$, **7)** $A\supset B$, **8)** $A\cap B=\emptyset$, **9)** $A=B$.

- Neka je $\{i,-i,1\}$ skup korena polinoma $x^3+ax^2+bx+c$. Tada je $a=$ $b=$ $c=$ .

---

# *Kolokvijum 2, 23.01.2013.*

- Neka tačke $P(1,0,0),Q(0,1,0)$ i $R(0,0,1)$ pripadaju ravni $\alpha$. Tada je $\overrightarrow{PQ}=(\ \ ,\ \ ,\ \ )$ i $\overrightarrow{PR}=(\ \ ,\ \ ,\ \ )$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n}=(\ \ ,\ \ ,\ \ )$. Ako je $(A,B,C,D)=(\ \ ,\ \ ,\ \ ,\ \ )$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $M\in\alpha$ i $M\notin\{P,Q,R\}$, $M(\ \ ,\ \ ,\ \ )$.

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $x-y=1\wedge ax-y=1$ nad poljem realnih brojeva je: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(-1,1,0)$ i $\vec{b}=(-1,0,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ ____________ **2)** $|\vec{b}|=$ ____________
  **3)** $\vec{a}-2\vec{b}=$ ____________ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ____________ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ____________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=$ ____________

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki **nisu** generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $\Big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\Big)$ **2)** $\Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ **3)** $\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$
  **4)** $\Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$

- $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f(x,y) = (2x, x, y)$, $g(x,y,z) = (x,z)$, $h(x,y) = (x,y)$ i $s(x,y,z) = z$ su:

  $M_f =$ $\qquad$ $M_g =$ $\qquad$ $M_h =$ $\qquad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & a-4 \\ -x & + & ay & = & a+9 \end{array}$$
  **1)** kontradiktoran: __________
  **2)** određen: __________
  **3)** 1 puta neodređen: __________
  **4)** 2 puta neodređen: __________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $CD$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{PQ} =$

- Napisati $\vec{x} = (1,2,3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (0,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,1)$:
  $\vec{x} =$

- Naći vektor položaja projekcije $A'$ tačke $A(1,2,3)$ na pravu $p$ određenu sa $x = 8 \wedge z = 9$:
  $\vec{r}_{A}' =$

- Naći vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $p: \ \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$ kroz ravan $\alpha: \ x+y+z=0$.
  $\vec{r}_T =$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice $A, B, C$ reda 3 i svaki skalar $\lambda$:
  **1)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
  **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(BA)$
  **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Neka su $a, b$ i $c$ proizvoljni **zavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ proizvoljni **nezavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, -a+c-2b)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora $a, b, c$.

- **Ako su** $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **kolinearni**, tada važi: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
  **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$
  **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} = \lambda\vec{b} \ \vee \ \lambda\vec{a} = \vec{b})$
  **10)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \ \wedge \ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- **Ako su** $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ **nekomplanarni** tada važi:
  **1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
  **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
  **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
  **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3, 5)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  **1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{1-1}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$
  **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2, 3\}$

- Ako je $f(0) = 0$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako preslikava vektorski prostor u vektorski prostor

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V = k$. Tada je **1)** $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$
  **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1, 2, 4)$, $|\overrightarrow{AB}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_B$ ako je $\vec{a} = (1, 2, 2)$ i ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_B =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
  **1)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 1\}$, **dim** $U$=_____
  **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____
  **3)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____
  **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z + 0\}$ **dim** $U$=_____

- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  **1)** $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ _________ **2)** $V = L(a, b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ _________
  **3)** $V = L(a, b, c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ _________ **4)** $V = L(b, c, d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ _________
  **5)** $V = L(b, c, e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ _________ **6)** $V = L(e, f, g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ _________

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$
  **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n - 1$ **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \neq 0$
  **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \neq 0$ **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2}), \ldots$, $\mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V$=Lin$(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots, \mathbf{a_n})$=$\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\ldots+\alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a_1} = \ldots = \mathbf{a_n} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$
  **2)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow$ ***rang*** $A = 0$ **3)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \ldots = \mathbf{a_n} = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$
  **5)** **rang** $A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \ldots = \mathbf{a_n} = 0$ **6)** **rang** $A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ i $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ su uvek oblika:
  $f$ $g$ $h$

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f : V \to V$ sledi da je transformacija $f$: **1)** injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f : V \to V$ sledi da je transformacija $f$: **1)** sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Za **svaki izomorfizam** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu $A$ važi:
**1)** $f$ je injektivna **2)** postoji $A^{-1}$ **3)** $n = m$ **4)** $f$ je sirjektivna **5)** $f$ je bijektivna
**6)** $A$ je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $V$. Zakruži tačan odgovor DA NE

---

## *Kolokvijum 1, 29.01.2013.*

- U skupu $A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}\}$ je data relacija $\subseteq$. Navesti ako postoje (napisati / ako ne postoji):
najmanji element: , minimalne elemente: ,
najveći element: , maksimalne elemente: .

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = x^2 + 1$ i $g(x) = 3x - 1$. Izračunati (napisati / ako ne postoji): **1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(g \circ f)(x) =$

- Napisati $SDNF$ Bulovog izraza $(x' + xy')'$:

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupe:
**1)** $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{C}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $(\{1\}, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 2 - 2i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \sqrt{3} - i$:
$Re(z) =$ , $Im(z) =$ , $|z| =$ , $\arg(z) =$ , $\overline{z} =$ .

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
$e^{i\pi} =$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $2e^{0 \cdot i} =$ $e^{-i\pi} =$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Pri deljenju polinoma $x^3 - 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________, a ostatak je ____________

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupoidi sa neutralnim elementom:
**1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +)$ **3)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $((0, \infty), \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su polja:
**1)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗ ∗

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F, +, \cdot)$:
**1)** $a + bc = (a + b)(a + c)$ **2)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid **3)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom **4)** operacija $+$ je komutativna **5)** operacija $\cdot$ je komutativna **6)** $(F, \cdot)$ je grupa

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A = \{5, 6, \cdots, 15\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $D = \{2, 4, 10, 100\}$, $E = \{3^n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{6\}$ u odnosu na relaciju poretka „deli”

| | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ |
|---|---|---|---|---|---|
| minimalni | | | | | |
| maksimalni | | | | | |
| najveći | | | | | |
| najmanji | | | | | |

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 - 1)$. Tada je $A =$ ____________, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
**1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna
**3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna

- Za koje vrednosti realnih parametara $a$ i $b$ formula $f(x) = ax^2 + bx$
**1)** definiše funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
**2)** definiše injektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
**3)** definiše sirjektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
**4)** definiše bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
**5)** definiše rastuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
**6)** definiše neopadajuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **1)** $x + y = (x'y')'$ **2)** $xy = (x' + y')'$
**3)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **4)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **5)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **6)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} B$

- Implikacija $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ važi u: **1)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$

- Algebarska struktura $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$ jeste grupa, gde je operacija $\cdot$ množenje po modulu:
**1)** 5 **2)** 6 **3)** 7 **4)** 8

- Za funkciju $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ koja preslikava grupu $(\mathbb{R}, +)$ u grupu $((0, \infty), \cdot)$, definisanu sa $f(x) = 2^x$, važi: **1)** $f$ je homomorfizam **2)** $f$ je izomorfizam **3)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je homomorfizam **4)** $f^{-1}$ postoji i $f^{-1}$ je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativni prsteni: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____, $2^{-1} =$ _____, $3^{-1} =$ _____, $-2 =$ _____, $-3 =$ _____.

- Broj rastućih funkcija skupa $\{1, 2\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4\}$ je: ____________ ($f$ je rastuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$ ). Broj neopadajućih funkcija skupa $\{1, 2, 3\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4\}$ je: __________ ($f$ je neopadajuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$ ).

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 1$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
**1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
**1)** $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$
**5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **4)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2+t+1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$ je: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D,E$ i sledećih kompleksnih funkcija: $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z)=-\overline{z}$ je ______________________________

  $g(z)=iI_m(z)$ je ______________________________

  $A=\{z|(z-2)^5=2^5\}$ je ______________________________

  $B=\{z|(z\overline{z})^5=1\}$ je ______________________________

  $C=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ______________________________

  $D=\{z|\,|\arg z|=|\arg\overline{z}|\}$ je ______________________________

  $E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ______________________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Neka su $z_1=2+2i$, $z_2=-3-i$ i $z_3=-1-i$. Izračunati: $\measuredangle z_2z_3z_1=$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{2,3\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a\in\{\qquad\qquad\}$.

