ZBIRKA TESTOVA IZ ALGEBRE
01.10.2014.

Studenti koji na testu kod pitanja do zvezdica naprave više od tri greške nisu položili ispit! U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,. . . ,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

KOLOKVIJUM 1 **28.11.2010.**

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C\}$, gde je $A = \{a, b\}, B = \{b, c\}, C = \{a, b, c\}$ i navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty),\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3 - x$ **3)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^2$
4) $f : \mathbb{R} \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **5)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -1 - i$:
$Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
$e^{i\pi} =$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $2e^{0\cdot i} =$ $e^{-i\pi} =$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________, a ostatak je ____________.

* *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
1) $z\overline{z} = |z|^2$ **2)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **3)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **4)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **5)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
6) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **7)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **8)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **9)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Izračunati: **1)** $\arg(-13i) =$ **2)** $\arg(6) =$ **3)** $\arg(-9) =$ **4)** $\arg(2i) =$
5) $\arg(-1 + i) =$ **6)** $\arg(-1 + i\sqrt{3}) =$ **7)** $\arg(0) =$

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_3, +)$ i $(\mathbb{Z}_3, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

$+$	0	1	2
0			
1			
2			

$\cdot$	0	1	2
0			
1			
2			

$-0 =$, $-1 =$, $-2 =$ $1^{-1} =$, $2^{-1} =$, $(2+2^3)^{-1} =$,
$((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$, $(2 + 2^3)^2 =$.

- Da li je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (4, 1), (3, 1)\}$
relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen
Haseov dijagram. Odrediti minimalne: , maksimalne: ,
najveći: i najmanji: element.

- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, a $\sphericalangle wuz =$ __________

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, 3x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 0, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, xy < 4\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T $\quad$ ρ_2 : R S A T $\quad$ ρ_3 : R S A T $\quad$ ρ_4 : R S A T $\quad$ ρ_5 : R S A T $\quad$ ρ_6 : R S A T

- Neka je A najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
  1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
  4) bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1} =$ _______, $O =$ _______, $S =$ _______

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \overset{na}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___,
  $\left|\{f | f : B \longrightarrow A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e^{-1})$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = -1$ i $B =$ _______.
  Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna
  2) sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
  1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
  6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  1) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
  5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$
  4) $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **9)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + t + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
  1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$, **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ \qquad \qquad \}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.

  $f(z) = \overline{z} e^{i2\arg(z)}$ je ____

  $g(z) = -zi$ je ____

  $h(z) = z + i$ je ____

$t(z) = -\overline{z}$ je ______

$A = \{z | (z-i)^3 = i\}$ je ______

$B = \{z | |z|^{2010} = 1\}$ je ______

$C = \{z | |z-i|^3 = i\}$ je ______

$D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______

KOLOKVIJUM 1 **23.01.2011.**

- Za ravan $\alpha: \ x = 0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad , \quad , \quad)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x - 2y = 2 \ \wedge \ ax + 2y = a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (-3, 0, 4)$ i $\vec{b} = (-8, 1, -4)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ______ **2)** $|\vec{b}| =$ ______ **3)** $\vec{a} - 2\vec{b} =$ ______ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ______ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______ **6)** $\cos \measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ______

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,1), (0,1,0), (1,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0), (0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1), (0,1,0), (1,0,0), (1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1), (2,2,2), (3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} =$ $\quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\quad \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = (2x, x)$, $g(x,y,z) = (x, x)$ $h(x) = 13x$ i $s(x,y,z) = 3x$ su:

  $M_f =$ $\quad M_g =$ $\quad M_h =$ $\quad M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

$\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast$

- Odrediti sve vrednosti realnih parametara a i b za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} ax \ + \ & ay = 0 \\ - \ & (a-1)y = a-1 \end{aligned}$$

  1) kontradiktoran: ______
  2) određen: ______
  3) 1 puta neodređen: ______
  4) 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla ABC (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AT} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (3, 3, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:

  $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je:
  1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je: **1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
  1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$
  5) $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
  a)$\big(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big) \perp \vec{x}$ **b)**$\big(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big) \perp \vec{a}$ **c)**$\big(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big) \parallel \vec{x}$ **d)**$\big(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big) \parallel \vec{a}$ **e)**ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, a + c, b + c)$ je:
  a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, a + c, -a + b - 2c)$ je:
  a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Vektri $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako:
  a) $\mathbf{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **b)** $\mathbf{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **c)** $\mathbf{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **d)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda\vec{b}$
  e) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **f)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \big(\vec{a} = \lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a} = \vec{b}\big)$ **g)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ **h)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$
  3) $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **7)** $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{1-1}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ nezavisna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ generatorna za prostor V i $\dim V = k$. Tada je
  1) $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = d$. Odrediti $\vec{r}_B$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i d, ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_B =$

- Neka je $k-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$ baza prostora V i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_\ell)$ zavisna $\ell-$ torka vektora. Tada je: **1)** $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
  1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** U=_____
  3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dimU=** _____ **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$ **dim** U=_____

- Neka je $a=(2,0,2)$, $b=(-3,0,3)$, $c=(1,0,-1)$, $d=(-1,0,1)$, $e=(0,1,0)$, $f=(1,0,0)$, $g=(1,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $V=L(a,b,c)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **2)** $V=L(a)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **3)** $V=L(a,b)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **4)** $V=L(b,c,d)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **5)** $V=L(b,c,e)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **6)** $V=L(a,g)\Rightarrow dim(V)=$ _____ **7)** $V=L(e,f,g)\Rightarrow dim(V)=$ _____

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$, **3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=n$ **4)** **rang** A$=n\Rightarrow\det A\neq 0$, **5)** **rang** A$=n\Leftarrow\det A\neq 0$, **6)** **rang** A$=n\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Za koje $a,b\in\mathbb{R}$ su f i g linearne transformacije i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
  $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z)=(y3^{ax+b}-bz,y\sin(a-b))$ ______________________________

  $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z)=(z-bxy,1+a^{x+a})$ ______________________________

KOLOKVIJUM 1 **04.02.2011.**

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$ skupa $A=\{1,2,3,4\}$ navesti najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Ako je funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=ax^2+ax+2$, za koje vrednosti parametara a funkcija f je
  1) injektivna ____________, **2)** sirjektivna ____________, **3)** bijektivna ____________.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $a'+a'=a'$ **3)** $a+a'=a$ **4)** $a\cdot 0=0$ **5)** $1\cdot 0=1$ **6)** $a+1=1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_4,+)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su: $-0=$ ____, $-1=$ ____, $-2=$ ____, $-3=$ ____

- Za kompleksne brojeve $z_1=i^2$ i $z_2=i^3$ izračunati
  $z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1+z_2|=$

- Pri delenju polinoma x^3+1 sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{1+x}$ i $g(x)=1+x$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(g\circ f)(x)=$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
  1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(R,+,\cdot)$:
  1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

✳ ✳

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y=2011,x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3=\{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},y>1\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  $\rho_1:$ R S A T $\rho_2:$ R S A T $\rho_3:$ R S A T $\rho_4:$ R S A T $\rho_5:$ R S A T $\rho_6:$ R S A T

- Neka je $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,3,4\}$, i $f_1 = \{(1,3),(2,4),(3,3)\}$, $f_2 = \{(1,3),(3,4),(2,3),(4,4)\}$, $f_3 = \{(3,3),(2,2),(4,4),(1,2)\}$, $f_4 = \{(3,3),(2,3),(1,3),(3,2)\}$. Popuniti sa **da** ili **ne**:

$\setminus$	f_i je funkcija	f_i je funkcija skupa A u skup B	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{\text{na}} B$	$f : A \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} B$
f_1					
f_2					
f_3					
f_4					

- Neka je $A = \{a,b,c\}$, $f : A \to A$ i $g : A \to A$ funkcije definisane sa $f = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c \\ b & a & c \end{smallmatrix}\right)$, $g = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{smallmatrix}\right)$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$.

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\Big(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\Big)$ **3)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = -\overline{z}$ je ______

  $g(z) = I_m(z)$ je ______

  $A = \{z | (z - 1 - i)^5 = 32\}$ je ______

  $B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je ______

  $C = \{z | z = \overline{z}\}$ je ______

  $D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ______

  $E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ______

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izračunati: $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{ \qquad \}$

- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{ \qquad \}$

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{C}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{C}$: _

- Neka je $\{-2, 1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \qquad \}$.

- Neka je A najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A =$ ______, $f($______$) = 0$ i $B =$ ______. Funkcija $f : A \to B$ je:

  1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1} =$ ______, $O =$ ______, $S =$ ______

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$ i $B = \{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___,

  $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ ___.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$, **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

KOLOKVIJUM 2 **04.02.2011.**

- Vektor normale ravni $\alpha: \ z = x$ je: **1)** $(1,0,1)$ **2)** $(1,0,-1)$ **3)** $(0,1,0)$ **4)** $(-1,0,1)$ **5)** $(1,1,1)$
Koordinate jedne njene tačke su: **6)** $(0,0,0)$ **7)** $(1,0,0)$ **8)** $(0,1,0)$ **9)** $(0,0,1)$ **10)** $(1,1,1)$

- Sistem jednačina $ax+ay=a \ \wedge \ ax-ay=-a$ je određen za: **1)** $a \neq 1$ **2)** $a \neq -1$ **3)** $a \neq 1 \wedge a \neq -1$**4)** $a \neq 0$
neodređen za: **5)** $a=1$ **6)** $a=0$ **7)** $a=-1$ protivrečan za: **8)** $a=1$ **9)** $a=0$ **10)** $a=-1$ **11)** $a=-1 \wedge a=1$

- Ako je $\vec{a}=(-2,2,1)$ i $\vec{b}=(1,-4,8)$, tada je: **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b}=$ **4)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ **5)** $\cos\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- Ako je: $a=\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\Big)$ $b=\Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ $c=\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$ $d=\Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$, tada su nezavisne u $\mathbb{R}^3$: **1)** a **2)** b **3)** c **4)** d

- Ako je $A=\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, tada je: **1)** $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^\top$ **2)** $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$ **3)** $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

- Ako je $A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$, $B=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, $C=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$, tada:
1) $\det A$ je $0,\ 2$ **2)** $\det B$ je $3,\ 0,\ -3$ **3)** $\det C^{-1}$ je $5,\ -\frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ -5$

- Format (m,n), matrice linearne transformacije **1)** $h(x)=5x$ je (0,1),(1,0),(1,1); **2)** $f(x,y)=x+2y$ je (2,2),(2,1),(1,2); **3)** $g(x,y)=(x,x-y,x+y)$ je (2,3),(3,2),(2,2); **4)** $s(x,y)=x$ je (2,1),(1,2),(1,1)
- Ispod svake matrice zaokružiti broj koji predstavlja njen rang.

$$\underset{1\,2\,3}{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}} \underset{1\,2\,3}{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \underset{1\,2\,3}{\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}} \underset{1\,2\,3}{\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}} \underset{0\,1\,2}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}} \underset{1\,2\,3}{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}} \underset{1\,2\,3}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \underset{0\,1\,2}{\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}} \underset{0\,1\,2}{\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}}$$

* *

- Neka je $\psi: \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3)=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})=\vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi: \mathbb{R}^3 \to V$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je skup $\mathcal{A}=\Big\{(i,j)|i\in\{1,2,\ldots,m\}\wedge j\in\{1,2,\ldots,n\}\Big\}$. Tada za matricu M_{mn} nad poljem $\mathbb{R}$ važi:
1) $M_{mn}:\mathcal{A}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $M_{mn}:\mathcal{A}\xrightarrow{1-1}\mathbb{R}$ **3)** $M_{mn}:\mathcal{A}\xrightarrow{na}\mathbb{R}$ **4)** $M_{mn}:\mathcal{A}\xrightarrow[na]{1-1}\mathbb{R}$ **5)** M_{mn} je linearna

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su zavisni ako i samo ako je $\alpha a+\beta b=0$ i:
1) $\alpha^2+\beta^2=0$ **2)** $\alpha\neq 0\vee\beta\neq 0$ **3)** $|\alpha|+|\beta|=0$ **4)** $(\alpha,\beta)\neq(0,0)$ **5)** svaki od α i β jednak nuli.

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su nezavisni ako i samo ako $\alpha a+\beta b=0$ implicira:
1) $\alpha^2+\beta^2\neq 0$ **2)** $\alpha=0\wedge\beta=0$ **3)** $|\alpha|+|\beta|\neq 0$ **4)** $(\alpha,\beta)=(0,0)$ **5)** bar jedan od α i β različit od nule.

- Vektri $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su komplanarni ako i samo ako:
a) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **b) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\leq 2$ **c) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\leq 3$ **d)**

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

e) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c}) = 0$**f)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$**g)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2\neq 0$**h)** $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $ABCD$ paralelogram, S presek dijagonala AC i BD, T težište trougla SCD i ako je $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, tada je: **1)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$ **2)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{4}{5}\vec{b}$ **3)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{5}{6}\vec{b}$ **4)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$ **5)** $\overrightarrow{BT}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{5}{6}\vec{b}$

- Ako je $\vec{x}=(5,4,3)$, $\vec{a}=(1,0,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$, $\vec{c}=(1,1,0)$ i $\vec{x}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}$, tada (α,β,γ) je:**1)** (3,2,1) **2)** (2,3,1) **3)** (3,1,2) **4)** (1,2,3) **5)** (1,3,2) **6)** (2,-1,3) **7)** (2,2,3) **8)** (2,1,3) **9)** (2,3,3) **10)** (1,1,3)

- Neka je tačka P presk ravni $\alpha : \vec{n}\vec{r}=\vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a : \vec{r}=\vec{r}_A+t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a}\neq 0$. Tada je: **1)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A+\frac{(\vec{r}_Q-\vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **2)** $\vec{r}_P=\vec{r}_Q+\frac{(\vec{r}_A-\vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **3)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A+\frac{(\vec{r}_Q-\vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$. **4)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A-\frac{(\vec{r}_A-\vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **5)** $\vec{r}_P=\vec{r}_A+\frac{(\vec{r}_Q-\vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$.