---

# *Kolokvijum 2, 29.01.2013.*

- Neka tačke $P(0,0,0)$ i $Q(0,1,0)$ pripadaju ravni $\alpha$ koja je paralelna sa vektorom $(1,1,1)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na ravan $\alpha$, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada jednačina $Ax+By+Cz+D=0$ jeste jednačina ravni $\alpha$. $(\forall t,s\in\mathbb{R})\ M(t,s,t)\in\alpha$. DA NE

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $ax-ay=a\ \wedge\ -2ax+2ay=-2a$ nad poljem realnih brojeva je: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(-1,0,0)$ i $\vec{b}=(-1,0,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ ________ **2)** $|\vec{b}|=$ ________ **3)** $\vec{a}-2\vec{b}=$ ________ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ________ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ________ **6)** $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=$ ________

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\Big)$ **2)** $\Big((1,0,0),(0,2,0)\Big)$ **3)** $\Big((1,3,2),(1,1,0),(3,0,4),(1,2,3)\Big)$ **4)** $\Big((1,0,0),(2,0,0),(3,0,0)\Big)$

- $\begin{bmatrix}3&-1\\1&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4\\-1\end{bmatrix}=$ $\qquad$ $\begin{vmatrix}3&-1\\7&-2\end{vmatrix}=$ $\qquad$ $\begin{bmatrix}3&-1\\7&-2\end{bmatrix}^{-1}=$

- Matrica linearne transformacije $f(x,y)=(2y,x-y,3x+y)$ je:

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & ay & = & a \\ -x & + & ay & = & a \end{array}$$

**1)** kontradiktoran: ______
**2)** određen: ______
**3)** 1 puta neodređen: ______
**4)** 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $AC$ i $BP$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{AQ} =$

- Napisati $\vec{x} = (0, -2, -1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (0, -1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$:
$\vec{x} =$

- Naći vektor položaja projekcije $A'$ tačke $A(1, 1, -1)$ na ravan $x + y + z = 0$: $\vec{r}_{A'} =$

- Naći vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, prodora prave $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ kroz ravan $\alpha: \ x + 2y - z = 0$.
$\vec{r}_T =$

- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ je: ______, a karakteristični koreni $\lambda$ su
$\lambda \in \{ \qquad \}$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice $A, B, C$ reda **1** i svaki skalar $\lambda$:
**1)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
**4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(BA)$
**7)** $A(B + C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Neka su $a, b$ i $c$ **proizvoljni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ proizvoljni **nezavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, b + c)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora $a, b, c$.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **su nekolinearni ako i samo ako:**
**1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
**5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su nezavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$
**9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} = \lambda\vec{b} \ \vee \ \lambda\vec{a} = \vec{b})$ **10)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\, \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \ \wedge \ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **komplanarni ako i samo ako:**
**1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge \ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}) = (x_1-x_2, x_1+x_3, -x_1-x_2-2x_3)$ gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1,1)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{1-1}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$
**5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0,1\}$

- $(\forall\, x \in \mathbb{R}^5) f(x) = 0$, tada $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste injektivna **5)** jeste sirjektivna **6)** jeste izomorfizam

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ zavisna, a $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V = k$. Tada je moguće
**1)** $m \le k \le n$ **2)** $n \le k \le m$ **3)** $n \le m \le k$ **4)** $k \le m \le n$ **5)** $k \le n \le m$ **6)** $m \le n \le k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1,1,1)$, $|\overrightarrow{AB}| = 3$ i $|\overrightarrow{BC}| = 9$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{a} = (1,2,2)$, $\vec{b} = (1,4,8)$ i ako su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ istog pravca i smera redom kao i vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{BC}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
**1)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = y\}$, **dim** $U$=_____
**2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 + y^4 = 0\}$ **dim** $U$=_____
**3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = x\}$ **dim**U= _____
**4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = y\}$ **dim** $U$=_____

- Ako je $f : V \to V$ homomorfizam prostora $V$ u samog sebe, tada je: **1)** $f$ mora biti izomorfizam **2)** $dim(V) = dim(f(V))$ **3)** $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ (gde je $\mathbf{0}$ nula-vektor prostora $V$) **4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u $V$ **5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u $V$

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda 5, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A} = 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A} \le 4$ **3)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A} = 5$ **4)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A} = 5 \Rightarrow \det A \ne 0$ **5)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A} = 5 \Leftarrow \det A \ne 0$
**6)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A} = 5 \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2}), \ldots,$ $\mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V$=Lin$(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots, \mathbf{a_n})$=$\{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je:
**1)** $\mathbf{a_1} = \ldots = \mathbf{a_n} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **2)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{rang}\, A = 0$
**3)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \ldots = \mathbf{a_n} = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$
**5)** $\mathbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \ldots = \mathbf{a_n} = 0$ **6)** $\mathbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ i $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ su uvek oblika:
$f$ $g$ $h$

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za vektorski prostor $\mathbb{R}^5$ i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ sledi da je transformacija $f$: **1)** injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f : V \to V$ sledi da je $f$:
**1)** sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Za **svaki izomorfizam** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu $A$ važi: **1)** $f$ je injektivna **2)** postoji $A^{-1}$ **3)** $n = m$ **4)** $f$ je sirjektivna **5)** $f$ je bijektivna **6)** $A$ je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor $\mathbb{R}^n$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $\mathbb{R}^n$. Zaokruži tačan odgovor DA NE

- Ako je $A$ regularna kvadratna matrica i $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, tada važi: **1)** $(\alpha A)^{-1} = \frac{1}{\alpha}A^{-1}$ **2)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha A^{-1}$ **3)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha\frac{1}{\det A}A^{-1}$ **4)** $(\alpha A)^{-1} = A^{-1}\alpha$ **5)** $(\alpha A)^{-1} = A^{-1}\alpha^{-1}$ **6)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha^{-1}A^{-1}$

---

# *Kolokvijum 1, 10.02.2013.*

- U skupu $A = \Big\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2,3\}\Big\}$ je data relacija $\subseteq$. Navesti ako postoje (napisati / ako ne postoji):

  najmanji element: , minimalne elemente: ,

  najveći element: , maksimalne elemente: .

- Neka su $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) = \ln x$. Izračunati (napisati / ako ne postoji):
  **1)** $f^{-1}(x) =$ $, x \in$ **2)** $g^{-1}(x) =$ $, x \in$
  **3)** $(f \circ g)(x) =$ $, x \in$ **4)** $(g \circ f)(x) =$ $, x \in$

- Napisati $SDNF$ Bulovog izraza $(x'y + xy + xy')'$:

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupoidi:
  **1)** $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $(\{1\}, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = -2i$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 + i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -i\sqrt{3}$:

  $Re(z) =$ , $Im(z) =$ , $|z| =$ , $\arg(z) =$ , $\overline{z} =$ .

- Pri deljenju polinoma $x^4 - 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupe:
  **1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +)$ **3)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_4, +)$ **5)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su polja:
  **1)** $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $z\overline{z} = |z|^2$ **2)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **3)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **4)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$
  **5)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ **6)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **7)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **8)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
  **9)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Izračunati: **1)** $\arg(-13i) =$ **2)** $\arg(6) =$ **3)** $\arg(-9) =$ **4)** $\arg(2i) =$
  **5)** $\arg(-1 + i) =$ **6)** $\arg(-1 + i\sqrt{3}) =$ **7)** $\arg(0) =$

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_3,+)$ i $(\mathbb{Z}_3,\cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

| $+$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 1 | | | |
| 2 | | | |

| $\cdot$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 1 | | | |
| 2 | | | |

$-0 =$ , $-1 =$ , $-2 =$ $1^{-1} =$ , $2^{-1} =$ ,
$(2+2^3)^{-1} =$ $((-1)^{-1}+2^3)^{-1} =$ , $(2+2^3)^2 =$ .

- Da li je $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(4,1),(3,1)\}$ relacija poretka skupa $A=\{1,2,3,4,5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti minimalne: , maksimalne: , najveći: i najmanji: element.

- Neka je $z = 3+2i$, $u = 1+i$ i $w = 2-i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka __________, a $\measuredangle wuz =$ __________

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3+4)+3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\dots\}$ date su relacije: $\rho_\mathbf{1} = \{(x,3x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{2} = \{(x,y)|x+y=0, x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{3} = \{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{4} = \{(x,y)|x,y\in\mathbb{N}, xy<4\}$, $\rho_\mathbf{5} = \{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{6} = \mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_\mathbf{1}$ : R S A T $\rho_\mathbf{2}$ : R S A T $\rho_\mathbf{3}$ : R S A T $\rho_\mathbf{4}$ : R S A T $\rho_\mathbf{5}$ : R S A T $\rho_\mathbf{6}$ : R S A T

- Neka je $A=\{1,2,3,4\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

$$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big| = \_\_\_, \Big|\{f|f:A\stackrel{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big| = \_\_\_, \Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big| = \_\_\_, \Big|\{f|f:B\stackrel{na}{\longrightarrow}B\}\Big| = \_\_\_,$$
$$\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big| = \_\_\_, \Big|\{f|f:A\stackrel{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big| = \_\_\_, \Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big| = \_\_\_, \Big|\{f|f:A\stackrel{na}{\longrightarrow}B\}\Big| = \_\_\_.$$

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e^{-1})$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = -1$ i $B =$ _______.
  Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$:
  **1)** $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1 \Rightarrow x=1$
  **5)** $xy=0 \Rightarrow (x=0 \vee y=0)$ **6)** $(x=0 \vee y=0) \Rightarrow xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$
  **8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1 \wedge xy=0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  **1)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$
  **5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
  **5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$
  **3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **4)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$
  **9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2+2t+1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$ nad poljem $\mathbb{R}$:
  **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $c$ je $c\in\{\qquad\qquad\qquad\qquad\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C,D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.

  $f(z)=\overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ____________________

  $g(z)=-zi$ je ____________________

  $h(z)=z+i$ je ____________________

  $t(z)=-\overline{z}$ je ____________________

  $A=\{z|(z-i)^3=i\}$ je ____________________

  $B=\{z||z|^{2010}=1\}$ je ____________________

  $C=\{z||z-i|^3=i\}$ je ____________________

  $D=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ____________________

- Za koje vrednosti realnih parametara $a$, $b$ i $c$ formula $f(x)=a^2e^{bx}+c^2$
  **1)** definiše funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ ____________________
  **2)** definiše injektivnu funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ ____________________
  **3)** definiše sirjektivnu funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ ____________________
  **4)** definiše bijektivnu funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ ____________________
  **5)** definiše rastuću funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ ____________________
  **6)** definiše neopadajuću funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ ____________________

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$ važi: **1)** $x+y=(x'y')'$ **2)** $xy=(x'+y')'$
  **3)** $xy=1\Rightarrow x=1$ **4)** $x=y\Rightarrow x'=y'$ **5)** $x'=y'\Rightarrow x=y$ **6)** $f(x)=x'\Rightarrow f:B\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}B$

---

# *Kolokvijum 2, 10.02.2013.*

- Neka tačke $P(0,0,0)$ i $Q(1,1,1)$ pripadaju ravni $\alpha$ koja je paralelna sa vektorom $(1,1,-1)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na ravan $\alpha$, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada jednačina $Ax+By+Cz+D=0$ jeste jednačina ravni $\alpha$. $(\forall\, t,s\in\mathbb{R})\ M(t,s,t)\in\alpha$. DA NE

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ sistem jednačina $ax-ay=a\ \wedge\ ax+ay=a$ nad poljem realnih brojeva je:
  **1)** dvostruko neodređen: **2)** jednostruko neodređen:
  **3)** određen: **4)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix}1&0\\1&0\\-1&2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&-1&0\\2&0&2\end{bmatrix}$ $\qquad\begin{vmatrix}1&2&0\\1&1&0\\2&-1&1\end{vmatrix}=\qquad\begin{bmatrix}8&-7\\9&-8\end{bmatrix}^{-1}=$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih $n$-torki koje su linearno NEZAVISNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$
  **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$
  **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&3&1&0\\0&0&2&2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&0&-1\\0&3&1\\0&0&2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&0&2\\\frac{1}{2}&0&1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&1\\1&0\\1&1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}3&1&3\\3&0&3\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&1&1\\0&2&0\\2&0&2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&-1&0\end{bmatrix}$$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$, $f(x)=(2x,3x)$ i $g,h,r,s:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $g(x,y,z)=(y,x+z)$, $h(x,y,z)=(x-y,0)$, $r(x,y,z)=(z,y)$, $s(x,y,z)=(x-y-z,z-x-y)$ i $p(x,y,z)=(0,0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f=$ $M_g=$ $M_h=$ $M_r=$ $M_s=$ $M_p=$

- Za vektore $\vec{a}=(1,1,-3)$ i $\vec{b}=(-3,-3,9)$ važi: **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je $BD$ dijagonala. Tada u zavisnosti od $\vec{r}_D$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektor položaja tačke $C$ : $\vec{r}_C=$

✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcl} x & + & ay & = & a \\ -x & + & ay & = & a \end{array}$$

**1)** kontradiktoran: ______
**2)** određen: ______
**3)** 1 puta neodređen: ______
**4)** 2 puta neodređen: ______

- Ako je $A$ regularna kvadratna matrica i $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$, tada važi: **1)** $(\alpha A)^{-1}=\frac{1}{\alpha}A^{-1}$ **2)** $(\alpha A)^{-1}=\alpha A^{-1}$ **3)** $(\alpha A)^{-1}=\alpha\frac{1}{\det A}A^{-1}$ **4)** $(\alpha A)^{-1}=A^{-1}\alpha$ **5)** $(\alpha A)^{-1}=A^{-1}\alpha^{-1}$ **6)** $(\alpha A)^{-1}=\alpha^{-1}A^{-1}$

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $AC$ i $BP$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{BD}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AQ}=$

- Napisati $\vec{x}=(4,1,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,0,-1)$, $\vec{b}=(0,-1,1)$ i $\vec{c}=(1,1,1)$:
$\vec{x}=$

- Naći vektor položaja projekcije $A'$ tačke $A(1,1,-1)$ na ravan $x+y+2z=0$: $\vec{r}_{A'}=$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix}-1&2\\4&1\end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$

- Da li je $|(a\vec{b}+b\vec{a})\times(a\vec{b}-b\vec{a})|=|a\vec{b}+b\vec{a}|\cdot|a\vec{b}-b\vec{a}|$? DA NE (Napomena $|\vec{a}|=a$ i $|\vec{b}|=b$ )

- Za vektorski prostor $\mathbb{R}^5$ i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}^5\to\mathbb{R}^5$ sledi da je transformacija $f$: **1)** injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor $V$ i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f:V\to V$ sledi da je $f$:
**1)** sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ nekolinearni vektori, da li je $|(a\vec{b}+b\vec{a})\times(a\vec{b}-b\vec{a})|=|a\vec{b}+b\vec{a}|\cdot|a\vec{b}-b\vec{a}|$? DA NE (Napomena $|\vec{a}|=a$ i $|\vec{b}|=b$ )

- Za koje vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ navedene funkcija je linearne transformacija i ako jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $f(x,y,z)=(x\sin(a+b)-y-z,y)$ ______

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ **su kolinearni ako :** **1)** $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ **3)** $\operatorname{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}=1$ **4)** $\operatorname{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}=2$ **5)** $\operatorname{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}\le 1$
**6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su nezavisni **7)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\,\vec{a}=\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\,(\vec{a}=\lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a}=\vec{b})$
**10)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\,\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2\neq 0$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni ako i samo ako:** **1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge \ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3, -x_1 - x_2 - x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = 0$, tada $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^5$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste injektivna **5)** jeste sirjektivna **6)** jeste izomorfizam

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ zavisna, a $(c_1, c_2, \ldots, c_k)$ nezavisna za prostor $V$ i dim$V = n$. Tada je moguće
**1)** $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1,1,1)$, $|\overrightarrow{AB}| = 3$ i $|\overrightarrow{BC}| = 9$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{a} = (1,2,2)$, $\vec{b} = (1,4,8)$ i ako su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ istog pravca i suprotnog smera redom sa vektorima $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{BC}$.
$\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
**1)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = y + x\}$, **dim** $U$=_____
**2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 = 0\}$ **dim** $U$=_____
**3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 4\}$ **dim**U= _____
**4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = 1\}$ **dim** $U$=_____

- Ako je $f : V \to V$ izomorfizam prostora $V$ u samog sebe, tada je: **1)** $f$ mora biti homomorfizam **2)** $dim(V) = dim(f(V))$ **3)** $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ (gde je $\mathbf{0}$ nula-vektor prostora $V$) **4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u $V$ **5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u $V$

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda 4, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\leq 3$ **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 4$ **4)** **rang** A$= 4 \Rightarrow \det A \neq 0$ **5)** **rang** A$= 4 \Leftarrow \det A \neq 0$,
**6)** **rang** A$= 4 \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ i $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ su uvek oblika:
$f$ $g$ $h$

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **neki izomorfizam** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ i njegovu matricu $A$ važi: **1)** $f$ je injektivna **2)** postoji $A^{-1}$ **3)** $f$ je sirjektivna **4)** $f$ je bijektivna **5)** $A$ je regularna **6)** $\det A \neq 0$ **7)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor $\mathbb{R}^n$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $\mathbb{R}^n$. Zaokruži tačan odgovor DA NE

## *Kolokvijum 1, 28.03.2013.*

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=3^x$ i $g(x)=\sqrt[5]{3-x}$. Izračunati:
**a)** $f^{-1}(x)=$ **b)** $g^{-1}(x)=$ **c)** $(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$
**d)** $(g\circ f)(x)=$ **e)** $(g\circ f)^{-1}(x)=$

- Za kompleksne brojeve $z_1=1-i^5$ i $z_2=1-i^3$ izračunati
$z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1+z_2|=$

- Pri delenju polinoma $x^3-6x^2+12x-7$ sa $x-1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
**1)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}\setminus\{0\},+)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

- Za relaciju poretka $\subseteq$ skupa $\mathcal{A}=\{A,B,C,D\}$, gde je $A=\{a,b\},B=\{b,c\},C=\{a,b,c\},D=\{a,c\}$ i navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
**1)** $(a')'=a$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Koreni (nule) polinoma $x^2-i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=1-i\sqrt{3}$:
$Re(z)=$ , $Im(z)=$ , $|z|=$ , $\arg(z)=$ , $\overline{z}=$ .