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, b+c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, -a+b-2c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m\cap n=\emptyset\wedge m\nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m\parallel n\wedge m\neq n)$ **c)** poklapaju se $(m=n)$ **d)** seku se $(m\cap n=\{M\})$

- $\vec{a}\perp\vec{b}$ ako i samo ako: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **2)** $\vec{a}\vec{b}=0$ **3)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **4)** $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **5)** $\vec{a}=0$ **6)** $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|$.

- Broj svih linearnih transformacija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ za koje važi $f(xy)=f(x)f(y)$ je: **a)** 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3 **e)** 4 **f)** 5

- Neka su matrice $A=[a_{ij}]_{nn}$ i $B=[b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda\in\mathbb{R}$ takav da je:
  1) $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)\Rightarrow|det(A)|=\lambda\,|det(B)|$ **2)** $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)\Rightarrow det(A)=\lambda\,det(B)$
  3) $|det(A)|=\lambda\,|det(B)|\Rightarrow\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)$ **4)** $det(A)=\lambda\,det(B)\Rightarrow\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(B)$

- Linearne transformacije su: **1)** ravanske simetrije **2)** osne simetije **3)** projekcije na ravan **4)** projekcije na pravu
  5) rotacije **6)** translacije **7)** kose projekcije **8)** $f(x)=x+1$ **9)** $f(x,y)=-3x+y$ **10)** $f(x)=(x,x)$

- Par $(\vec{a},\vec{b})$ je kolinearan ako je on par: **1)** nenula vektora **2)** različitih vektora **3)** neparalelnih vektora **4)** vektora istoga pravca **5)** za koji je $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **6)** za koji je $\vec{a}\vec{b}=0$ **7)** za koji je $\vec{a}=0$ **8)** zavisnih vektora.

- Trojka slobodnih vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je komplanarna ako je ona trojka: (nije ekvivalencija!) **1)** nenula vektora
  2) različitih vektora **3)** paralelnih vektora **4)** vektora istoga pravca **5)** za koju je $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$
  6) za koju je $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **7)** zavisnih vektora. **8)** vektora čiji pravci su paralelni istoj ravni.

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i\subseteq\mathbb{R}^3$ koji su podprostori i brojeve koji su ispred njihovih dimenzija.
  1) $U_1=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=y\}$ **2)** $U_2=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=-y\}$ **3)** $U_3=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2-y^2=0\}$
  4) $U_4=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=y=z\}$**5)** $U_5=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2+y^2+z^2=0\}$**dim** U_1 je: **6)** 0, **7)** 1, **8)** 2
  dim U_2 je: **9)** 0, **10)** 1, **11)** 2 **dim** U_4 je: **12)** 0, **13)** 1, **14)** 2 **dim** U_5 je: **15)** 0, **16)** 1, **17)** 2

- Neka je $a=(2,2,0)$, $b=(-3,3,0)$, $c=(1,-1,0)$, $d=(-1,1,0)$, $e=(0,0,1)$, $f=(1,0,0)$, $g=(1,2,0)$. Zaokružiti broj koji je dimenzija potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $V=L(b,c,d)\Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  2) $V=L(e,f,g)\Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **3)** $V=L(a,b)\Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  4) $V=L(e,f,g)\Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **5)** $V=L(b,c,e)\Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  6) $V=L(a,b,c)\Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **7)** $V=L(a,g)\Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3

- Ako je A kvadratna matrica reda 3, tada je: **1)** **rang** A$=3\Leftarrow\det A\neq 0$, **2)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$
  3) $\det A{=}0\Leftrightarrow$**rang** A$\leq 2$, **4)** $\det A{=}0\Rightarrow$ **rang** A$=3$ **5)** **rang** A$\neq3\Rightarrow\det A{\neq}0$, **6)** **rang** A$\neq3\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **4)** $A - B = B - A$ **5)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$
6) $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)rang(B)$ **7)** $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$ **8)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$
2) $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ **3)** $n^\top a = a^\top n$ **4)** $na = an$ **5)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$ **6)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$
Napomena: $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ [\lambda] \cdot A \overset{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda A$, za svaku matricu A.

KOLOKVIJUM 1 **18.02.2011.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{N}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
$\rho_1 = \{(1,1),(2,2)\}$: R S A T $\rho_2 = \{(1,1),(2,2),(1,2)\}$: R S A T $\rho_2 = \{(1,2),(2,1),(1,3)\}$: R S A T

- Neka je f funkcija definisana sa $f = \binom{a\ b\ c}{c\ a\ b}$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a$ **3)** $a + a' = a$ **4)** $a + 0 = 0$ **5)** $1 + 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koja su grupe:
1) $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{C}, \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su prsteni:
1) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = -1 + i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $|\frac{z_1}{z_2}| =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________, a ostatak je ____________.

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2^{-x}$ i $g(x) = -x + 3$. Izračunati:
1) $g^{-1}(x) =$ **2)** $f^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ f)(x) =$ **4)** $(f \circ g)(x) =$ **5)** $(g \circ f)(x) =$

- Funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ = (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 3^x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** bijektivna **3)** injektivna i nije sirjektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

- Skup svih kompleksnih rešenja jednačine $z^3 = -8$ u algebarskom obliku je $\{\quad ,\quad ,\quad \}$.

∗∗

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,3)\}$ skupa $A = \{1,2,3\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- U skupu A_i definisana je relacija ρ_i: $A_1 = \mathbb{Z}$, $\rho_1 = \{(x,y) | |x| = |y|\}$, $A_2 = \mathbb{Z}$, $\rho_2 = \{(x,y) | xy = 0\}$, $A_3 = \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $\rho_3 = \{(x,y) | \arg(x) = \arg(y)\}$, A_4 - skup slobodnih vektora, $\rho_4 = \{(\vec{x},\vec{y}) | \vec{x} \times \vec{y} = \vec{0}\}$, A_5 - skup slobodnih vektora, $\rho_5 = \{(\vec{x},\vec{y}) | \vec{x}\vec{y} = 0\}$,
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A = \{5, 6, \cdots, 15\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $D = \{2, 4, 10, 100\}$, $E = \{3^n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{6\}$ u odnosu na relaciju poretka „deli"

	A	B	C	D	E
minimalni					
maksimalni					
najveći					
najmanji					

- Neka je $\{2, 3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je $a \in \{\qquad\qquad\}$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 - 1)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna
3) niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___,
$\left|\{f | f : B \longrightarrow A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\longrightarrow} A\}\right| =$ ___.

- Za koje vrednosti realnih parametara a i b formula $f(x) = ax^2 + bx$
1) definiše funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
2) definiše injektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
3) definiše sirjektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
4) definiše bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
5) definiše rastuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________
6) definiše neopadajuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________________

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **1)** $x + y = (x'y')'$ **2)** $xy = (x' + y')'$
3) $xy = 1 \Rightarrow y = 1$ **4)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **5)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **6)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} B$

- Implikacija $xy = 1 \Rightarrow$x=1 važi u: **1)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **4)** U Bulovoj algebri

- Algebarska struktura $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$ jeste grupa, gde je operacija $\cdot$ množenje po modulu: **1)** 5 **2)** 6 **3)** 7 **4)** 8

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ **3)** $(\{a + ai | a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{f | f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \circ)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Q}^+, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **6)** $(V, +, \times)$, gde je V je skup slobodnih vektora **7)** $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ **8)** $(\{3k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Proveriti koje od sledećih ekvivalencija i implikacija su tačne za svaki kompleksni broj z:
1) $-\frac{\pi}{2} \le \arg z \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \ge 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \le \arg z \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \Big(R_e(z) \ge 0 \wedge z \ne 0\Big)$
3) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \le 0$ **5)** $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \le 0$

- Ako je $\alpha = \arg e^{i\alpha}$, tada $\arg(-1 + e^{i\alpha})$ je: **1)** $\alpha + \pi$ **2)** $-\alpha + \pi$ **3)** $\frac{\alpha+\pi}{2}$ **4)** $\frac{\alpha-\pi}{2}$ **5)** $\in \{-\alpha, \alpha\}$ **6)** $-\frac{\alpha}{2}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A_i i kompleksnih funkcija $f_i : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f_i.

  $f_1(z) = i\overline{z}$ je ______

  $f_2(z) = iz$ je ______

  $f_3(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ je ______

  $A_4 = \{z|\ (z-1)^4 = 1\}$ je ______

  $A_5 = \{z|\ |z-1|^4 = 1\}$ je ______

  $A_6 = \{z|\ |z-1|^4 = i\}$ je ______

  $A_7 = \{z|\ \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ______

- Zaokružiti brojeve koji su koreni odgovarajućih jednačina: $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^2 = \bar{z}$, $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^3 = |z|$ $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^4 = z$, $z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^3 = 1$.

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

---

KOLOKVIJUM 2 **18.02.2011.**

- Vektor normale ravni $\alpha:\ z = x$ je: **1)** $(1,0,1)$ **2)** $(1,0,-1)$ **3)** $(0,1,0)$ **4)** $(-1,0,1)$ **5)** $(1,1,1)$
  Koordinate jedne njene tačke su: **6)** $(0,0,0)$ **7)** $(1,0,0)$ **8)** $(0,1,0)$ **9)** $(0,0,1)$ **10)** $(1,1,1)$

- Sistem jednačina $ax + ay = a \ \wedge\ ax - ay = -a$ je određen za: **1)** $a \neq 1$ **2)** $a \neq -1$ **3)** $a \neq 1 \wedge a \neq -1$**4)** $a \neq 0$
  neodređen za: **5)** $a = 1$ **6)** $a = 0$ **7)** $a = -1$ protivrečan za: **8)** $a = 1$ **9)** $a = 0$ **10)** $a = -1$ **11)** $a = -1 \wedge a = 1$

- Ako je $\vec{a} = (-2, 2, 1)$ i $\vec{b} = (1, -4, 8)$, tada je: **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\cos \sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- Ako je: $a = \Big((0,0,1), (0,1,0), (1,0,0)\Big)$ $b = \Big((1,0,0), (0,-1,0)\Big)$ $c = \Big((0,0,1), (0,1,0), (1,0,0), (1,2,3)\Big)$ $d = \Big((1,1,1), (2,2,2), (3,3,3)\Big)$, tada su nezavisne u $\mathbb{R}^3$: **1)** a **2)** b **3)** c **4)** d

- $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} =$ $\quad \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$ $\quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\quad det \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Format (m, n), matrice linearne transformacije **1)** $h(x) = (5x, x)$ je (0,1),(1,0),(2,1); **2)** $f(x, y, z) = x + 2y$ je (2,2),(2,1),(1,3); **3)** $g(x, y, z) = (x, z)$ je (2,3),(3,2),(2,2); **4)** $s(x, y) = x + y$ je (2,1),(1,2),(1,1)
- Ispod svake matrice zaokružiti broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
  1 2 3   1 2 3   1 2 3   1 2 3   0 1 2   1 2 3   1 2 3   0 1 2   0 1 2

✻ ✻

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je skup $\mathcal{A} = \Big\{(i,j) | i \in \{1,2,\dots,m\} \wedge j \in \{1,2,\dots,n\}\Big\}$. Tada za matricu M_{mn} nad poljem $\mathbb{R}$ važi:
  1) $M_{mn} : \mathcal{A} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** M_{mn} je linearna

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su zavisni ako i samo ako je $\alpha a + \beta b = 0$ i:
  1) $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ **2)** $\alpha \neq 0 \vee \beta \neq 0$ **3)** $|\alpha| + |\beta| = 0$ **4)** $(\alpha, \beta) \neq (0,0)$ **5)** svaki od α i β jednak nuli.

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su nezavisni ako i samo ako $\alpha a + \beta b = 0$ implicira:
  1) $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ **2)** $\alpha = 0 \wedge \beta = 0$ **3)** $|\alpha| + |\beta| \neq 0$ **4)** $(\alpha, \beta) = (0,0)$ **5)** bar jedan od α i β različit od nule.

- Vektri $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su nekomplanarni ako i samo ako:
  a) $\textbf{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **b)** $\textbf{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **c)** $\textbf{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **d)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$
  e) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **f)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **g)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **h)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nezavisna.

- Ako je $ABCD$ paralelogram, S presek dijagonala AC i BD, T težište trougla SAB i ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, tada je: $\overrightarrow{DT} =$

- Ako je $\vec{x} = (5,2,1)$, $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$, $\vec{c} = (1,1,0)$, napisati $\vec{x}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
  $\vec{x} =$

- Neka je tačka P presk ravni $\alpha : \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a : \vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a} \neq 0$. Tada je: **1)** $\vec{r}_P = \vec{r}_Q + \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **2)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$. **3)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **4)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **5)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$.

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, b+c, a+2b+c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b-c, a+b, -a)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \not\parallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

- $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a}\vec{b} = 0$ **3)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **4)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **5)** $\vec{a} = 0$ **6)** $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$.

- Broj svih linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ za koje važi $f(xy) = f(x)f(y)$ je: **a)** 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3 **e)** 4 **f)** 5

- Neka su matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$ i $B = [b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda \in \mathbb{R}$ takav da je:
  1) $\textbf{rang}(A) = \textbf{rang}(B) \Rightarrow |det(A)| = \lambda\, |det(B)|$ **2)** $\textbf{rang}(A) = \textbf{rang}(B) \Rightarrow det(A) = \lambda\, det(B)$
  3) $|det(A)| = \lambda\, |det(B)| \Rightarrow \textbf{rang}(A) = \textbf{rang}(B)$ **4)** $det(A) = \lambda\, det(B) \Rightarrow \textbf{rang}(A) = \textbf{rang}(B)$

- Linearne transformacije su: **1)** ravanske simetrije u odnosu na ravan $\alpha \ni (0,0,0)$ **2)** kose projekcije **3)** translacije **4)** osne simetije u odnosu na na osu $\sigma \ni (0,0,0)$ **5)** projekcije na ravan $\alpha \ni (0,0,0)$ **6)** projekcije na pravu $\sigma \ni (0,0,0)$ **7)** rotacije sa centrom u $(0,0,0)$ **8)** $f(x) = x + 0$ **9)** $f(x) = (x, 0)$

- Par $(\vec{a}, \vec{b})$ je nekolinearan ako je on par: (nije ekvivalencija!) **1)** nenula vektora **2)** neparalelnih vektora **3)** vektora istoga pravca **4)** za koji je $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **5)** za koji je $\vec{a}\vec{b} = 0$ **6)** za koji je $\vec{a} \neq 0$ **7)** zavisnih vektora.