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom domenu integriteta $(F,+,\cdot)$:
**1)** $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(F,+)$ je grupa **3)** $(F,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

- Funkcija $f:(2,\infty)\longrightarrow(-\infty,0]$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{-2+x}$ je:
**1)** sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
**3)** nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je
$g^{-1}(x)=$ _______ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x+2}{x-1}$. Tada je: $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{2}{x^5}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=$ , $(f\circ f)(x)=$ , $f(x+1)=$ , $f(\frac{1}{x})=$ .

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e)$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=1$, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______ , a $f:A\to B$ je:
**a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,\middle|\,f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\right)$
**3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$, $g$, $h$ i $t$.

  $f(z) = \overline{z}e^{i\arg(z)}$ je ______________________________

  $g(z) = -\bar{z}i$ je ______________________________

  $h(z) = z \cdot i$ je ______________________________

  $t(z) = -\overline{z}$ je ______________________________

  $A = \{z \in \mathbb{C} \,|\, (z-i)^2 = i\}$ je ______________________________

  $B = \{z \in \mathbb{C} \,|\, |z|^{2012} = 1\}$ je ______________________________

  $C = \{z \in \mathbb{C} \,|\, |z-i|^2 = i\}$ je ______________________________

  $D = \{z \in \mathbb{C} \,|\, \overline{z}e^{i\arg(z)} = |z|$ je ______________________________

- Neka su $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 3 + 2i$ i $z_3 = i$. Izraziti u zavisnosti od $z_1$, $z_2$ i $z_3$ ugao $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- U skupu $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ date su relacije:
  $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y > 0, x, y \in \mathbb{Z}\}$,
  $\rho_3 = \{(x, |x|) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$, $\rho_7 = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T $\rho_6$ : R S A T $\rho_7$ : R S A T

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\right)$, **3)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **5)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **9)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Neka je $\{1, -3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \qquad \}$, za $b$ je $b \in \{ \qquad \}$ i za $c$ je $c \in \{ \qquad \}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___,
  $\left|\{f | f : B \to A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to A \,\wedge\, f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___.

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$
  **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
  **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Ako je $p$ polinom stepena 4 nad nekim poljem $F$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je $p$: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$:
**1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
**5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
**8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
**1)** $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$
**5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0,\infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
**5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0,1), \cdot)$ **8)** $(\{-1,1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Prsteni koji nisu domeni integriteta su: **1)** $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$
**5)** $\Big((0,\infty), +, \cdot\Big)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\{-1,1\}, +, \cdot)$ **10)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \,|\, f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \,|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i|\frac{\pi}{4}|} \,|\, f(x)$
**d)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \,|\, f(x)$; **e)** $x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 \,|\, f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \,|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x\sqrt{2} + \sqrt{2} \,|\, f(x)$

- Ako je $A = \{e^{i\psi} - e^{i\varphi} \ | \ \psi, \varphi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{e^{i\psi} \ | \ \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$,
**c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Ako je $|z| = 1$ tada je:
**1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

---

## *Kolokvijum 2, 28.03.2013.*

- Neka tačke $M(1,0,0), N(0,0,1)$ i $P(0,1,0)$ pripadaju ravni $\alpha$. Napisati vektor $\overrightarrow{NM} = (\quad,\quad,\quad)$ i vektor $\overrightarrow{NP} = (\quad,\quad,\quad)$. Izračunati vektor $\overrightarrow{NP} \times \overrightarrow{NM} =$ . Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D = 0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $Q \in \alpha$ i $Q \notin \{M,N,P\}$, $Q(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcr} ax & + & ay & = & -1 \\ ax & + & y & = & 1 \end{array}$
**(a)** kontradiktoran: ____________
**(b)** određen: ____________
**(c)** neodređen: ____________

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (1,0,-1)$ i $\vec{b} = (0,1,-1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ____________ **2)** $|\vec{b}| =$ ____________
**3)** $3\vec{a} - \vec{b} =$ ____________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ____________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____________ **6)** $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ____________

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki su zavisne za $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$: **1)** $\Big((9,0,0)\Big)$
**2)** $\Big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ **4)** $\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$
**5)** $\Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = 3x$, $g(x,y,z) = 2x - z$, $h(x,y) = (x,y)$ i $s(x,y,z) = x - z$ su:

$M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & ay & = & a \\ ax & - & ay & = & a \end{array}$$

**1)** kontradiktoran: ____________________
**2)** određen: ____________________
**3)** 1 puta neodređen: ____________________
**4)** 2 puta neodređen: ____________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $AB$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (2,2,2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (1,1,0)$ i $\vec{c} = (0,1,1)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora $(a,b,c,d,e)$ je:
**1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora $(a,b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
**1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$
**4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice $A, B, C$ reda **3** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
**1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
**4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2 B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
**7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: **a)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$
**b)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ **c)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$ **d)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su $a, b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Neka su $a, b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+2c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a, b, c$.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **kolinearni** ako je: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
**3)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
**6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} \neq \lambda\vec{b} \ \wedge \ \lambda\vec{a} \neq \vec{b})$
**10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \ \wedge \ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = \vec{i}$. Za funkciju $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ važi da je :
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** $f \circ f = f$ **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(xy) = yx$ **4)** $f(xy) = y\,f(x)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \overset{1-1}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \overset{na}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2\}$

- Ako je $f(x + y) = f(x) + f(y)$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V = 4$. Tada je
**1)** $m \le 4 \le n$ **2)** $n \le 4 \le m$ **3)** $n \le m \le 4$ **4)** $4 \le m \le n$ **5)** $4 \le n \le m$ **6)** $m \le n \le 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} = 6\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = -7\vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Za **neki izomorfizam** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ i njegovu matricu $A$ važi: **1)** $f$ je injektivna **2)** postoji $A^{-1}$ **3)** $f$ je sirjektivna **4)** $f$ je bijektivna **5)** $A$ je regularna **6)** $\det A \neq 0$ **7)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju: **1)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** $U$=_____
**2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____
**3)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____
**4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **komplanarni** ako je:
**1)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \le 3$ **3)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $A$ kvadratna matrica reda $n$, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\le n - 1$ **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \neq 0$ **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
$f$ $\quad$ $g$ $\quad$ $h$ $\quad$ $F$ $\quad$ $G$

---

## *Kolokvijum 1, 22.06.2013.*

- Klase relacije ekvivalencije $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(2,3),(3,2),(1,4),(4,1)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4,5\}$ su:

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \binom{a\,b\,c\,d}{b\,c\,a\,d}$, $g = \binom{a\,b\,c\,d}{c\,a\,b\,d}$. Tada je $f \circ g = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ , $f^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ , $g^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ , $(f \circ g)^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ , $g^{-1} \circ f^{-1} = \binom{a\ b\ c\ d}{\quad}$ .

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

  **1)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 5x + 7$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **3)** $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$ **4)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$ **5)** $f : \mathbb{R} \to (0, \infty),\ f(x) = e^{-x}$ **6)** $f : (\frac{\pi}{2}, \pi) \to (0, 1),\ f(x) = \sin x$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativni grupoidi.
  **1)** $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  **1)** $a' + a' = a'$ **2)** $a + a' = a$ **3)** $a + 1 = a$ **4)** $1 \cdot 0 = 1'$ **5)** $a + b = (ab)'$ **6)** $a \cdot b = (a' + b')'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 2i$ i $z_2 = 2 - 2i$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3+1$ sa $x^2+x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\Big(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\Big)$
  **3)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su prsteni:
  **1)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(F, +, \cdot)$:
  **1)** $a + bc = (a + b)(a + c)$ **2)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid **3)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom **4)** operacija $+$ je komutativna **5)** operacija $\cdot$ je komutativna **6)** $(F, \cdot)$ je grupa

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,3)\}$ skupa $A = \{1,2,3\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Izračunati broj svih relacija skupa $\{1,2\}$ koje su:

  **1)** relacije poretka , **2)** bez ograničenja , **3)** simetrične , **4)** tranzitivne .

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_\mathbf{1} = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{2} = \{(x, y) | x + y = 2013, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{3} = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{4} = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, y > 1\}$, $\rho_\mathbf{5} = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_\mathbf{6} = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost, $S$- simetričnost, $A$- antisimetričnost, $T$- tranzitivnost.
  $\rho_\mathbf{1}$ : R S A T $\rho_\mathbf{2}$ : R S A T $\rho_\mathbf{3}$ : R S A T $\rho_\mathbf{4}$ : R S A T $\rho_\mathbf{5}$ : R S A T $\rho_\mathbf{6}$ : R S A T

- Neka je $f$ funkcija definisana sa $f = \binom{a\,b\,c}{b\,c\,a}$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$,

  $f \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$. Da li je $(\{f^{-1}, f \circ f, f \circ f^{-1}\}, \circ)$ grupa? DA NE

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
  **1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xy = (x + y)'$ **4)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \lor y = 0)$
  **5)** $(x = 0 \lor y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **6)** $x = xy + xy'$ **7)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \land xy = 0$

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom:

  **1)** $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N}, +)$ **4)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su domeni integriteta. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **9)** $(M_{2\times2}, +, \cdot)$, gde je $M_{2\times2}$ skup svih matrica formata $2 \times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je $p$: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i}$ je ______________________________

  $g(z) = -\frac{|z|^2}{z}$ je ______________________________

  $A = \{z | \arg z = -\arg \overline{z}\}$ je ______________________________

  $B = \{z | |\overline{z}i| = 1\}$ je ______________________________

  $C = \{z | |z - 2| = |z + 1 - i|\}$ je ______________________________

- Proveriti koje od sledećih ekvivalencija i implikacija su tačne za svaki kompleksni broj $z$:

  **1)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \geq 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \Big(R_e(z) \geq 0 \wedge z \neq 0\Big)$
  **3)** $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$ **5)** $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$

- Neka je $z = 2 + 2i$, $w = -3 - i$ i $u = -1 - i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $u$ za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka __________, $\sphericalangle zuw =$ __________, a $\sphericalangle wuz =$ __________

- Ako je $p$ nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{ \qquad \}$

- Ako je $p$ svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{ \qquad \}$

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{C}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{C}$:

  ________________________________________

- Neka je $\{-1, 1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{ \qquad \}$.

- Neka je $A$ najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:

  **1)** sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1} =$ _______, $O =$ _______, $S =$ _______

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{4}}) = 0$. Zaokruži tačno: **1)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **2)** $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **3)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **4)** $x^2 - x\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \mid f(x)$; **5)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **6)** $x^2 + x\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \mid f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **1)** $A\cap B\neq\emptyset$, **2)** $A\subset B$, **3)** $A\subseteq B$, **4)** $A\nsubseteq B$, **5)** $A\supseteq B$, **6)** $A\nsupseteq B$, **7)** $A\supset B$, **8)** $A\cap B=\emptyset$, **9)** $A=B$.

---

## *Kolokvijum 2, 22.06.2013.*

- Za ravan $\alpha:\ 2y-5z=1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$
- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x+y+z=a\ \wedge\ ax+ay+az=1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a}=(1,1,-3)$ i $\vec{b}=(-2,-2,6)$ važi: **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$
- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$
- $\begin{bmatrix}1&0\\1&0\\-1&2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&-1&0\\2&0&2\end{bmatrix}=$ $\quad\begin{vmatrix}1&2&0\\1&1&0\\2&-1&1\end{vmatrix}=$ $\quad\begin{bmatrix}8&-7\\9&-8\end{bmatrix}^{-1}=$
- Ako je $\vec{a}=(0,1,-3)$ i $\vec{b}=(-1,1,2)$, tada je $\vec{a}\vec{b}=$ , $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=$ , $\vec{a}\times\vec{b}=$
- Matrice linearnih transformacija $f(x,y,z)=x+y+z$ i $g(x,y,z)=x$ su:
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&3&1&0\\0&0&0&2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&3&2\\0&0&1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&1\\1&-1\\-1&1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}0&1&1\\0&1&1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&2&1\\0&2&0\\2&0&2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\-1&0&1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}2\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl}x&+&by&=&0\\ax&-&by&=&b\end{array}$ **1)** kontradiktoran: ____________ **2)** određen: ____________ **3)** 1 puta neodređen: ____________ **4)** 2 puta neodređen: ____________
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $ACD$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{AT}=$
- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$: **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$ **5)** $\vec{a}=\vec{0}\ \vee\ \vec{b}=\vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog
- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ zavisna
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora $(\vec{a},\vec{b})$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, projekcije tačke $(1,1,1)$ na pravu $p: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
  $\vec{r}_T =$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su nekomplanarni ako i samo ako:
  **a) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **b) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **c) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
  **d)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **e)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **f)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
  **g)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **h)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nezavisna.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a, b, \vec{0})$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ generatorna za $V$. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama.
  **1)** $det(A) = det(A')$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar $\alpha$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice $A, B, C$ reda 2 i svaki skalar $\lambda$:
  **1)** $det(A+B) = det(A) + det(B)$ **2)** $det(\lambda A) = \lambda det(A)$ **3)** $det(AB) = det(A)det(B)$
  **4)** $rang(A+B) = rang(A) + rang(B)$ **5)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$ **6)** $A(BC) = (AB)C$
  **7)** $A(B+C) = AB + AC$ **8)** $AB = BA$ **9)** $A + B = B + A$

- Za svaku linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda, v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z) = (x\sin(a+b) - y - z, y)$ ______________________________

  $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y) = ((a - bx)y, x + ab)$ ______________________________

  $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x,y) = ax + bxy + cy$ ______________________________

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica $A'$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama.
  **1)** $det(A) = det(A')$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar $\alpha$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor prostora $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$:
  **1)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0, 2x - 3y = z\}$ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 1, y = 0\}$
  **3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0, xy = 0\}$ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z^2 = 0\}$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:
  **1)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ **2)** $na = an$ **3)** $n^\top a = a^\top n$ **4)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **5)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ **6)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$
  Napomena: $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ [\lambda] \cdot A \stackrel{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda\, A$, za svaku matricu $A$.

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
  **1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$ **4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$ **6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
  **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
  **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

# *Kolokvijum 1, 09.07.2013.*

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $A = \{\{a,b\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ definisana sa $f(x) = \frac{1}{x-2}$. Tada je:
  $f^{-1}(x) =$ $(f \circ f)(x) =$ $f(x+1) =$ $f(\frac{1}{x}) =$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 2 + 3i$ i $z_2 = 1 - 5i$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_2| =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F, +, \cdot)$:
  **1)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid **3)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom **4)** operacija $+$ je komutativna **5)** operacija $\cdot$ je komutativna **6)** $(F, \cdot)$ je grupa

- Koje od navedenih struktura su komutativni prsteni:
  **1)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koja su grupoidi sa neutralnim elementom:
  **1)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, +)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +)$ **5)** $(\mathbb{I}, +)$ (gde je $\mathbb{I}$ skup iracionalnih brojeva) **6)** $(\{f \mid f : \{1,2,3\} \to \{1,2,3\}\}, \circ)$

- Svodljiv polinom polinom nad poljem realnih brojeva može biti stepena: 0 1 2 3 4

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- U skupu $\{a, b, c, d\}$, broj relacija koje su istovremeno i simetrične i antisimetrične je:

- Broj svih simetričnih relacija skupa $\{a, b\}$ je:

- U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x,y) | x \in \mathbb{R},\ y \in \{x-1, x, x+1\}\}$, $\rho_2 = \{(x,y) | x \geq 0 \ \wedge\ y \geq 0\}$, $\rho_3 = \{(x,y) | y \geq x^2\}$, $\rho_4 = \{(x,y) | x, y \in \mathbb{N},\ x \leq y\}$, $\rho_5 = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$.
  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  $\rho_1$ : R S A T $\rho_2$ : R S A T $\rho_3$ : R S A T $\rho_4$ : R S A T $\rho_5$ : R S A T

- Ako je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2,3,4\}$, tada je

  $|\{f|f: A\rightarrow B\ \wedge\ f$je rastuća$\}|=$

- $f_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $f_2=\{(x,x-1)|x\in\mathbb{N}\}$ , $f_3=\{(x-1,x)|x\in\mathbb{N}\}$, i $f_4=\{(x+1,x)|x\in\mathbb{N}\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

| $\backslash$ | $f_i$ je funkcija | $f_i:\ \mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\setminus\{1\}\rightarrow\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\xrightarrow{1-1}\mathbb{N}$ | $f_i:\ \mathbb{N}\xrightarrow{na}\mathbb{N}$ | $f:\mathbb{N}\cup\{0\}\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\rightarrow}}\mathbb{N}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | | | |
| $f_2$ | | | | | | |
| $f_3$ | | | | | | |
| $f_4$ | | | | | | |

- Neka je $A$ najveći podskup od $\mathbb{R}$ a $B$ najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f: A\rightarrow B$ definisana sa $f(x)=e^{|2-x|}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=e$ i $B=$ _______. Funkcija $f: A\rightarrow B$ je:
  **a)** sirjektivna ali ne injektivna **b)** injektivna ali ne sirjektivna **c)** niti injektivna niti sirjektivna **d)** bijektivna