- Trojka slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nekomplanarna ako je ona trojka: (nije ekvivalencija!) **1)** nenula vektora
  2) različitih vektora **3)** neparalelnih vektora **4)** vektora različitog pravca **5)** za koju je $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ **6)** za koju je $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **7)** nezavisnih vektora. **8)** vektora čiji pravci nisu paralelni istoj ravni.

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su podprostori i za one koji jesu napisati njihove dimenzije.
1) $U_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y \vee x = -y\}$ **2)** $U_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$ **3)** $U_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 = -y^3\}$
4) $U_4 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\}$ **5)** $U_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$ **6)** $U_6 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$
dim $U_1 =$ **dim** $U_2 =$ **dim** $U_3 =$ **dim** $U_4 =$ **dim** $U_5 =$ **dim** $U_6 =$

- Neka je $a = (2,2,0)$, $b = (-3,3,0)$, $c = (1,-1,0)$, $d = (-1,1,0)$, $e = (0,0,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (1,2,0)$.
1) $V = L(b,c,d) \Rightarrow dim(V) =$ **2)** $V = L(a,f,g) \Rightarrow dim(V) =$ **3)** $V = L(a) \Rightarrow dim(V) =$
4) $V = L(0,0,0) \Rightarrow dim(V) =$ **5)** $V = L(a,b) \Rightarrow dim(V) =$ **6)** $V = L(e,f,g) \Rightarrow dim(V) =$
7) $V = L(b,c,e) \Rightarrow dim(V) =$ **8)** $V = L(a,b,c) \Rightarrow dim(V) =$ **9)** $V = L(a,g) \Rightarrow dim(V) =$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **a)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\, A = 0$ **b)** $\mathbf{rang}\, A = n \Rightarrow \det A \neq 0$. **c)** $\mathbf{rang}\, A = 0 \Rightarrow \det A = 0$, **d)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \leq n-1$, **e)** $\mathbf{rang}\, A = n \Rightarrow \det A \neq 0$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne regularne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $A(BC) = C(AB)$ **2)** $(B - C)A = BA - CA$ **3)** $(AB)^2 = (AB)(AB)$ **4)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
5) $A(-B) = -(AB)$ **6)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$ **7)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)rang(B)$ **8)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ **2)** $na = an$ **3)** $n^\top a = a^\top n$ **4)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **5)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ **6)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$
Napomena: $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ [\lambda] \cdot A \stackrel{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda\, A$, za svaku matricu A.

KOLOKVIJUM 1 **03.05.2011.**

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(3,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = \operatorname{arctg} x$ i $g(x) = \sqrt[3]{1+x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$
b) $g^{-1}(x) =$ **c)**$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix}$ i $h = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $ab + bc + ac + a = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a'$ **3)** $a + a' = 0$ **4)** $a \cdot 0 = 0$ **5)** $1 \cdot 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su: $2^{-1} =$ ____, $3^{-1} =$ ____, $4^{-1} =$ ____,

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1+i)^2$ i $z_2 = 1 + i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ________________, a ostatak je ________________.

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{1+x}$ i $g(x) = 1 + x$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

✳ ✳

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

- Funkcija $f:(-2,\infty)\longrightarrow\mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x)=\sqrt{2+x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ ______

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{3}{x^3}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=$, $(f\circ f)(x)=$, $f(x+1)=$, $f(\frac{1}{x})=$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\arccos(x+1)$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=\frac{3\pi}{4}$, $f($______$)=\frac{\pi}{4}$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je:
a) bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$.
Svako polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

\	f_i je funkcija	$f_i:\ A\longrightarrow B$	$f_i:\ \{1,2\}\longrightarrow B$	$f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i:\ A\overset{na}{\longrightarrow}B$	$f:A\underset{na}{\overset{1-1}{\to}}B$
f_1						
f_2						
f_3						

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y>0,x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3=\{(x,|x|)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},x>1\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1: R S A T ρ_2: R S A T ρ_3: R S A T ρ_4: R S A T ρ_5: R S A T ρ_6: R S A T

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$
3) $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z)=-\overline{z}$ je ____

$g(z) = I_m(z)$ je ______

$A = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ______

$B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je ______

$C = \{z | z = \overline{-z}\}$ je ______

$D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ______

$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ______

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset E$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $A \supseteq E$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljiv i koji je stepena:
a) 1 **b)** 2

- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$: ___

- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \quad \}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{ \quad \}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ \quad \}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \,\big|\, f(x)$
d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,\big|\, f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \,\big|\, f(x)$
d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,\big|\, f(x)$

KOLOKVIJUM 2 **03.05.2011.**

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je p prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p: $\vec{p} = (\quad , \quad , \quad)$, i koordinate jedne tačke prave p: $(\quad , \quad , \quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (0, -1, 1)$, tada je: **1)** $|\vec{a}| =$ **2)** $|\vec{b}| =$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
  1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \ \vee \ \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((1,0,0),(0,1,0)\Big)$
  2) $\Big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0)\Big)$ **4)** $\Big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\Big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x+2y, x-3y)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (x,z)$ su:

∗ ∗

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a, b) je:
  1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $(1,1,1)$ na pravu $p : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. $\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
  (a) kontradiktoran: ______________
  (b) određen: ______________
  (c) 1 puta neodređen: ______________
  (d) 2 puta neodređen: ______________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
  1) $\{(0,t,1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0,1-t,t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0,2-t,t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0,0,1),(0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
  1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
  4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
  6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
  1) $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge \ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar α **6)** matrice A i B imaju iste karakteristične korene **7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow \ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \dots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  1) $V = L(a) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ ________ **2)** $V = L(a,b) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ ________
  3) $V = L(a,b,c) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ ________ **4)** $V = L(b,c,d) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ ________
  5) $V = L(b,c,e) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ ________ **6)** $V = L(e,f,g) \;\Rightarrow\; dim(V) =$ ________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju f iz vektorskog prostora V u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** f uvek jeste izomorfizam **2)** f uvek nije izomorfizam **3)** f uvek jeste injektivna **4)** f uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** f bijekcija **2)** V i W su izomorfni **3)** $f(V)$ je potprostor od W **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\;\; f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z)$ ________________________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\;\; f(x,y) = ax + bxy + cy$ ________________________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\;\; f(x,y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ________________________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n \neq \emptyset \wedge m \nparallel n)$

KOLOKVIJUM 1 **24.06.2011.**

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 1 + x^3$ i $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$
b) $g^{-1}(x) =$ **c)** $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \end{smallmatrix}\right)$ i $g = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c & d \\ d & c & a & b \end{smallmatrix}\right)$. Tada je $f \circ g = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{smallmatrix}\right)$,
$f^{-1} = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{smallmatrix}\right)$, $g^{-1} = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{smallmatrix}\right)$, $(f \circ g)^{-1} = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{smallmatrix}\right)$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{smallmatrix}\right)$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $ab + b + a + a = (a+b)(a+1)$ **2)** $a' + a' = 0$ **3)** $a + a' = 1'$ **4)** $a \cdot 0 = 1'$ **5)** $1 \cdot 0 = 0'$ **6)** $a + 1 = 0'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1-i)^2$ i $z_2 = 1 - i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ________________, a ostatak je ________________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=5x+7$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3$ **3)** $f:(-\infty,0]\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$
  4) $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$ **5)** $f:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ f(x)=e^{-x}$ **6)** $f:(\frac{\pi}{2},\pi)\to(0,1),\ f(x)=\sin x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
  1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

✻ ✻

- U grupi $(\mathbb{Z}_7\setminus\{0\},\cdot)$ neutralni element je ____, dok je: $2^{-1}=$ ____, $3^{-1}=$ ____, $4^{-1}=$ ____, $5^{-1}=$ ____ , $6^{-1}=$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
  1) $a(b+c)=ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grpoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0\Leftrightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq0\wedge b\neq0\Rightarrow ab=0$ **7)** $a\cdot0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$

- Funkcija $f:(-\infty,-2)\longrightarrow[2,\infty)$ definisana sa $f(x)=\sqrt{2-x}$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
  3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R},\ g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x}{x-2}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{1}{x}$. Tada je:

  $f^{-1}(x)=$, $(f\circ f)(x)=$, $f(x+1)=$, $f(\frac{1}{x})=$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x+1)$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=1$, $f($______$)=0$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je:
  a) bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$, gde su x,y,z,u međusobno različiti elementi. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ A\longrightarrow B$	$f_i:\ \{1,2\}\longrightarrow B$	$f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i:\ A\overset{na}{\longrightarrow}B$	$f:A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}B$
f_1						
f_2						
f_3						

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(0,-\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(-1,1)$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{4\pi}{3})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- U skupu $\mathbb{Z}=\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{Z}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y>0,x,y\in\mathbb{Z}\}$,
  $\rho_3=\{(x,|x|)|x\in\mathbb{Z}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{Z},x>1\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{Z}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{Z}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx, k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$ **3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z)=ze^{i\varphi}$ je ____

  $g(z)=-z$ je ____

  $A=\{2-e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ____

  $B=\{z|z\overline{z}=4\}$ je ____

  $C=\{z|z=-\overline{-z}\}$ je ____

  $D=\{z|\arg z=-\arg\overline{z}\}$ je ____

  $E=\{2+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ____

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset E$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $A\supseteq E$

- Neka su $z_1=1+i$, $z_2=2$ i $z_3=1$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_2z_3z_1=$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2z_3z_1=$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{Q}$ i koji je stepena:
  a) 3 **b)** 2

- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x)=ax+b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$: ___

- Neka je $\{1,2,3\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b\in\{\qquad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c\in\{\qquad\}$.

- Neka je $A=\{1,2\}$ i $B=\{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to A\ \wedge\ f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___.

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha})=0$ i $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$, tada: **a)** $x-e^{-i\alpha}\mid f(x)$ **b)** $x-e^{i\alpha}\mid f(x)$ **c)** $x-e^{i|\alpha|}\mid f(x)$
  d) $x^2-2x\cos\alpha+1\mid f(x)$; **e)** $x^2-x\cos\alpha+1\mid f(x)$; **f)** $x^2+x\cos\alpha+1\mid f(x)$; **g)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\mid f(x)$

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{3}})=0$, tada: **a)** $x-e^{-i\frac{\pi}{3}}\mid f(x)$ **b)** $x-e^{i\frac{\pi}{3}}\mid f(x)$ **c)** $x-e^{i\frac{2\pi}{3}}\mid f(x)$
  d) $x^2-x+1\mid f(x)$; **e)** $x^2-2x+1\mid f(x)$; **f)** $x^2+\frac{1}{2}x+1\mid f(x)$; **g)** $x^2+x+1\mid f(x)$

KOLOKVIJUM 2 **24.06.2011.**

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccc} y & + & z & = & 1\\ y & + & z & = & 1\end{array}$ je
  1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je α ravan čija je jednačina $x+y=1$. Napisati jedan vektor normale ravni α:
  $n_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne tačke ravni α: $(\quad,\quad,\quad)$.

- Ako je $\vec{a}=(-1,1,1)$ i $\vec{b}=(1,-1,1)$, tada je: **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b}=$ **4)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ **5)** $\measuredangle(\vec{a}\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu nezavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \vee \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki generatorne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$
2) $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **3)** $\big((1,0,0)\big)$ **4)** $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x, x)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x, x)$ su:

* *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, par vektora (a, b) je: **1)** nekad generatoran, **2)** uvek nezavisan, **3)** uvek zavisan, **4)** nekad nezavisan a nekad zavisan. **5)** nikad generatoran, **6)** nikad baza.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $A(1, 1, 1)$ na ravan $\alpha : x = 2$. $\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$

(a) kontradiktoran: __________
(b) određen: __________
(c) 1 puta neodređen: __________
(d) 2 puta neodređen: __________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & 1 \\ & & y & - & z & = & 1 \end{array}$ je
1) $\{(1+t, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(-t+3, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(1, 0, -1), (2, 1, 0)\}$, **4)** $\{(t+2, 1+t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u bar jednom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
1) $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge \ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar α **6)** matrice A i B imaju iste karakteristične korene **7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow \ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ **4)** $det(A^3B) = (det(A))^3 \cdot det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ generatorna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  1) $V = L(a) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

  3) $V = L(a,b,c) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

  5) $V = L(b,c,e) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (0,0,2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju f iz vektorskog prostora V u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : V \to W$ bijektivna linearna transformacija, tada: **1)** f bijekcija **2)** V i W su izomorfni **3)** $f(V)$ je potprostor od W **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku injektivnu linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \ \ f(x,y,z) = (a^3x + y^b, bx^2 - z)$ ______________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \ \ f(x,y) = ax + bxy + cy^3$ ______________________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \ \ f(x,y) = (ax + b, x + a, 2^c + y)$ ______________________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-4}{-6} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{-1}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

KOLOKVIJUM 1 **12.07.2011.**

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(1,3)\}$ skupa $A = \{1,2,3\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ definisane sa $f(x) = 1 - x^5$ i $g(x) = e^{-x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$
b) $g^{-1}(x) =$ **c)**$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & d & c \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & c & d \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$,
$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $ab + a + a = (a + b)(a + 1)$ **2)** $a' + a = 0'$ **3)** $a \cdot a' = 1'$ **4)** $a \cdot 0 \cdot 1 = 1'$ **5)** $1 \cdot 0' = 0'$ **6)** $a + 1 = 0'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ i $z_2 = 1 + i$ izračunati
$z_1 - z_2 =$ $\quad$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\quad$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\quad$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $\quad$ $|z_1 - z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 + x^2 + x + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 7$ **2)** $f : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}^-,\ f(x) = x^3$ **3)** $f : (-\infty, 0] \to (-\infty, 0],\ f(x) = -x^2$
4) $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$ **5)** $f : \mathbb{R}^+ \to (0, 1),\ f(x) = e^{-x}$ **6)** $f : (\frac{\pi}{2}, \pi) \to (0, -1),\ f(x) = \cos x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativne grupe.
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\{\vec{0}\}, +)$ **6)** $(\{0\}, +)$ **7)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$