- Ako je $f: A\rightarrow B$ sirjektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 $\infty$

- Ako je $f: A\rightarrow B$ injektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 $\infty$

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$, broj rešenja sistema jednačina $x+a=1\wedge xa=0$, po nepoznatoj $x$, u zavisnosti od $a\in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja): 0 1 2 $\infty$

- Za svaku injektivnu funkciju $f$ postoje skupovi $A$ i $B$, takvi da je funkcija $f: A\rightarrow B$ bijektivna?
  **1)** uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f: S\rightarrow S$ i $(\forall x\in S)\ f(f(x))=x$. Tada je $f: S\rightarrow S$ sirjekcija. DA NE

- Napisati jedan izomorfizam $\varphi: D_6\rightarrow\mathcal{P}(\{a,b\})$ iz Bulove algebre $(D_6,NZS,NZD,\frac{6}{x},1,6)$ u $(\mathcal{P}(\{a,b\}),\cup,\cap,\overline{\ \ },\emptyset,\{a,b\})$: $\varphi=$

- Napisati sve proste implikante Bulove funkcije $f(x,y,z)=xz+xy'+y'z$:

- U Bulovoj algebri, iz $a+1=a'$ sledi $a=$ __________.

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su grupe: **1)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}),\cup)$ **3)** $(\{ai|a\in\mathbb{R}\},+)$ **4)** $(\{ai|a\in\mathbb{R}\},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **6)** $(\{f|f:\mathbb{N}\underset{1\text{-}1}{\overset{na}{\rightarrow}}\mathbb{N}\},\circ)$ **7)** $(\{-1,1\},\cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **a)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z},\cdot,+)$ **c)** $(\mathbb{Q}^+,+,\cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **f)** $(\mathbb{Z}_4\setminus\{0\},+,\cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **h)** $(V,+,\times)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora **i)** $(V,+,\cdot)$, gde je $V$ skup slobodnih vektora **j)** $(\{e^{i\theta}|\theta\in\mathbb{R}\},+,\cdot)$ **k)** $(\mathbb{R},+,\cdot)$ **l)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Neka su $p(x)=2x+1$ i $q(x)=x^2+2$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_7$ i $\mathcal{A}=(\mathbb{Z}_7[x]/p,+,\cdot)$ i $\mathcal{B}=(\mathbb{Z}_7[x]/q,+,\cdot)$. Tada su polja: **a)** Samo $\mathcal{A}$ **b)** Samo $\mathcal{B}$ **c)** $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ **d)** Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A,B,C$ i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\rightarrow\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\rightarrow\mathbb{C}$ kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z)=5+iI_m(z)$ je ______________________________

  $g(z)=-\overline{z}$ je ______________________________

  $C=\{z|\overline{z\overline{z}}=4\}$ je ______________________________

$D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ________________________________________

$E = \{z | I_m(z) = R_e(z)\}$ je ______________________________________

- Navesti 4 beskonačna polja:
- U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $3(2^3+5)^{-1}+6 =$ ____________
- U polju $\mathbb{Z}_5$, skup rešenja po $x \in \mathbb{Z}_5$ jednačine $x^2+4(x^{-1}+2x+1) = 3$ je ________________
- Ako je $|z| = 1$ tada je:
  **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$
- **1)** $\arg z \geq 0 \;\Leftrightarrow\; \Big(I_m(z) \geq 0 \land z \neq 0\Big)$ **2)** $\arg z \geq 0 \;\Leftrightarrow\; \Big(R_e(z) \geq 0 \land z \neq 0\Big)$
  **3)** $|z| > 1 \;\Rightarrow\; |\arg(z)| = |\arg(\overline{z})|$ **4)** $|z| = 1 \;\Rightarrow\; z\overline{z} = |z|$
- $\arg(e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}) =$ ______, $|e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}| =$ ______, $R_e(e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}) =$ ______, $I_m(e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}) =$ ______.

---

## *Kolokvijum 2, 09.07.2013.*

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
  **1)** kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.
- Neka je $p$ prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave $p$:
  $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne tačke prave $p$: $(\quad,\quad,\quad)$.
- Ako je $\vec{a} = (-1,1,0)$ i $\vec{b} = (0,-1,1)$, tada je:
  **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\measuredangle(\vec{a}\vec{b})=$
- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a,b,c,d)$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.
- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
  **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \lor \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog
- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((1,0,0),(0,1,0)\Big)$
  **2)** $\Big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0)\Big)$ **4)** $\Big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\Big)$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x+2y, x-3y)$ i
  $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (x,z)$ su:

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
**1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
**4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora $(a, b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke $T$, projekcije tačke $(1, 1, 1)$ na pravu $p : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
$\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
**(a)** kontradiktoran: ____________
**(b)** određen: ____________
**(c)** 1 puta neodređen: ____________
**(d)** 2 puta neodređen: ____________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
**1)** $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0, 1-t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0, 0, 1), (0, 1, 0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
**1)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
**4)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
**6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica $B$ dobijena od matrice $A$ elementarnim transformacijama. **1)** $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge\ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$
**4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar $\alpha$ **6)** matrice $A$ i $B$ imaju iste karakteristične korene
**7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow\ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n > 1$ važi:
**1)** $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u $k$-dimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $n$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
**1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$.
Odrediti dimenzije sledećih potprostora $V$ vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
**1)** $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________ **2)** $V = L(a, b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________
**3)** $V = L(a, b, c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________ **4)** $V = L(b, c, d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________
**5)** $V = L(b, c, e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________ **6)** $V = L(e, f, g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4, 4, 4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju $f$ iz vektorskog prostora $V$ u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija $f$: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** $f$ uvek jeste izomorfizam **2)** $f$ uvek nije izomorfizam **3)** $f$ uvek jeste injektivna **4)** $f$ uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** $f$ bijekcija **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $f(V)$ je potprostor od $W$ **4)** $dim(V) \le dim(W)$ **5)** $dim(V) \ge dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z)$ ____________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = ax + bxy + cy$ ____________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \ f(x, y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ____________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \ne n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n \ne \emptyset \wedge m \nparallel n)$

---

## *Kolokvijum 1, 30.08.2013.*

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,3), (1,4), (2,4), (3,4)\}$ skupa $A = \{1, 2, 3, 4\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = x^3$ i $g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$ **b)** $g^{-1}(x) =$ **c)**$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & d & c & b \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$: **1)** $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je ___, a inverzni su:
  $0^{-1} =$ ___, $1^{-1} =$ ___, $2^{-1} =$ ___, $3^{-1} =$ ___

- Izračunati:
  **a)** $\arg(-11 - 11i) =$ **b)** $|1 - 2i| =$ **c)** $\sqrt{-3i} = \{ \qquad \}$ **d)** $\arg(1 - i)^2 =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupoidi.
  **a)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **b)** $(\mathbb{Z}, -)$ **c)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_4 \setminus \{0\}, \cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot)$ **f)** $(\{-2, -1, 0, 1, 2\}, \cdot)$

- Ako su $P$ i $Q$ polinomi, $dg(P) = 3$, $dg(Q) = 3$ i $P + Q \ne 0$ tada je
  $dg(PQ) \in \{ \qquad \}$ i $dg(P + Q) \in \{ \qquad \}$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$ **1)** Ne postoji **2)** je linearni polinom**3)** je konstantni polinom

- Ako je $z_1 \neq w$, $z_2 \neq w$, $z_1 \neq 0$ i $z_2 \neq 0$, tada je:
**1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2}$
**2)** $\arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w) \Leftrightarrow \frac{z_1-w}{|z_1-w|} = \frac{z_2-w}{|z_2-w|}$
**3)** Množenjem kompleksnog broja s realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
**4)** $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w)$
**5)** $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1-w}{|z_1-w|} = \frac{z_2-w}{|z_2-w|}$
**6)** Kompleksni brojevi koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
**7)** Množenje kompleksnog broja $z$ realnim brojem $k$ je homotetija sa centrom $O(0,0)$ i koeficijentom $k$ odnosno $H_{O,k}(z)$.

- Izračunati:
**a)** $\arg(-13i) =$ **b)** $\arg(6) =$ **c)** $\arg(-9) =$ **d)** $\arg(2i) =$
**e)** $\arg(-1+i) =$ **f)** $\arg(-1+i\sqrt{3}) =$ **g)** $\arg(0) =$ **h)** $\arg(2+i)(3+i) =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni sa jedinicom: **a)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
**b)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **d)** $\Big((0,\infty), +, \cdot\Big)$ **e)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **f)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$
**h)** $(\{-1,1\}, +, \cdot)$ **i)** $(M_{2\times2}, +, \cdot)$, gde je $M_{2\times2}$ skup svih matrica formata $2 \times 2$ nad poljem $\mathbb{R}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.
$f(z) = -\overline{z}$ je ______
$g(z) = R_e(z)$ je ______
$A = \{z | (z - 1 - i)^5 = 32\}$ je ______
$B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je ______
$C = \{z | z = \overline{z}\}$ je ______
$D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ______
$E = \{z || \arg(z)| = |\arg(\overline{z})|\}$ je ______
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $D \subset C$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom:
**1)** $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$
**5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{Q}\setminus\{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\}, +)$ **3)** $((0,1), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\}, +)$
**5)** $((0,\infty), \cdot)$ **6)** $((-\infty,0), \cdot)$ **7)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **8)** $(\{-1,1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni, a nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
**3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $\Big((0,\infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1,1\}, +, \cdot)$
**9)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je $p$ polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{C}$ tada je polinom $p$:
**1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$; **b** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$;
**c)** $x - e^{i|\alpha|} \,|\, f(x)$ **d)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$; **e)** $x - e^{-i\alpha} \,|\, f(x)$ **f)** $x - e^{i\alpha} \,|\, f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,|\, f(x)$

- Neka je $z = 3+2i$, $u = 1+i$ i $w = 2-i$. Rotacijom tačke $w$ oko tačke $z$ za ugao $-\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke $z$ za vektor $w$ dobija se tačka __________, $\measuredangle zuw =$ __________.

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{\quad\}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{\quad\}$ i skup mogućnosti za $c$ je $c \in \{\quad\}$.

- Neka je $A = \{1,2\}$ i $B = \{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju $f$ i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju $f$:

  $\left|\{f|f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : B \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___,
  $\left|\{f|f : B \to A\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \to A \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : B \to A \wedge f\underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___.

- Ako su $\rho_i$ relacije definisane u skupu $\mathbb{R}$, popuniti tabelu sa **da** ili **ne**. $\rho_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$, $\rho_2 = \{(2,5),(5,7),(2,7)\}$, $\rho_3 = \{(x,y)|x,y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_4 = \{(x^2,x)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_5 = \{(x,y)|x^2 = y^2\}$, $\rho_6 = \{(|x|,x)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_7 = \{(1,2),(2,1),(1,3)\}$.

| $\backslash$ | $\rho_i$ je refleksivna | $\rho_i$ je simetrična | $\rho_i$ je antisimetrična | $\rho_i$ je tranzitivna |
|---|---|---|---|---|
| $\rho_1$ | | | | |
| $\rho_2$ | | | | |
| $\rho_3$ | | | | |
| $\rho_4$ | | | | |
| $\rho_5$ | | | | |
| $\rho_6$ | | | | |
| $\rho_7$ | | | | |

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$
  **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
  **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1,2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0,2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0,1,2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k \in \mathbb{Z}\},+,\cdot)$
  **3)** $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Za svaku injektivnu funkciju $f$ postoje skupovi $A$ i $B$, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
  **1)** uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada $f : S \to S$
  **1)** je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\},+,\cdot,',0,1)$:
  **1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
  **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$
  **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Ako je $|z| = e^{2i\pi}$ tada je: **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

---

## *Kolokvijum 2, 30.08.2013.*

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $p : x + y = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave $p$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke $A$ prave $p$ koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} -ax & - & y & = & 1 \\ ax & - & y & = & 1 \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: ____________
  **(b)** određen: ____________
  **(c)** neodređen: ____________

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1,-1,-1)$ i $\vec{b} = (1,1,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ____________ **2)** $|\vec{b}| =$ ____________
  **3)** $3\vec{a} - \vec{b} =$ ____________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ____________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ____________

- Koje od sledećih uređenih $n$-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$: **1)** $\big((9,0,0)\big)$
  **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$
  **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = 3x$, $g(x,y,z) = x + y$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x + y + z$ su:

  $M_f =$ $\qquad M_g =$ $\qquad M_h =$ $\qquad M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Neka tačke $O(0,0,0), P(-1,-8,4)$ i $Q(7,-7,8)$ pripadaju ravni $\alpha$. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ} = ( \quad , \quad , \quad )$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na $\alpha$, $\vec{n} = ( \quad , \quad , \quad )$. Ako je $(A,B,C,D) = ( \quad , \quad , \quad , \quad )$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni $\alpha$. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O,P,Q\}$, $M( \quad , \quad , \quad )$ i izračunati ugao $\sphericalangle(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}) =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara $a$ za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} ax & - & y & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$$
  **1)** kontradiktoran: ____________
  **2)** određen: ____________
  **3)** 1 puta neodređen: ____________
  **4)** 2 puta neodređen: ____________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke $P$ i $Q$ redom sredine duži $BC$ i $AB$. ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{QP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$.
  $\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{QP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (2,1,-3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
  $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora $(a,b,c,d,e)$ je:
  **1)** uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R},\mathbb{R},+,\cdot)$, par vektora $(a,b)$ je:
**1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice $A,B,C$ reda **1** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda\in\mathbb{R}$:
**1)** $\det(AB)=\det(A)+\det(B)$ **2)** $(B+C)A=BA+CA$ **3)** $\det(\lambda A)=\lambda\det(A)$
**4)** $\det(AB)=\det(B)det(A)$ **5)** $(AB)^2=A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB)=\mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$
**7)** $A(B+C)=BA+CA$ **8)** $A(BC)=(AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: **a)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x}=0$
**b)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a}=0$ **c)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\times\vec{x}=0$ **d)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\times\vec{a}=0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su $a,b$ i $c$ zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c,b+c,b-c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a,b,c$.

- Neka su $a,b$ i $c$ nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c,a+b,a-b+2c)$ je:
**a)** uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora $a,b,c$.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ su **kolinearni** ako je: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
**3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\le 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
**7)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}\neq\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})\quad(\vec{a}\neq\lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a}\neq\vec{b})$ **10)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2=0$

- Neka je $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3)=\vec{m}\cdot\vec{x}$, gde je $\vec{m}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$. Funkcija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ je:
**1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\to}\mathbb{R}$ i svako $x,y,\lambda,v\in\mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$
**2)** $f(0)=0$ **3)** $f(xy)=yx$ **4)** $f(xy)=y\,f(x)$ **5)** $f(x)=ax+0$ za neko $a\in\mathbb{R}$
**6)** $f(2\lambda-v)=2f(\lambda)-f(v)$

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
**1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$
**4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ zavisna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
**1)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1\}$
**5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Ako je $f(xy)=f(x)f(y)$, tada $f$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x)=\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1,a_2,\dots,a_n)$ generatorna u prostoru $V$, $(c_1,c_2,\dots,c_m)$ nezavisna za prostor $V$ i $\dim V=4$. Tada je
**1)** $m\le 4\le n$ **2)** $n\le 4\le m$ **3)** $n\le m\le 4$ **4)** $4\le m\le n$ **5)** $4\le n\le m$ **6)** $m\le n\le 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A$, $|\overrightarrow{AB}|=2$ i $|\overrightarrow{BC}|=3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB}\parallel\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC}\parallel\vec{b}$. $\vec{r}_C=$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
**1)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** $U$=_____
**2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____
**3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____
**4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** $U$=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako **i samo ako** je: **1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
**4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
**7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
$f$ $\quad$ $g$ $\quad$ $h$ $\quad$ $F$ $\quad$ $G$

---

# *Kolokvijum 1, 13.09.2013.*

- Neka su relacije $\rho_1 = \{(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2)\}$ i $\rho_2 = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$ definisane u skupu $P = \{1,2,3\}$. Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: $R$- refleksivnost $S$-simetričnost $A$- antisimetričnost $T$- tranzitivnost:
$\rho_1 :\ R\ S\ A\ T \qquad \rho_2 :\ R\ S\ A\ T$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri: **1)** $a' + a' = a'$
**2)** $a + a' = a$ **3)** $1 \cdot 0 = 1$ **4)** $a + 1 = a$ **5)** $1 \cdot 0 = 1'$ **6)** $a + b = (ab)'$ **7)** $a \cdot b = (a' + b')'$
**8)** $1 \cdot 0 = 1$

- Neka su $f$ i $g$ funkcije skupa $\mathbb{R}$ u skup $\mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 3 - 2x$ i $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$. Izračunati:
**1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $(f \circ g)(x) =$ **3)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred sruktura koja su polja:
**1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, **2)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$, **3)** $(\mathbb{Z}_2, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ **6)** $(\{0,1\}, +, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = -1 + i$ i $z_2 = 2i$ izračunati:
$z_1 + z_2 =$ $\quad$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\quad$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\quad$ $arg(z_2) =$ $\quad$ $|z_2| =$

- Napisati Kejlijeve tablice prstena $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ i odrediti inverzne elemente ukoliko postoje, ili staviti crtu tamo gde inverzni elementi ne postoje:

$-0 =$ $\quad$ , $-1 =$ $\quad$ , $-2 =$ $\quad$ , $-3 =$ $\quad$ ,

| + | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

| · | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

$0^{-1} =$ $\quad$ , $1^{-1} =$ $\quad$ , $2^{-1} =$ $\quad$ , $3^{-1} =$

- Ako su nad poljem realnih brojeva definisani polinomi $p(x) = (x^2+1)^3(x-4)^2(x-3)^4$ i $q(x) = x^5(x+1)(x-3)^2(x-1)(x^2+1)^2$, tada je $NZD(p,q) =$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Ispitati da li relacija „deli” skupa $A = \{2,3,6,12,18,30\}$ jeste relacija poretka : DA NE (zaokruži), i ako jeste, nacrtati Haseov dijagram i napisati sve minimalne elemente $\{\qquad\}$ i sve maksimalne elemente $\{\qquad\}$, najveći elemenat $\{\quad\}$ i najmanji elemenat $\{\quad\}$.