✻ ✻

- U grupi $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 8, neutralni je ____, $3^{-1} =$ ____, $5^{-1} =$ ____, $7^{-1} =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R, +, \cdot)$:
1) $a(b+c) = ab+ac$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je asocijativni grpoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Funkcija $f : (-\infty, -6] \longrightarrow [2, \infty)$ definisana sa $f(x) = \sqrt{-2 - x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g : (0, 1] \to \mathbb{R},\ g(x) = -\sqrt{1 - x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ ________ , $g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ _____

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{x}{x-1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x) =$

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ definisana sa $f(x) = x^{-3}$. Tada je:
$f^{-1}(x) =$ $\quad$, $(f \circ f)(x) =$ $\quad$, $f(x + 1) =$ $\quad$, $f(\frac{1}{x}) =$ $\quad$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \text{arctg}(x + 1)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = \frac{\pi}{4}$, $f($_____$) = -\frac{\pi}{4}$ i $B =$ _______ , a $f : A \to B$ je:
a) bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- $f_1 = \{(x, x + 1) | x \in \mathbb{N}\}$, $f_2 = \{(x, x - 1) | x \in \mathbb{N}\}$, $f_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$, $f_4 = \{(x + 1, x) | x \in \mathbb{N}\}$.
Svako polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i :\ \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$	$f_i :\ \mathbb{N} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{N}$	$f_i :\ \mathbb{N} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N}$	$f_i :\ \mathbb{N} \xrightarrow{na} \mathbb{N}$	$f_i : \mathbb{N} \underset{\text{na}}{\xrightarrow{1-1}} \mathbb{N}$
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

$\setminus$	$f_i :\ \mathbb{N} \to \mathbb{N}$	$f_i :\ \mathbb{N} \setminus \{1\} \to \mathbb{N}$	$f_i :\ \mathbb{N} \setminus \{1\} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N}$	$f_i :\ \mathbb{N} \setminus \{1\} \xrightarrow{na} \mathbb{N}$	$f_i : \mathbb{N} \setminus \{1\} \underset{\text{na}}{\xrightarrow{1-1}} \mathbb{N}$
f_4					

- Funkcija $f : (-\pi, -\frac{3\pi}{4}) \longrightarrow (0, -1)$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f : [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \longrightarrow (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}]$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{6})\setminus\{-\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Ispitati da li je relacija deli relacija poretka u skupu $A=\{2,3,4,6,9,12,18,36\}$: DA NE, i ako jeste, odrediti
  minimalne elemente: maksimalne elemente:

  najveći element: najmanji element:

  Haseov dijagram:

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$
3) $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z)=z\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ je ______
$g(z)=-\bar{z}$ je ______
$A=\{3-e^{-i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ______
$B=\{z|(z-1)\overline{z-1}=4\}$ je ______
$C=\{z|z=\overline{-z}\}$ je ______
$D=\{z|\arg(-z)=-\arg\bar{z}\}$ je ______
$E=\{3+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ______
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset E$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $A\supseteq E$

- Neka su $z_1=2+2i$, $z_2=4+3i$ i $z_3=5+i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_1z_3z_2=$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_1z_3z_2=$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{R}$ i koji je stepena:
a) 2 **b)** 0

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x)=ax+b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{R}$: ___

- Neka je $\{3\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b\in\{\qquad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c\in\{\qquad\}$.

- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___,
$\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to A\ \wedge\ f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___.

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha})=0$ i $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$, tada: **a)** $x-e^{-i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\alpha|}\,\big|\,f(x)$
d) $x^2-2x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2+x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **g)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,\big|\,f(x)$

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{2}})=0$, tada: **a)** $x-e^{-i\frac{\pi}{2}}\,\big|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\frac{\pi}{2}}\,\big|\,f(x)$ **c)** $x-1\,\big|\,f(x)$
d) $x^2+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-2x+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2-1\,\big|\,f(x)$; **g)** $x+i\,\big|\,f(x)$

KOLOKVIJUM 2 **12.07.2011.**

- Za koje $\alpha\in\mathbb{R}$ su $\vec{a}=(1,\alpha,-\alpha)$ i $\vec{b}=(1,\alpha,\alpha)$: **1)** kolinearni ______ **2)** ortogonalni ______

- Neka je α ravan čija je jednačina $z=3$. Napisati jedan vektor normale ravni α:

  $\vec{n}_\alpha = (\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne tačke ravni α: $(\quad,\quad,\quad)$.

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

- Koje su od sledećih uređenih n-torki linearno nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$:
  1) $\big((0,3,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,3),(0,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **4)** $\big((0,0,0)\big)$
  5) $\big((1,1,1),(2,2,0),(3,0,0)\big)$ **6)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$ **7)** $\big((1,0,0),(2,0,0),(3,0,0)\big)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x+y+z=a \ \wedge \ ax+ay+az=a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrica linearne transformacije $f(x,y)=(2y, x-y, 3x+y)$ je:

- Ako je $\vec{a}=(-1,1,1)$ i $\vec{b}=(1,-1,1)$, tada je: **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b}=$ **4)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, trojka vektora (a,b,c) je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

* *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3)=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par kolinearnih vektora (a,b) je:
  1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 2 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
  (a) kontradiktoran: ____________
  (b) određen: ____________
  (c) 1 puta neodređen: ____________
  (d) 2 puta neodređen: ____________

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije A' tačke $A(3,5,2)$ na pravu p određenu sa $x=1\wedge y=1$:
  $\vec{r}_{A}' =$

- Diskutovati po a. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1,0,a)$, $(0,a,0)$ i $(a,0,1)$ je dimenzije:

  0 za $a\in$ $\qquad$, 1 za $a\in$ $\qquad$, 2 za $a\in$ $\qquad$, 3 za $a\in$ $\qquad$.

- Zaokružiti one skupove $V \subseteq \mathbb{R}^3$ za koje važi $(1,0,2) \in V$: **1)** $V = Lin\Big(\{(2,0,4)\}\Big)$
2) $V = Lin\Big(\{(-8,10,4),(4,-5,-2)\}\Big)$ **3)** $V = Lin\Big(\{(-8,10,4),(4,-5,-2),(0,0,0)\}\Big)$
4) $V = Lin\Big(\{(0,-1,1),(1,1,1)\}\Big)$ **5)** $V = Lin\Big(\{(0,0,0)\}\Big)$ **6)** $V = Lin\Big(\{(2,0,3),(4,0,5)\}\Big)$
7) $V = Lin\Big(\{(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\}\Big)$

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** π

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka je $p = (1,0,1)$, $q = (0,2,2)$, $r = (0,0,3)$, $s = (0,4,0)$. Sledeće n-torke vektora su generatorne u prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** (p,q,r) **2)** (q,r,s) **3)** (p,q,r,s) **4)** (p,q) **5)** (p,r)

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **1)** $Rang(A) = 0 \Rightarrow det(A) = 0$
2) $det(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(A) \leq n-1$ **3)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) \neq 0$ **4)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) = 0$.

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda n važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda n):
1) $A + (B + C) = (A + B) + C$ **2)** $(AB)^{-1} \Leftrightarrow (AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ **3)** $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$
4) $\text{rang}(A + B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$ **5)** $AB = \mathbb{O} \Rightarrow (A = \mathbb{O} \vee B = \mathbb{O})$

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** f bijekcija **2)** V i W su izomorfni
3) $f(V)$ je potprostor od W **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Koji od navedenih iskaza su tačni u vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x, y, z \in V)\ (x + y) + z = x + (y + z)$
3) $(\forall x \in V)\ x + x = x$ **4)** $(\forall x, y, z \in V)\ (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$ vektori x i $\alpha \cdot x$ su linearno nezavisni **6)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$ vektori x i $\alpha \cdot x$ su linearno zavisni
7) $(\forall x \in V)$ je uređena 4-orka $(\{\alpha x \mid \alpha \in F\}, F, +, \cdot)$ podprostor prostora $(V, F, +, \cdot)$

- Neka je u proizvoljnom $(n+1)$-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je ta n-torka za taj prostor V:
a) uvek generatorna **b)** nikad generatorna **c)** ništa od prethodno navedenog

- Za koje vrednosti parametara $a, b, \dots \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = (ax + y^b, (b+1)x - y)$ ________________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = ax + bxy + cy$ ________________________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{ccccc} x & - & y & & = 1 \\ & & y & - & z = 1 \end{array}$ je
1) $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(t+2, t+1, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(1,0,-1),(0,-1,-2)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u bar jednom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ **4)** $det(A^3B) = (det(A))^3 \cdot det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ zavisna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

KOLOKVIJUM 1 **02.09.2011.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
$>$: R S A T $\qquad \rho = \{(-1,-1),(0,0),(1,1)\}$: R S A T $\qquad \rho = R^2$: R S A T

- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{2x}$ i $g(x)=2x+1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(f\circ g)^{-1}(x)=$ **5)** $(g^{-1}\circ f^{-1})(x)=$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln x$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-x^2$ **3)** $f:\mathbb{R}\to(-\infty,0],\ f(x)=-x^2$
4) $f:(-\infty,0]\to(-\infty,0],\ f(x)=-x^2$ **5)** $f:[-\frac{\pi}{4},0]\to[-1,0],\ f(x)=\operatorname{tg}x$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-\sqrt[3]{x}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
1) $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2=-1$ je $S=\{\qquad\qquad\qquad\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=\sqrt{3}-i$:
$Re(z)=\qquad, Im(z)=\qquad, |z|=\qquad, \arg(z)=\qquad, \overline{z}=\qquad.$

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencialnom (ili trigonometrijskom) obliku:
$5i=\qquad, 3=\qquad, -4=\qquad, -i=\qquad, 1+i=\qquad, -1-i=\qquad.$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
1) $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **2)** $(\{1\},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

- Neka su P i Q redom polinomi drugog i trećeg stepena. Tada je $dg(P+Q)=$ _____ i $dg(PQ)=$ _____

- Pri delenju polinoma x^4-1 sa $x-1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

* *

- Ako je $P(x)=ax^2+bx+c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P)=2$, **2)** $dg(P)\in\{1,2\}$, **3)** $dg(P)\in\{0,1,2\}$

- U grupi $(\{1,2,4,5,7,8\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 9, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su
$1^{-1}=$ ____, $2^{-1}=$ ____, $4^{-1}=$ ____, $5^{-1}=$ ____, $7^{-1}=$ ____, $8^{-1}=$ ____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R,+,\cdot)$:
1) $a(b+c)=ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0\Leftrightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab=0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$

- Funkcija $f:(-\infty,-2]\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{-2-x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R},\ g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________, $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x+1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x)=\sqrt{x}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=\qquad, (f\circ f)(x)=\qquad, f(x+1)=\qquad, f(\frac{1}{x})=\qquad.$

- Napisati jednu relaciju skupa $A=\{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna: $\rho=\{\qquad\qquad\}$ Dali postoji više od jedne takve relacije?

- Broj svih relacija skupa $A=\{1,2\}$ koje **nisu** antisimetrične je:

- Broj svih relacija skupa $A=\{1,2\}$ koje su simetrične je:

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$, $\rho = \{(x,x)|x \in A\} \cup \{(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5)\}$, $B = \{a,b,c,d\}$ i $\theta = \{(x,x)|x \in B\} \cup \{(a,c),(a,d),(c,d),(b,c),(b,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A,ρ):

(B,θ):

	(A,ρ)	(B,θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x^2 - 4)$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ ____________ i $B =$ ____________. Funkcija $f : A \to B$ je:
1) bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = z\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ____________________
$g(z) = -i\bar{z}$ je ____________________
$A = \{e^{i\psi} \mid e^{i\psi} = 1 \wedge \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________________
$B = \{z |\ z = |z|\}$ je ____________________
$C = \{z | z = \overline{-iz}\}$ je ____________________
$D = \{z |\ 0 \leq \arg z \leq \pi \wedge |z| \leq 1\}$ je ____________________
$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $A = B$ **c)** $A \subseteq D$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $B \cap E = C$

- Neka su $z_1 = 1+4i$, $z_2 = 4+3i$ i $z_3 = 6+4i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{Q}$ i koji je stepena:
a) 1 **b)** 2 **c)** 3

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti $a, b, c \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax^2 + bx + c$ svodljiv nad poljem $\mathbb{C}$: ____________

- Neka je $\{-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{\qquad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{\qquad\}$.

- Neka je $A = \{1,2,3\}$ i $B = \{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\left|\{f|f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : B \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___,
$\left|\{f|f : B \to A\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \to A \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : B \to A \wedge f\underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$
  d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{4}}) = 0$, tada: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **b)** $x - \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i) \mid f(x)$ **c)** $x - 1 \mid f(x)$
  d) $x^2 + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **g)** $x + i \mid f(x)$

KOLOKVIJUM 2 **02.09.2011.**

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (4, 2\alpha, \alpha)$ i $\vec{b} = (1, \alpha, -3\alpha)$: **1)** kolinearni __________ **2)** ortogonalni __________

- Neka je p prava čija je jednačina $p : x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave p: $\vec{p} = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate tačke A prave p koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad , \quad , \quad)$.

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su GENERATORNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$
  5) $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y = a \wedge x + ay = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\quad \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} =$ $\quad \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Napisati matricu linearne transformacije $f(x,y,z) = (x,y)$ i odrediti njen rang :

- Ako je $\vec{a} = (2,-1,-2)$ i $\vec{b} = (-1,3,-2)$, tada je
  $\vec{a}\vec{b} =$ ________________, $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________________, i $|\vec{a}| =$ ________________.

- Nekaje $ABCD$paralelogram. Izraziti vektor položaja $\vec{r}_A$ uzavisnosti od $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$ i $\vec{r}_D$. $\vec{r}_A =$__________

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

* *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku T prodora prave $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha : x - y + z = 1$. $T(\quad , \quad , \quad)$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora uređena četvorka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$, generatorna trojka (a, b, c) je:
1) uvek baza, **2)** uvek linearno nezavisna, **3)** nikad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & ay & = & 2 \\ ax & + & ay & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: __________
(b) određen: __________
(c) 1 puta neodređen: __________
(d) 2 puta neodređen: __________

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije A' tačke $A(7, 4, 1)$ na pravu p određenu sa $y = 3 \wedge z = 5$:
$\vec{r}_{A'} =$

- Diskutovati po a. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1, 1, a)$, $(0, a, 0)$ i $(a, 0, 1)$ je dimenzije:
0 za $a \in$, 1 za $a \in$, 2 za $a \in$, 3 za $a \in$.

- Zaokružiti one skupove $V \subseteq \mathbb{R}^3$ za koje važi $(1, 1, 2) \in V$: **1)** $V = Lin\Big(\{(2, 2, 4)\}\Big)$
2) $V = Lin\Big(\{(-8, -8, -16), (4, 4, 8)\}\Big)$ **3)** $V = Lin\Big(\{(-8, -8, -16), (4, 4, 8), (0, 0, 0)\}\Big)$
4) $V = Lin\Big(\{(0, -1, 1), (1, 1, 1)\}\Big)$ **5)** $V = Lin\Big(\{(0, 0, 0)\}\Big)$ **6)** $V = Lin\Big(\{(2, 0, 2), (4, 0, 2)\}\Big)$
7) $V = Lin\Big(\{(1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\}\Big)$

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = -\frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** π

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka je $p = (1, 0, 1)$, $q = (0, 2, 2)$, $r = (0, 0, 3)$, $s = (0, 4, 0)$. Koje n-torke su zavisne u prostoru $\mathbb{R}^3$:
1) (p, q, r) **2)** (q, r, s) **3)** (p, q, r, s) **4)** (p, q) **5)** (p, r)

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2}), \ldots, \mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1 \mathbf{a_1} + \alpha_2 \mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n \mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada:
1. $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\, A < n$ **2.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \leq n$ **3.** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A = 0$
4. $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \geq 1$ **5.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **6.**$(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A < n$

- Odrediti rang r matrice A u sledeća 4 slučaja.
$A = \begin{bmatrix} p & r & r & q \\ r & p & q & r \\ r & q & p & r \\ q & r & r & p \end{bmatrix}$ **a)** $(p, q, r) = (0, 0, 0)$; **b)** $(p, q, r) = (1, 1, -1)$;
c) $(p, q, r) = (1, -1, 0)$; **d)** $(p, q, r) = (1, -3, 1)$;
a) r= **b)** r= **c)** r= **d)** r=

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **a)** $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\, \mathrm{A} = 0$
b) $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\, \mathrm{A} = n$, **c)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, \mathrm{A} \leq n - 1$, **d)** $\mathbf{rang}\, \mathrm{A} = n \Rightarrow \det A \neq 0$.

- Neka je $A \sim B \Leftrightarrow$ kvadratne matrice A i B reda n su ekvivalentne. Zaokruži tačno.
a) $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0\Big)$, **b)** $A \sim B \Leftrightarrow |\det A| = |\det B|$, **c)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = \det B$,
d) $\det A = \det B \neq 0 \Rightarrow A \sim B$, **e)** $(\det A \neq 0 \wedge \det B \neq 0) \Rightarrow A \sim B$,
f) Ako je $\lambda \neq 0$, tada važi da $\det A = \lambda \det B \Rightarrow A \sim B$. **g)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det B \neq 0\Big)$,

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice A, B, C reda n važi:
a) $A(BC) = (AB)C$ **b)** $\det \lambda A = \lambda \det A$ **c)** $AB = BA$ **d)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
e) $\det(AB) = \det A + \det B$ **f)** $\det(A + B) = \det A + \det B$ **g)** $\det(AB) = \det A \det B$

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
a) $A \sim B \Rightarrow \Big(\mathbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, B = 0\Big)$, **b)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$, **c)** $A \sim B \Rightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **d)** $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **e)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(\mathbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, B = 0\Big)$. **f)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$,

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda n važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda n): **1)** $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ **2)** $\mathrm{rang}(A+B) = \mathrm{rang}(A) + \mathrm{rang}(B)$ **3)** $\mathrm{rang}(AB) = \mathrm{rang}(A)\mathrm{rang}(B)$ **4)** $AB = \mathbb{O} \Rightarrow (A = \mathbb{O} \vee B = \mathbb{O})$ **5)** $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$ **6)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **7)** $AA^{-1} = A^{-1}A$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada: **1)** f je bijekcija **2)** V i W su izomorfni **3)** $f(V)$ je potprostor od W **4)** $dim(V) \le dim(W)$ **5)** $dim(V) \ge dim(W)$

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & 1 \\ & & y & - & z & = & 1 \end{array}$ je **1)** $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(t+2, t+1, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(1, 0, -1), (0, -1, -2)\}$,

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \dots, a_n)$ **nezavisna.** Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \le n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \ge n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

---

KOLOKVIJUM 1 **16.09.2011.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{N}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R - refleksivnost S - simetričnost A - antisimetričnost T - tranzitivnost. **1)** $\le$: R S A T **2)** $>$: R S A T **3)** $\rho = \{(1,2), (2,1), (1,1)\}$: R S A T **4)** relacija „deli": R S A T

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{x}$ i $g(x) = -x + 1$. Izračunati: **1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:
  1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -x^2$ **3)** $f : \mathbb{R} \to (-\infty, 0],\ f(x) = -x^2$ **4)** $f : (-\infty, 0] \to (-\infty, 0],\ f(x) = -x^2$ **5)** $f : [-\frac{\pi}{4}, 0] \to [-1, 0],\ f(x) = \operatorname{tg} x$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -\sqrt[3]{x}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$: **1)** $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a+b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ je $S = \{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = 1 - i\sqrt{3}$: $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencialnom (ili trigonometrijskom) obliku: $5i =$, $3 =$, $-4 =$, $-i =$, $1 + i =$, $-1 - i =$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe. **1)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **2)** $(\{1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Ako su P i Q polinomi drugog stepena, tada je $dg(P+Q) \in$ $dg(PQ) \in$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

* *

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **a)** $z\overline{z} = |z|^2$ **b)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **c)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **d)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **e)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ **f)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **g)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **h)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **i)** $z \ne 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \ne 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- U grupi $(\{1,3,7,9\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 10, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su
$1^{-1} = \_\_\_\_$, $3^{-1} = \_\_\_\_$, $7^{-1} = \_\_\_\_$, $9^{-1} = \_\_\_\_$,

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
1) $a(b+c) = ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna:
$\rho = \{ \qquad\qquad\qquad \}$ Da li postoji više od jedne takve relacije? DA NE

- Neka je $A = \{2,3,4,6,7,9,12,18\}$, $\rho = \{(x,x)|x \in A\} \cup \{(2,4),(2,6),(2,12),(2,18),(3,6),(3,9),(3,12),(3,18),(4,12),(6,12),(6,18),(9,18)\}$, $B = \{a,b,c,d\}$ i $\theta = \{(x,x)|x \in B\} \cup \{(a,c),(a,d),(c,d),(b,c),(b,d)\}$.
Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A,ρ):

(B,θ):

	(A,ρ)	(B,θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- Za svaku injektivnu funkciju f postoje skupovi A i B, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
1) uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada je $f : S \to S$ sirjekcija. DA NE

- Neka su ρ_i relacije skupa $\mathbb{R}$: $\rho_1 = \{(x,x+1)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x,y)|x \in \mathbb{R},\ y \in [x-1,x+1]\}$, $\rho_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0 \ \wedge\ y \geq 0\}$, $\rho_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y^2 = x^2\}$,
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T

- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x-4)$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A = \_\_\_\_\_\_\_\_$ i $B = \_\_\_\_\_\_\_\_$. Funkcija $f : A \to B$ je:
1) bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = z\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ________
$g(z) = -i\bar{z}$ je ________
$A = \{e^{i\psi} \mid e^{i\psi} = 1 \ \wedge\ \psi \in \mathbb{R}\}$ je ________
$B = \{z |\ z = |z|\}$ je ________
$C = \{z | z = \overline{-iz}\}$ je ________
$D = \{z |\ 0 \leq \arg z \leq \pi \ \wedge\ |z| \leq 1\}$ je ________
$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $A = B$ **c)** $A \subseteq D$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $B \cap E = C$

- Neka su $z_1 = 1+4i$, $z_2 = 6+4i$ i $z_3 = 4+3i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ koji je nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$ i koji je stepena:
a) 1 **b)** 2 **c)** 3

- Ako p nije svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je
- Ako p nije svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je
- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je
- Odrediti $a, b, c \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax^2 + bx + c$ svodljiv nad poljem $\mathbb{R}$: ____________
- Ako je $\{-1, 0, 1\}$ skup korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, tada je $a \in \{\quad\}$, $b \in \{\quad\}$ i $c \in \{\quad\}$.
- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada: **a)** $x - e^{-i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \,\big|\, f(x)$
d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,\big|\, f(x)$
- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(2-i) = 0$, tada: **a)** $x - (2-i) \,\big|\, f(x)$ **b)** $x - (2+i) \,|\, f(x)$ **c)** $x - 2 + i \,\big|\, f(x)$
d) $x^2 + 1 \,|\, f(x)$; **e)** $x^2 - 4x + 5 \,\big|\, f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \,\big|\, f(x)$; **g)** $x + i \,\big|\, f(x)$

KOLOKVIJUM 2 **16.09.2011.**

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (4, 2\alpha, 2\alpha)$ i $\vec{b} = (1, 1, \frac{1}{2}\alpha)$: **1)** kolinearni ____________ **2)** ortogonalni ____________
- Neka je p prava čija je jednačina $p: x + y = 3 \wedge x - y = -3$. Napisati jedinični vektor prave p: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke A prave p koja je najbliža tački $O(1, 2, 0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.
- $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su NEZAVISNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$:
1) $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$
5) $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$
- Ako je $\vec{a} = (2, 1, -1)$ i $\vec{b} = (-1, 1, 2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ $\qquad \vec{a} \times \vec{b} =$ $\qquad \measuredangle \vec{a}\vec{b} =$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y + z = a \wedge ax + ay + az = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:
- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je AC dijagonala. Tada u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_C$ izraziti težište T trougla ACD. $\vec{r}_T =$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$
- Funkcije $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ je linearna transformacija: **1)** $f(x, y, z) = (x, 0, 0)$, **2)** $f(x, y) = xy$, **3)** $f(x) = 2x + 1$.

* *

- Neka je $\psi: \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi: \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam
- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku T prodora prave $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha : x - y + z = 1$. $\quad T(\quad,\quad,\quad)$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora uređena četvorka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$, generatorna trojka (a, b, c) je:
1) uvek baza, **2)** uvek linearno nezavisna, **3)** nikad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & ay & = & 2 \\ ax & + & 4y & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: ______
(b) određen: ______
(c) 1 puta neodređen: ______
(d) 2 puta neodređen: ______

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije A' tačke $A(7, 4, 1)$ na pravu p određenu sa $y = 3 \wedge z = 5$:
$\vec{r}_{A'} =$

- Diskutovati po a. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1, 1, a)$, $(0, a, 0)$ i $(a, 0, 1)$ je dimenzije:

  0 za $a \in$ $\qquad$, 1 za $a \in$ $\qquad$, 2 za $a \in$ $\qquad$, 3 za $a \in$ $\qquad$.

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = -a\vec{b} + b\vec{a}$ i $\vec{n} = -\frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** π

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \dots, a_{n2}), \dots, \mathbf{a_n} = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \dots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \dots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada:
1. $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\, A < n$ **2.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \leq n$ **3.** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \dots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A = 0$
4. $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A \geq 1$ **5.** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **6.** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \dots \mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \mathbf{rang}\, A < n$

- Koje od tvrđenja je tačno ako su A i B kvadratne matrice reda n: **a)** $\mathbf{rang}\, A < n \Rightarrow \mathbf{rang}\, AB < n$
b) $\det A = 0 \Rightarrow \mathbf{rang}\, \mathrm{A} = n$, **c)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, \mathrm{A} \leq n - 1$, **d)** $\mathbf{rang}\, \mathrm{A} = n \Rightarrow \det A \neq 0$.