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:

**1)** $f : \mathbb{R}^+ \to (-\infty, 3),\ \ f(x) = 3 - x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^3$ **3)** $f : \mathbb{R}^+ \to (0,\infty),\ \ f(x) = \sqrt{x}$ **4)** $f : [0,\infty) \to [0,\infty),\ \ f(x) = x^6$ **5)** $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0,\infty),\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = e^x$

- Funkcija $f$ je injektivna ako i samo ako za svako $x$, $y$, $a$ i $b$ važi: **1)** $\Big((x,a) \in f \wedge (y,a) \in f\Big) \Rightarrow x = y$ **2)** $\Big((x,a) \in f \wedge (y,a) \in f\Big) \Rightarrow x \neq y$ **3)** $x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$ **4)** $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ **5)** $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$

- Neka je $A = \{1,2,3\}$ i $B = \{1,2,3,4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija:

$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\longrightarrow} A\}\Big| =$ ___.

- Neka je $f$ funkcija definisana sa $f = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c \\ a & c & b \end{smallmatrix}\right)$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $g = f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $h = g \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, **a)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je grupoid **b)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je asocijativan grupoid **c)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je komutativan grupoid **d)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je asocijativan grupoid sa neutralnim elementom **e)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je grupa.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri: **1)** $a \cdot ab = a \cdot 0'$ **2)** $a + 1 = 0'$ **3)** $a \cdot b = (ab)'$ **4)** $a \cdot b = (a' + b')'$ **5)** $a \cdot 0 = 1'$ **6)** $(a + ab)' = a'$ **7)** $a + ab = a$ **8)** $1 + 0 = 0'$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $4(3^2 + 2)^{-1} + 3 =$ ______________

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $e^{-i\alpha} \neq \mathbb{R}$. Zaokruži tačno: **a)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$ **b(** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \,|\, f(x)$ **d)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,|\, f(x)$ **e)** $x - e^{-i\alpha} \,|\, f(x)$ **f)** $x - e^{i\alpha} \,|\, f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,|\, f(x)$

- Neka je $\{1,2\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a,b,c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za $a$ je $a \in \{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za $b$ je $b \in \{\qquad\}$ i skup mogućnosti za $c$ je $c \in \{\qquad\}$.

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma $P$ važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1,2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0,2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0,1,2\}$

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A = \{1,2,3,6,9\}$, $B = \{2,3,5,6,15\}$, $C = \{3^n | n \in \mathbb{N}\}$, $D = \{3^n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{6\}$, u odnosu na relaciju poretka deli

| | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ |
|---|---|---|---|---|
| minimalni | | | | |
| maksimalni | | | | |
| najveći | | | | |
| najmanji | | | | |

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred sruktura koje su asocijativni grupoid sa neutralnim elementom ($V$ - skup svih slobodnih vektora): **a)** $(\mathbb{N}, +)$ **b)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **c)** $(\mathbb{Z}, +)$ **d)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **e)** $(\{f | f : A \to A\}, \circ)$ **f)** $(V, \times)$ **g)** $(V, +)$ **h)** $(\{2n | n \in \mathbb{N}\}, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova $A, B, C, D, E$ i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija $f$ i $g$.

  $f(z) = \overline{z}e^{i\pi}$ je ______________________________

  $g(z) = -z$ je ______________________________

  $h(z) = R_e(z)$ je ______________________________

  $s(z) = z \cdot \frac{i-1}{\sqrt{2}}$ je ______________________________

  $A = \{z | z^{11} = i\}$ je ______________________________

  $B = \{z || z^{11}| = |i|\}$ je ______________________________

  $C = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______________________________

  $D = \{z | \arg z = \overline{\arg(-z)}\}$ je ______________________________

  $E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ______________________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Zaokružiti oznaku navedenih polja za koje važi da je polinom $t^4 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$

---

# *Kolokvijum 2, 13.09.2013.*

- Neka je $\alpha$ ravan čija je jednačina $\alpha : x + y = 3$. Napisati jedinični vektor normale ravni $\alpha$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke $A$ ravni $\alpha$ koja je najbliža koordinatnom početku $O(0, 0, 0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je

  **1)** kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je $p$ prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave $p$: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne tačke prave $p$: $(\quad,\quad,\quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (0, -1, 1)$, tada je:

  **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora $(a, b, c, d)$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
  **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:

  **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \vee \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih $n$-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1, 0, 0), (0, 1, 0)\big)$
  **2)** $\big((1, 2, 3), (1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\big)$ **3)** $\big((1, 0, 0)\big)$ **4)** $\big((1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9), (-3, 5, -9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x+2y, x-3y)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (x,z)$ su:

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ bx & - & ay & = & b \end{array}$
  **(a)** kontradiktoran: ____________
  **(b)** određen: ____________
  **(c)** 1 puta neodređen: ____________
  **(d)** 2 puta neodređen: ____________

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** $0$ **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** $\pi$

- Izračunati vektore položaja $\vec{r_{T'}}$ i $\vec{r_{T''}}$ projekcija tačke $T(-1,1,-1)$ na pravu $a : \vec{r} = (-1,0,-2) + t(1,-1,1)$, $t \in \mathbb{R}$ i ravan $\alpha : (1,-1,0) \cdot \vec{r} = (1,-1,0) \cdot (1,0,0)$.
  $\vec{r_{T'}} =$ $\qquad\qquad$ $\vec{r_{T''}} =$

- Izračunati $\alpha$ i $\beta$ ako je $\alpha(1,-3,2) + \beta(3,7,-3) = (0,0,0)$: $\quad (\alpha,\beta) \in \{ \qquad\qquad \}$

- Izračunati $\alpha$ i $\beta$ ako je $\alpha(1,-3,2) + \beta(2,-6,4) = (0,0,0)$: $\quad (\alpha,\beta) \in \{ \qquad\qquad \}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna **4)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna **5)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna **6)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna **7)** svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{1n})$, $\mathbf{a_2} = (a_{21}, \ldots, a_{2n}), \ldots$, $\mathbf{a_n} = (a_{n1}, \ldots, a_{nn})$ vektori vrste matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada **1)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang}\, A < n$ **2)** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna akko $\det A = 0$ **3)** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang}\, A \geq 1$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **5)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang}\, A \leq n$ **6)** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna akko $\text{rang}\, A < n$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora $(a, b)$ je:
  **1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan, **4)** uvek generatoran.

- Ako je uređena trojka vektora $(a, b, c)$ zavisna, tada je uređena trojka vektora $(a+b, a+c, a+2b-c)$
  a) uvek nezavisna b) uvek zavisna c) nekada zavisna, a nekada nezavisna.

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka $T$ težište trougla $BCD$ ($BD$ je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\quad \overrightarrow{DT} =$

- Neka je u sedmodimenzionalnom vektorskom prostoru $V$, $k$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_k)$ generatorna. Tada je uvek: **1)** $k < 7$ **2)** $k \leq 7$ **3)** $k = 7$ **4)** $k > 7$ **5)** $k \geq 7$ **6)** ništa od prethodnog

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji $f^{-1}$ **2)** $V$ i $W$ su izomorfni **3)** $V = W$ **4)** za svaku nezavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u $W$
  **5)** za svaku zavisnu $n$-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz $V$, $n$-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u $W$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}\}$ je podprostor:
  **1)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2 = \ldots = x_n\}$ **2)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2 = \ldots = x_n = n\}$
  **3)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = 1\}$ **4)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0\}$
  **5)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 2x_2 = 3x_3 = \ldots = nx_n\}$ **6)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = 0\}$

  (gde je $x = (x_1, \ldots, x_n)$)

- Potreban i dovoljan uslov da ravan $\alpha$ bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je:

  ________________________________________________ i tada je $\alpha$ potprostor dimenzije: __________

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice $A, B, C$ reda $n > 1$ važi:
  **1)** $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
  **5)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **6)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **7)** $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$