- Neka je $A \sim B \Leftrightarrow$ kvadratne matrice A i B reda n su ekvivalentne. Zaokruži tačno.
a) $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0\Big)$, **b)** $A \sim B \Leftrightarrow |\det A| = |\det B|$, **c)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = \det B$,
d) $\det A = \det B \neq 0 \Rightarrow A \sim B$, **e)** $(\det A \neq 0 \wedge \det B \neq 0) \Rightarrow A \sim B$,
f) Ako je $\lambda \neq 0$, tada važi da $\det A = \lambda \det B \Rightarrow A \sim B$. **g)** $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det B \neq 0\Big)$,

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice A, B, C reda n važi:
a) $A(BC) = (AB)C$ **b)** $\det \lambda A = \lambda \det A$ **c)** $AB = BA$ **d)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
e) $\det(AB) = \det A + \det B$ **f)** $\det(A + B) = \det A + \det B$ **g)** $\det(AB) = \det A \det B$

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
a) $A \sim B \Rightarrow \Big(\mathbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, B = 0\Big)$, **b)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$, **c)** $A \sim B \Rightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **d)** $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **e)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(\mathbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\, B = 0\Big)$. **f)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$,

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda n važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda n):
1) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ **2)** $\mathrm{rang}(A + B) = \mathrm{rang}(A) + \mathrm{rang}(B)$ **3)** $\mathrm{rang}(AB) = \mathrm{rang}(A)\mathrm{rang}(B)$
4) $AB = \mathbb{O} \Rightarrow (A = \mathbb{O} \vee B = \mathbb{O})$ **5)** $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$ **6)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **7)** $AA^{-1} = A^{-1}A$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Zaokružiti vektorske prostore:

  1) $(V,\mathbb{R},+,\times)$, gde je V skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\times$ je vektorski proizvod slobodnih vektora **2)** $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$, gde je V skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\cdot$ je skalarni proizvod slobodnih vektora **3)** $(\mathcal{F},\mathbb{R},+,\cdot)$, gde je $\mathcal{F}=\{f\mid\mathbb{R}\to\mathbb{R}\}$, i za sve $\lambda\in\mathbb{R}$ i sve $f,g\in\mathcal{F}$ je $(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$, $x\in\mathbb{R}$ i $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$, $x\in\mathbb{R}$ **4)** $(\mathcal{M},\mathbb{R},+,\cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica **5)** $(\mathcal{M},\mathbb{R},+,\cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica skalarom

- Neka je u proizvoljnom n-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, $(n-1)$-torka vektora $(a_1,\dots,a_{n-1})$ nezavisna. Tada je ta $(n-1)$-torka za taj prostor V:

  a) uvek generatorna **b)** nikad generatorna **c)** nekad generatorna

- U proizvoljnom n-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, $(n+1)$-torka vektora $(a_1,\dots,a_{n+1})$ je:

  a) zavisna **b)** nezavisna **c)** za neke $(a_1,\dots,a_{n+1})$ je zavisna **c)** za neke $(a_1,\dots,a_{n+1})$ je nezavisna

- Diskutovati dimenziju vektorskog prostora $V=L(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ generisanog sa vektorima ($\vec{a},\vec{b}$ i $\vec{c}$) za razne vektore $\vec{a},\vec{b}$ i $\vec{c}$, kao i njihove međusobne položaje (nularnost, kolinearnost i komplanarnost).

KOLOKVIJUM 1 **30.09.2011.**

- Iza oznake svake od datih relacija, u odgovarajućem skupu, zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R - refleksivnost S - simetričnost A - antisimetričnost T - tranzitivnost.
  1) $\subseteq$: R S A T **2)** $\supset$: R S A T **3)** $\rho=\{(1,1),(2,2),(1,2)\}$: R S A T **4)** $\Rightarrow$: R S A T

- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\sqrt{x}$ i $g(x)=\frac{1}{x^2}$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(f\circ g)^{-1}(x)=$ **5)** $(g^{-1}\circ f^{-1})(x)=$

- Zaokružiti brojeve ispred funkcija koje su injektivne:

  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\ln x$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=-x^2$ **3)** $f:\mathbb{R}\to(-\infty,0],\ \ f(x)=-x^2$ **4)** $f:(-\infty,0]\to(-\infty,0],\ \ f(x)=-x^2$ **5)** $f:[-\frac{\pi}{4},0]\to[-1,0],\ \ f(x)=\operatorname{tg}x$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=-\sqrt[3]{x}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja **NISU** tačna u proizvoljnoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  1) $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $z^2=2i$ je $S=\{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=2-2i$:

  $Re(z)=$, $Im(z)=$, $|z|=$, $\arg(z)=$, $\overline{z}=$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencialnom (ili trigonometrijskom) obliku:
  $5i=$, $3=$, $-4=$, $-i=$, $1+i=$, $-1-i=$
  .

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su **grupoidi**.
  1) $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **2)** $(\{1\},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

- Ako su P i Q polinomi petog stepena, tada je $dg(P+Q)\in$ $dg(PQ)\in$

- Pri delenju polinoma x^3+x^2+1 sa x^2+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je ____________, a ostatak je ____________.

∗ ∗

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje **nisu** tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  a) $z\overline{z}=|z|^2$ **b)** $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ **c)** $Im(z)=\frac{1}{2}(z+|z|)$ **d)** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$ **e)** $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$ **f)** $\overline{z}\in\mathbb{R}\ \Rightarrow\ z=\overline{z}$ **g)** $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2$ **h)** $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ **i)** $z\neq 0\Rightarrow z^{-1}=|z|^{-2}\overline{z}$ **j)** $|z|=1\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^3 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P) = 3$, **2)** $dg(P) \in \{1, 3\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 3\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 3\}$, **5)** $dg(P) \in \{1, 2, 3\}$

- U grupi $(\{1, 5, 7, 11\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 12, neutralni elemenat je ____, i važi:
$1^{-1} =$ ____, $5^{-1} =$ ____, $7^{-1} =$ ____, $11^{-1} =$ ____, $7 \cdot 5 =$____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(R, +, \cdot)$ bez delitelja nule:
1) $a(b+c) = ab+ac$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koja nije simetrična i nije antisimetrična:
$\rho = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$ Da li postoji više od jedne takve relacije? DA NE

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, $\rho = \{(x, x) | x \in A\} \cup \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (3, 6)\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ i $\theta = \{(x, x) | x \in B\} \cup \{(a, c), (a, d), (c, d), (b, c), (b, d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A, ρ):

(B, θ):

	(A, ρ)	(B, θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- Za svaku injektivnu funkciju f postoje skupovi A i B, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
1) uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada $f : S \to S$
1) je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Neka su ρ_i relacije skupa $\mathbb{R}$: $\rho_1 = \{(x + 1, x) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x \in \mathbb{R},\ y = x^3\}$, $\rho_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | xy > 0\} \cup \{(0, 0)\}$, $\rho_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y^2 = x^2\}$,
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T

- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \frac{1}{x^2}$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ ____________ i $B =$ ____________. Funkcija $f : A \to B$ je:
1) bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.
$f(z) = \overline{z} e^{i2\arg(z)}$ je ________________________
$g(z) = -zi$ je ________________________
$h(z) = z + i$ je ________________________
$t(z) = -\overline{z}$ je ________________________
$A = \{z | \big(z - i\big)^3 = i\}$ je ________________________
$B = \{z | |z|^{2011} = 1\}$ je ________________________
$C = \{z | \big|z - i\big|^3 = i\}$ je ________________________
$D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ________________________

- Neka su $u = 1 + i$, $v = 2 - 2i$ i $w = 4 - 3i$. Izraziti u zavisnosti od u, v i w ugao $\sphericalangle uvw =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle uvw =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
4) bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ _______, $O=$ _______, $S=$ _______

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,
$\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Odrediti $a,b,c\in\mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x)=ax^2+bx+c$ svodljiv nad poljem $\mathbb{C}$: _______________

- Ako je $\{-1,1\}$ skup svih korena od $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, tada je $a\in\{\quad\}$, $b\in\{\quad\}$ i $c\in\{\quad\}$.

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $\alpha\in\mathbb{R}$, $e^{i\alpha}\notin\mathbb{R}$ i $f(e^{i\alpha})=0$, tada: **a)** $x-e^{-i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\alpha|}\,\big|\,f(x)$ **d)** $x^2-2x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2+x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **g)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,\big|\,f(x)$

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(i)=0$, tada: **a)** $x-i\,\big|\,f(x)$ **b)** $x+i\,|\,f(x)$ **c)** $x\,\big|\,f(x)$
d) $x^2+1\,|\,f(x)$; **e)** $x^2-1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2+x\sqrt{2}+1\,\big|\,f(x)$;

KOLOKVIJUM 2 **30.09.2011.**

- Za koje $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ su $\vec{a}=(1,\alpha,2)$ i $\vec{b}=(1,1,\beta)$: **1)** kolinearni ___________ **2)** ortogonalni ___________

- Neka je p prava čija je jednačina $p:\ z=3\wedge y=1$. Napisati jedinični vektor prave p: $\vec{p}=(\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke A prave p koja je najbliža tački $S(0,3,5)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- $\begin{bmatrix}2\\2\\-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2&-2&1\end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{bmatrix}2&-2&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2\\2\\-2\end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{bmatrix}3&-1\\8&-3\end{bmatrix}^{-1}=$

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$
2) $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **3)** $\big((1,0,0)\big)$ **4)** $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

- Ako je $\vec{a}=(1,1,0)$ i $\vec{b}=(1,0,1)$, tada je **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ $\vec{a}\vec{b}=$ $\vec{a}\times\vec{b}=$ $\sphericalangle\vec{a}\vec{b}=$

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x+y=1\wedge x+ay=a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je AC dijagonala. Tada u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_C$ izraziti težište T trougla ABD. $\vec{r}_T=$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&3&1&0\\0&0&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&3&2\\0&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&1\\1&-1\\-1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&1&1\\0&1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&2&1\\0&2&0\\2&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\-1&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2\end{bmatrix}$

- Funkcije $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ su linearne transformacije: **1)** $f(x,y,z)=(|x|,0,0)$, **2)** $f(x,y)=x+y$, **3)** $f(x)=2x+1$.

* *

- Neka je $\psi:\mathbb{R}^2\to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2)=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^2,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi:\mathbb{R}^3\to V$ uvek
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku T prodora prave $p:\frac{x+2}{3}=\frac{y+4}{5}=\frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha: x-y+z=1$. $T(\quad,\quad,\quad)$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora V uređena trojka vektora $(\vec{k},\vec{k}+\vec{j},\vec{k}+\vec{j}+\vec{i})$ je:
1) nezavisna, **2)** zavisna, **3)** generatorna za V **4)** baza prostora V

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$, generatorna trojka (a,b,c) je:
1) uvek generatorna, **2)** nikad linearno nezavisna, **3)** nekad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & ay & = & 2 \\ ax & - & 4y & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: __________
(b) određen: __________
(c) 1 puta neodređen: __________
(d) 2 puta neodređen: __________

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije A' tačke $A(1,2,3)$ na pravu p određenu sa $x=8\wedge z=9$: $\vec{r}_{A'}=$

- Diskutovati po a. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1,1,a)$, $(0,a,0)$ i $(a,0,1)$ je dimenzije:

  0 za $a\in$, 1 za $a\in$, 2 za $a\in$, 3 za $a\in$.

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m}=-a\vec{b}-b\vec{a}$ i $\vec{n}=-\frac{\vec{a}}{a}+\frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** π

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka su $\mathbf{a_1}=(a_{11},\dots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2}=(a_{12},\dots,a_{n2}),\dots,\mathbf{a_n}=(a_{1n},\dots,a_{nn})$ vektori kolne matrice $A=A_{nn}=[a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V=\mathrm{Lin}(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\ldots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$. Tada:
1. $\det A\neq 0\Leftrightarrow \mathrm{rang}\,A<n$ **2.** $\det A\neq 0\Leftrightarrow \mathbf{rang}\,A\leq n$ **3.** $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A=0$
4. $\dim V\neq 0\Leftrightarrow \mathbf{rang}\,A\geq 1$ **5.** $\det A\neq 0\Leftrightarrow \dim V<n$ **6.** $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \mathbf{rang}\,A<n$

- Koje od tvrđenja je tačno ako su A i B kvadratne matrice reda n: **a)** $\mathbf{rang}\,A<n\Rightarrow \mathbf{rang}\,AB<n$
b) $\det A=0\Rightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A}=n$, **c)** $\det A=0\Leftrightarrow \mathbf{rang}\,\mathrm{A}\leq n-1$, **d)** $\mathbf{rang}\,\mathrm{A}=n\Rightarrow \det A\neq 0$.

- Neka je $A\sim B\Leftrightarrow$ kvadratne matrice A i B reda n su ekvivalentne. Zaokruži tačno.
a) $A\sim B\Rightarrow \Big(\det A=0\Leftrightarrow \det B=0\Big)$, **b)** $A\sim B\Leftrightarrow |\det A|=|\det B|$, **c)** $A\sim B\Rightarrow det(A)=\det B$,
d) $\det A=\det B\neq 0\Rightarrow A\sim B$, **e)** $(\det A\neq 0\wedge \det B\neq 0)\Rightarrow A\sim B$,
f) Ako je $\lambda\neq 0$, tada važi da $\det A=\lambda\det B\Rightarrow A\sim B$. **g)** $A\sim B\Rightarrow \Big(\det A\neq 0\Leftrightarrow \det B\neq 0\Big)$,

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice A,B,C reda n važi:
a) $A(BC)=(AB)C$ **b)** $\det\lambda A=\lambda\det A$ **c)** $AB=BA$ **d)** $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$
e) $\det(AB)=\det A+\det B$ **f)** $\det(A+B)=\det A+\det B$ **g)** $\det(AB)=\det A\det B$

- Neka $A\sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
a) $A\sim B\Rightarrow \Big(\mathbf{rang}\,A=0\Leftrightarrow \mathbf{rang}\,B=0\Big)$, **b)** $A\sim B\Rightarrow det(A)=det(B)$, **c)** $A\sim B\Rightarrow |det(A)|=|det(B)|$, **d)** $A\sim B\Leftrightarrow |det(A)|=|det(B)|$, **e)** $A\sim B\Leftrightarrow \Big(\mathbf{rang}\,A=0\Leftrightarrow\ \mathbf{rang}\,B=0\Big)$. **f)** $det(A)=det(B)\Rightarrow A\sim B$,

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A,B,C reda n važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda n):
1) $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$ **2)** $\mathrm{rang}(A+B)=\mathrm{rang}(A)+\mathrm{rang}(B)$ **3)** $\mathrm{rang}(AB)=\mathrm{rang}(A)\mathrm{rang}(B)$
4) $AB=\mathbb{O}\ \Rightarrow\ (A=\mathbb{O}\ \vee\ B=\mathbb{O})$ **5)** $A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$ **6)** $\det(AB)=\det(A)\det(B)$ **7)** $AA^{-1}=A^{-1}A$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x+y = y+x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha+\beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$ **8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee x = 0$

- Zaokružiti vektorske prostore:

  1) $(V, \mathbb{R}, +, \times)$, gde je V skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\times$ je vektorski proizvod slobodnih vektora **2)** $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je V skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\cdot$ je skalarni proizvod slobodnih vektora **3)** $(\mathcal{F}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{F} = \{f \mid \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, i za sve $\lambda \in \mathbb{R}$ i sve $f, g \in \mathcal{F}$ je $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ i $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$, $x \in \mathbb{R}$ **4)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica **5)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica skalarom

- U proizvoljnom n-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, $(n+2)$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_{n+2})$je:

  a) uvek generatorna **b)** nikad generatorna **c)** nekad generatorna

- U proizvoljnom n-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, $(n+1)$-torka vektora $(a_1, \ldots, a_{n+1})$ je:

  a) zavisna **b)** nezavisna **c)** za neke $(a_1, \ldots, a_{n+1})$ je zavisna **c)** za neke $(a_1, \ldots, a_{n+1})$ je nezavisna

- Diskutovati dimenziju vektorskog prostora $V = L(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generisanog sa vektorima $(\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c})$ za razne vektore $\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c}$, kao i njihove međusobne položaje (nularnost, kolinearnost i komplanarnost).

KOLOKVIJUM 1 **09.10.2011.**

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\}$ skupa $A = \{1, 2, 3, 4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su f i f_0 funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} 1&2&3&4 \\ 4&3&2&1 \end{pmatrix}$ i $f_0 = \begin{pmatrix} 1&2&3&4 \\ 1&2&3&4 \end{pmatrix}$. Tada je
$f^{-1} = \begin{pmatrix} 1&2&3&4 \\ &&& \end{pmatrix} =$ $f^{-1} \circ f = \begin{pmatrix} 1&2&3&4 \\ &&& \end{pmatrix} =$ $f \circ f = \begin{pmatrix} 1&2&3&4 \\ &&& \end{pmatrix} =$ $f \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} 1&2&3&4 \\ &&& \end{pmatrix} =$.

- Neka su f i f_0 funkcije iz prethodnog zadatka i neka je $\mathcal{G} = (\{f, f_0\}, \circ)$. Tada je $\mathcal{G}$:
1) Grupoid **2)** Asocijativni grupoid (polugrupa) **3)** polugrupa sa neutralnim elementom **4)** Grupa **5)** Komutativna grupa

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred sruktura koja su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom.
a) $(\mathbb{Z}, +)$ **b)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **c)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **d)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot)$ **f)** $(\{-2, -1, 0, 1, 2\}, \cdot)$

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2^{-x}$ i $g(x) = -x + 3$. Izračunati:
1) $g^{-1}(x) =$ **2)** $f^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ f)(x) =$ **4)** $(f \circ g)(x) =$ **5)** $(g \circ f)(x) =$

- Funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ = (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 3^x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** bijektivna **3)** injektivna i nije sirjektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

- Skup svih kompleksnih rešenja jednačine $z^3 = -8$ u algebarskom obliku je $\{ \quad , \quad , \quad \}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $a' + a' = a'$ **2)** $a + (a')' = a$ **3)** $a + ab = a$ **4)** $a + ab = b$ **5)** $a + b = (ab)'$ **6)** $(a \cdot b)' = (a' + b')'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 1 - i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg \frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_1 z_2) =$ $|z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

* *

- Za funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ koja preslikava grupu $(\mathbb{R}, +)$ u samu sebe, definisanu sa $f(x) = 2x$, važi:
  1) f je homomorfizam **2)** f je izomorfizam **3)** f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam
  4) f^{-1} postoji i f^{-1} je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni bez delitelja nule: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- Ako je p polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 2005, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, y > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T

- Broj rastućih funkcija skupa $\{1, 2\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ je: ____________ (f je rastuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$). Broj neopadajućih funkcija skupa $\{1, 2\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ je: __________ (f je neopadajuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$).

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln x^2$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 1$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
  1) $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
  6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\, x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  1) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **9)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p:
  1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija: $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = -\overline{z}$ je ______________________________

  $g(z) = iI_m(z)$ je ______________________________

  $A = \{z | (z-2)^5 = 2^5\}$ je ______________________________

  $B = \{z | (z\overline{z})^5 = 1\}$ je ______________________________

  $C = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______________________________

  $D = \{z | \, |\arg z| = |\arg \overline{z}|\}$ je ______________________________

  $E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ______________________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $e^{i\alpha} \notin \mathbb{R}$ i $f(e^{i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \,\big|\, f(x)$ **d)** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,\big|\, f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{z\ \mid\ z\in\mathbb{C}\wedge|z-1|=1\}$, tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$, **c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Neka je $z=3+2i$, $u=1+i$ i $w=2-i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________,
$\sphericalangle zuw=$ __________, a $\sphericalangle wuz=$ __________

  Da li je ugao $\sphericalangle wuz$ pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{1,-3\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\qquad\qquad\}$.

KOLOKVIJUM 2 **09.10.2011.**

- Za ravan $\alpha:\ z=0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $ax-ay=1\ \wedge\ ax+ay=1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(0,0,0)$ i $\vec{b}=(-3,-3,-6)$ važi: **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix}3&3&3\\3&3&3\\3&3&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\1&0&1\end{bmatrix}$$

- Ako je B_1 sredina duži AC, napisati $\overrightarrow{AB_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{BA}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AB_1}=$

- Za koje $\beta\in\mathbb{R}$ su vektori $\vec{a}=(2\beta,2,-2)$ i $\vec{b}=(\beta,1,-1)$: **a)** kolinearni ________ **b)** ortogonalni ________

- Ako je $\vec{a}=(1,0,1)$ i $\vec{b}=(0,1,0)$, tada je $\vec{a}\vec{b}=$ ____________________ i $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ ____________________.

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f(x)=(2x,3x)$, $g(x,y,z)=(y,x+z)$, $h(x,y,z)=(x-y,0)$, su:

  $M_f=$ $M_g=$ $M_h=$

  $r(M_f)=$ $r(M_g)=$ $r(M_h)=$

- Napisati jednačine prave $p(A,\vec{a})$ i ravni $\alpha(Q,\vec{n}_\alpha)$, za $A(1,1,1)$, $Q(5,5,5)$, $\vec{a}=(1,2,3)$ i $\vec{n}_\alpha=(3,4,1)$:

- Da li postoji linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ koja nije oblika $f(x,y)=(ax+by,cx+dy)$? DA NE

* *

- Za ravan $\alpha:\ x-y+2z=1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$, jedan vektor $\vec{a}=(\quad,\quad,\quad)$ paralelan sa α i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$. $(\vec{a}\times\vec{n}_\alpha)\|\alpha$? DA NE

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl}x&-&ay&=&0\\ax&-&9y&=&b\end{array}$
  1) kontradiktoran: ____________________
  2) određen: ____________________
  3) 1 puta neodređen: ____________________
  4) 2 puta neodređen: ____________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$.
$\overrightarrow{AT}=$

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a}=(-1,1,0)$ i $\vec{b}=(1,0,1)$: $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je: **1)** nikad zavisna **2)** uvek zavisna **3)** uvek generatorna **4)** nikada generatorna **5)** može ali ne mora da bude baza.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)**seku se $(m \cap n = \{M\})$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{0})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ je generatorna i zavisna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od kvadratne matrice A elementarnim transformacijama.
1) $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar α

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $det(A-B) = det(A)-det(B)$ **2)** $det(AB) = det(A)det(B)$ **3)** $det(\lambda A) = \lambda^2 det(A)$ **4)** $AB = BA$
5) $rang(A + B) = rang(A) + rang(B)$ **6)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$ **7)** $A(BC) = (AB)C$
8) $-A(-B + C) = AB - AC$ **9)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **10)** $A - B = -B + A$ **11)** $(AB)^2 = A^2B^2$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji f^{-1} **2)** V i W su izomorfni **3)** $V = W$ **4)** za svaku nezavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u W **5)** za svaku zavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u W

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z - 6b)$ ____________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = a^2x + y(bx + c^2)$ ____________________

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, prodora prave $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$ kroz ravan $\alpha : x + y + z = 3$.
$\vec{r}_T =$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\exists \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$ **8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee x = 0$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti sve vektorske podprostore.

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq R^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in R\}$ je podprostor:
a) $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 2x_2 = \cdots = nx_n\}$ **b)** $U = \{x \in R^n \mid x_1^2 = x_2^2\}$ **c)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 0\}$

- Linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - y, 2x + ay)$ je izomorfizam akko $a \in$ __________

- Sistem linearnih jednačina $x + y + z = 0$, $x + y + az = 0$ nad $\mathbb{R}$ je neodređen akko $a \in$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (5, 0, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 2)$ i $\vec{c} = (2, -1, 0)$:
$\vec{x} =$

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  1) $V = L(a) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

  3) $V = L(a,b,c) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

  5) $V = L(b,c,e) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \ \Rightarrow \ dim(V) =$ __________

KOLOKVIJUM 1 **27.11.2011.**

- Za relaciju poretka $\subseteq$ skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C, D\}$, gde je $A = \{a,b\}, B = \{b,c\}, C = \{a,b,c\}, D = \{b\}$ i navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:
  1) $f : (0, \frac{\pi}{4}) \to (0,\infty),\ f(x) = \operatorname{tg} x$ **2)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R},\ f(x) = 3 - x$ **3)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2$
  4) $f : \mathbb{R} \to [0,\infty),\ f(x) = x^2$ **5)** $f : [0,\infty) \to [0,\infty),\ f(x) = x^2$ **6)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  1) $(a')' = a$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a+b)' = a' + b'$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \sqrt{3} - i$:
  $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
  $e^{i\pi} =$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $2e^{0\cdot i} =$ $e^{-i\pi} =$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su komutativni, asocijativni, grupoidi sa neutralnim elementom.
  1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0,\infty), \cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^8 - 2x^4 + 1$ sa $x^2 + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

✻✻

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, \cdot)$ u kojoj je $\hbar$ neutralni element, a sa x^{-1} je označen inverzni element od elementa x:
  1) $a \cdot \hbar = \hbar$ **2)** $a^{-1} \cdot a = \hbar$ **3)** $\hbar \cdot \hbar = \hbar$ **4)** $\hbar^{-1} = \hbar$ **5)** $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$ **6)** $a \cdot a = a$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$ **1)** Ne postoji **2)** je linearni polinom **3)** je konstantni polinom

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  a) $z\overline{z} = |z|^2$ **b)** $\frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2}$ **c)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \ \Rightarrow \ z = \overline{z}$
  d) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **e)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ **f)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
  g) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **h)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **i)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^2 \overline{z}$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Izračunati: **a)** $\arg(-13i) =$ **b)** $\arg(6) =$ **c)** $\arg(-9) =$ **d)** $\arg(2i) =$
  e) $\arg(-1+i) =$ **f)** $\arg(-1+i\sqrt{3}) =$ **g)** $\arg(0) =$ **h)** $\arg(2+i)(3+i) =$

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_4, +)$ i $(\mathbb{Z}_4, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

·	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

$-0 =$, $-1 =$, $-2 =$ $1^{-1} =$, $2^{-1} =$,
$(1 + 2^3)^{-1} =$, $((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$, $(2 + 2^3)^2 =$.
Da li je $(\mathbb{Z}_4, +)$ Abelova grupa? DA NE.
Zaokruži tačan odgovor.

- Da li je $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(4,1),(3,1),(2,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1,2,3,4,5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti minimalne: , maksimalne: , najveći element: i najmanji element: .

- Neka je $z = 6$, $u = 4+i$ i $w = 5+3i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, a $\measuredangle wuz =$ __________

- Napisati primere konačnog prstena bez jedinice $(A, +, \cdot)$ i beskonačnog prstena bez jedinice $(B, +, \cdot)$.
$A =$ $B =$

- Ako je p polinom stepena 2 nad nekim poljem $\mathbb{R}$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x,1)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x,y)|x^2 = y^2, x, y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_3 = \{(x,3x)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_4 = \{(x,y)|x \in \mathbb{R}, y \in [x, x+1]\}$, $\rho_5 = \{(2,5)\}$, $\rho_6 = \{(x^2, x)|x \in \mathbb{R}\}$

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty) = \mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 1$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1} : O \to S$, $f^{-1}(x) =$ _______, $O =$ _______, $S =$ _______

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$ i $B = \{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\left|\{f|f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : B \overset{na}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___,
  $\left|\{f|f : B \to A\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} A\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f|f : A \setminus \{5\} \overset{na}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 - e)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = -1$ i $B =$ _______.
Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna
2) sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Funkcija $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \ln x$: **1)** je izomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) u (\mathbb{R}, +)$ **2)** je homomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) u (\mathbb{R}, +)$ **3)** ima inverznu f^{-1} **4)** f^{-1} je homomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) u (\mathbb{R}, +)$ **5)** f^{-1} je izomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) u (\mathbb{R}, +)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1,3,5\}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1,3,5\}, +)$ **3)** $(\{f|f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **6)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0,\infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\{e^{i\theta}|\theta \in \mathbb{R}\}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0,1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, i, 1, -i\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su domeni integriteta: **1)** $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(a+ib)=0$, $b \neq 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-a+ib \mid f(x)$ **b)** $x-a-ib \mid f(x)$ **c)** $x-e^{ia} \mid f(x)$ **d)** $x^2-2ax+a^2+b^2 \mid f(x)$; **e)** $x^2+2ax+a^2+b^2 \mid f(x)$; **f)** $x^2-ax+a^2+b^2 \mid f(x)$; **g)** $x-e^{-ia} \mid f(x)$

- Ako je $A=\{e^{i\varphi}+e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$, **c)** $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Neka je $\{i,-i\}$ skup nekih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih vrednosti za a,b i c je $a \in$ $b \in$ $c \in$.

KOLOKVIJUM 1 **23.01.2012.**

- Za ravan $\alpha: \ -x=2^2$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad , \quad , \quad)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $x-y=1 \ \wedge \ x-y=a$ nad poljem realnih brojeva je: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(-1,0,1)$ i $\vec{b}=(2,2,-1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ ________ **2)** $|\vec{b}|=$ ________ **3)** $\vec{a}-2\vec{b}=$ ________ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ________ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=$ ________

- Koje od sledećih uređenih n-torki su generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f(x)=(2x,x,x)$, $g(x,y,z)=(x,x,0)$ $h(x,y)=x$ i $s(x,y,z)=x+y+z$ su:

  $M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

✻✻

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{array}{rcrcl} ax & - & ay & = & a \\ x & - & y & = & a \end{array}$$
  1) kontradiktoran: ________
  2) određen: ________
  3) 1 puta neodređen: ________
  4) 2 puta neodređen: ________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{PQ}=$

- Izraziti vektor $\vec{x}=(4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,0,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$ i $\vec{c}=(1,1,0)$:

  $\vec{x}=$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
  1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a,b) je:
  1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je: **1)** $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ: **1)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$
5) $(AB)^2 = A^2 B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a)$(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \perp \vec{x}$ **b)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{a}$ **c)**$(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \parallel \vec{x}$ **d)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{a}$ **e)**ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda \vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \ (\vec{a} = \lambda \vec{b}\ \vee\ \lambda \vec{a} = \vec{b})$ **10)** $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor **različit** od nule. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(2xy) = f(x)f(2y)$ **4)** $f(xy) = x\, f(y)$ **5)** $f(x) = ax + 1$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda + v) = 2f(\lambda) + f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_1, x_1)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{i})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,3)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{1-1}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2\}$

- Ako je $f(0) = 0$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako preslikava vektorski prostor u vektorski prostor

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = k$. Tada je
1) $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 2$. Odrediti $\vec{r}_B$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$ i $\vec{a}$, ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_B =$

- Neka je $k-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$ nezavisna i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_\ell)$ zavisna $\ell-$ torka vektora. Tada je: **1)** $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od slededećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + x^2 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z + 0\}$ **dim** U=_____

- Neka je $a = (0,2,2)$, $b = (0,-3,3)$, $c = (0,1,-1)$, $d = (0,-1,1)$, $e = (1,0,0)$, $f = (0,1,0)$, $g = (0,1,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $V = L(a,b,c) \Rightarrow dim(V) =$ _____ **2)** $V = L(a) \Rightarrow dim(V) =$ _____ **3)** $V = L(a,b) \Rightarrow dim(V) =$ _____ **4)** $V = L(b,c,d) \Rightarrow dim(V) =$ _____ **5)** $V = L(b,c,e) \Rightarrow dim(V) =$ _____ **6)** $V = L(a,g) \Rightarrow dim(V) =$ _____ **7)** $V = L(e,f,g) \Rightarrow dim(V) =$ _____

- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i}+\vec{j}$ i na vektor $\vec{k}$. $\vec{n} =$

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11},\ldots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12},\ldots,a_{n2}),\ldots,$ $\mathbf{a_n} = (a_{1n},\ldots,a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$, neka je $V=$Lin$(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\ldots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a_1} = \ldots \mathbf{a_n} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2 = 0$ **2)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{rang}\, A = 0$ **3)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \ldots \mathbf{a_n} = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2 = 0$ **5)** **rang** $A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \ldots \mathbf{a_n} = 0$ **6)** **rang** $A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2 = 0$

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ i $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ su uvek oblika:
  f g h

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorsk prostor V i svaku sirjektivnu linearna transformaciju $f:V\to V$ sledi da je transformacija f:
  1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorsk prostor V i svaku injektivnu linearna transformaciju $f:V\to V$ sledi da je transformacija f:
  1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** izomorfizam $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivnaq **2)** postaoji A^{-1} **3)** $n = m$
  4) f je sirjektivna **5)** f je bijektivna **6)** A je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skupsvih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V. Zakruži tačan odgovor DA NE

KOLOKVIJUM 1 **03.02.2012.**

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $\mathcal{A} = \{\{b\},\{a,b\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
  1) $f:(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}) \to (-1,1)$, $f(x) = \sin x$ **2)** $f:(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}) \to (0,1)$, $f(x) = \cos x$ **3)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ **4)** $f:\mathbb{R}\to[0,\infty)$, $f(x) = x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty)$, $f(x) = x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}\to(0,\infty)$, $f(x) = e^{-x}$

- Napisati $SDNF$ Bulovog izraza $(x'+xy')'$:

- Skup S kompleksnih rešenja jednačine $\frac{x^4-1}{x+1} = 0$ je $S = \{$ $\}$.

- Ako je $z = -1 - i\sqrt{3}$, tada je: $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$

- Napisati u algebarskom obliku: $e^{i\pi}=$ $\quad 2e^{i\frac{\pi}{2}}=$ $\quad 2e^{0\cdot i}=$ $\quad e^{-i\pi}=$ $\quad e^{-i\frac{3\pi}{2}}=$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativno komutativne grupoidi sa neutralnim elementom. **1)** $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N}\setminus\{1\},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $(\{0,1\},\cdot)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$

- Pri delenju polinoma x^3+x^2+1 sa x^2+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

- Ako je P polinom nad poljem $\mathbb{R}$ i $dg(P)=3$, tada je $dg(P\cdot P)=$ __________ i $dg(P+P)=$ __________

* *

- Ako su P i Q polinomi nad poljem $\mathbb{R}$ i $dg(P)=dg(Q)=3$, tada: **1)** $dg(P\cdot P)=9$ **2)** $dg(2P+3P)=3$ **3)** $dg(2P+3Q)\leq 3$ **4)** $dg(2P+3Q)=3$ **5)** $dg(P\cdot P)=6$ **6)** $dg(2P+3P)\leq 3$

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1=\arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|}=\frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}}=|z|$ **3)** $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ **4)** $Im(z)=\frac{1}{2}(z+|z|)$ **5)** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$**6)** $|-z_1-z_2|=|z_1|+|z_2|$ **7)** $\overline{z}\in\mathbb{R}\;\Rightarrow\; z=\overline{z}$ **8)** $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2$ **9)** $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ **j)** $|z|=1\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$

- Izračunati: **a)** $\arg(-5i)=$ **b)** $\arg(4)=$ **c)** $\arg(-3)=$ **d)** $\arg(7i)=$ **e)** $\arg(-2+2i)=$ **f)** $\arg(1-i\sqrt{3})=$ **g)** $\arg(0)=$

- Ako je $P(x)=ax^2+c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P)=2$, **2)** $dg(P)\in\{1,2\}$, **3)** $dg(P)\in\{0,2\}$, **4)** $dg(P)\in\{0,1,2\}$

- U grupi $(\{1,3,5,7\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 8, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su $1^{-1}=$ ____, $3^{-1}=$ ____, $5^{-1}=$ ____, $7^{-1}=$ ____,

- Funkcija $f:(-\infty,3]\longrightarrow(-\infty,0]$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{3-x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. Nacrtaj grafik!

- Neka je $z=2+i$, $u=3-i$ i $w=1-2i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke u za vektor w dobija se tačka __________, $\measuredangle uzw=$ __________.

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{5k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln x^3$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ _______, $O=$ _______, $S=$ _______

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Ako je $A\in\mathbb{R}$ domen, a B skup **svih** slika funkcije $f:A\to B$ definisane sa $f(x)=\ln(x^2+e^{-1})$, tada je $A=$ _______, $f($_____$)=-1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
1) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0,\infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0,1), \cdot)$ **8)** $(\{-1,1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Prsteni koji nisu domeni integriteta su: **1)** $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$
5) $\big((0,\infty), +, \cdot\big)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\{-1,1\}, +, \cdot)$ **10)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \,\big|\, f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \,\big|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i|\frac{\pi}{4}|} \,\big|\, f(x)$
d) $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 \,\big|\, f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \,\big|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x\sqrt{2} + \sqrt{2} \,\big|\, f(x)$

- Ako je $A = \{e^{i\psi} - e^{i\varphi} \mid \psi, \varphi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$,
c) $A \subseteq B$, **d)** $A \nsubseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \nsupseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A = B$.

- Ako je $\{-1, 0, 1\}$ skup korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, tada je $a \in \{\quad\}$, $b \in \{\quad\}$ i $c \in \{\quad\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.

  $f(z) = \overline{z} e^{i \arg(z)}$ je ____________________

  $g(z) = -\overline{z} i$ je ____________________

  $h(z) = z \cdot i$ je ____________________

  $t(z) = -\overline{z}$ je ____________________

  $A = \{z | (z - i)^2 = i\}$ je ____________________

  $B = \{z | |z|^{2012} = 1\}$ je ____________________

  $C = \{z | |z - i|^2 = i\}$ je ____________________

  $D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ____________________

- Ako je $|z| = 1$ tada je: **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **03.02.2012.**

- Neka tačke $O(0,0,0), A(1,0,1)$ i $B(0,-1,1)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{AB} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O, A, B\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & -1 \\ (a+1)x & - & y & = & 1 \end{array}$$
(a) kontradiktoran: ________________
(b) određen: ________________
(c) neodređen: ________________

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 1, -1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ______ **2)** $|\vec{b}| =$ ______
3) $3\vec{a} - \vec{b} =$ ______ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ______ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______ **6)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ______

- Koje od sledećih uređenih n-torki su zavisne: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$
3) $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = x$, $g(x,y,z) = x$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x + z$ su:
$M_f =$ $\qquad$ $M_g =$ $\qquad$ $M_h =$ $\qquad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

* *

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{aligned} ax &- ay &= a \\ x &+ ay &= a \end{aligned}$$
1) kontradiktoran: ______
2) određen: ______
3) 1 puta neodređen: ______
4) 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 0)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
1) $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$
5) $(AB)^2 = A^2 B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B + C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a) $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$ **b)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ **c)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$ **d)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + 2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ \big(\vec{a} \neq \lambda\vec{b} \ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b}\big)$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + \vec{k}$ dati slobodni vektor. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(xy) = xy$ **4)** $f(xy) = x\,f(y)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (0, 0, 0)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (0, 0, 0)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \overset{1-1}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \overset{na}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1, 1)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2\}$

- Ako je $f(x + y) = f(x) + f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ generatorna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = m$. Tada je
1) $m \le k \le n$ **2)** $n \le k \le m$ **3)** $n \le m \le k$ **4)** $k \le m \le n$ **5)** $k \le n \le m$ **6)** $m \le n \le k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} = 6\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = -7\vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_\ell)$ nezavisna i neka je $(0, d_2, \ldots, d_k)$ $k-$ torka vektora. Tada je:
1) $k \le \ell$ **2)** $\ell \le k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + x^2 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z + 0\}$ **dim** U=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako i samo ako:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \le 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \ne 0$
5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i} + \vec{j}$ i na vektor $\vec{j} + \vec{k}$. $\vec{n} =$

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\le n - 1$, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \ne 0$, **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \ne 0$, **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2}), \ldots$, $\mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$, neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a_1} = \ldots \mathbf{a_n} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **2)** $\dim V \ne 0 \Leftrightarrow$ ***rang*** $A = 0$ **3)** **rang** $A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$
5) **rang** $A \ne 0 \Leftrightarrow \Big(\mathbf{a_1} \ne 0 \vee \mathbf{a_2} \ne 0 \vee \ldots \vee \mathbf{a_n} \ne 0\Big)$ **6)** $\dim V \ne 0 \Leftrightarrow \Big(\mathbf{a_1} \ne 0 \wedge \mathbf{a_2} \ne 0 \wedge \ldots \wedge \mathbf{a_n} \ne 0\Big)$

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, i $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
  f g h F G

KOLOKVIJUM 1 **17.03.2012.**

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(3,4)\}$ skupa $A=\{1,2,3,4\}$ navesti
  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:
- Ako je funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=ax^2+x+a$, za koje vrednosti parametara a je funkcija f
  1) injektivna __________, **2)** sirjektivna __________, **3)** bijektivna __________.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $a'\cdot a'=a'$ **3)** $a+a'=0'$ **4)** $a\cdot 1=1$ **5)** $1\cdot 0=1'$ **6)** $a+1=1$
- U polju $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ neutralni za $\cdot$ je ____, a inverzni za $\cdot$ su: $1^{-1}=$ ____, $2^{-1}=$ ____
- Za kompleksne brojeve $z_1=(1+i)^2$ i $z_2=(1-i)^2$ izračunati
  $z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1+z_2|=$
- Pri delenju polinoma x^3+x^2-1 sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je __________, a ostatak je __________.
- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
  1) $f:(0,\frac{\pi}{2})\to(0,\infty)$, $f(x)=\operatorname{tg}x$ **2)** $f:\mathbb{R}^+\to(-\infty,3)$, $f(x)=3-x$ **3)** $f:\mathbb{R}^-\to\mathbb{R}^+$, $f(x)=x^2$
  4) $f:\mathbb{R}\to[0,\infty)$, $f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty)$, $f(x)=x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koji su grupoidi.
  1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
  1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

* *

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4}]\longrightarrow[-1,0]$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- $f_1=\{(x,x+4)|x\in\mathbb{N}\}$, $f_2=\{(x,x-2)|x\in\mathbb{N}\}$, $f_3=\{(1,4),(2,5),(3,6)\}$, i $f_4=\{(x+1,x)|x\in\mathbb{N}\}$.
  Svako polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ \mathbb{N}\longrightarrow\mathbb{N}$	$f_i:\ \mathbb{N}\setminus\{1\}\longrightarrow\mathbb{N}$	$f_i:\ \mathbb{N}\overset{1-1}{\longrightarrow}\mathbb{N}$	$f_i:\ \mathbb{N}\overset{na}{\longrightarrow}\mathbb{N}$	$f:\mathbb{N}\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}\mathbb{N}$
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- Neka je $A=\{a,b,c\}$, $f:A\to A$ i $g:A\to A$ funkcije definisane sa $f=\left(\begin{smallmatrix}a&b&c\\a&c&b\end{smallmatrix}\right)$, $g=\left(\begin{smallmatrix}a&b&c\\c&b&a\end{smallmatrix}\right)$. Tada je $f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$, $g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$, $f\circ g=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$, $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c\\ & & \end{pmatrix}$.

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$ **3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z)=-i\overline{z}$ je ____________________

  $g(z)=iR_e(z)$ je ____________________

  $A=\{z||z-1-i|^5=32\}$ je ____________________

  $B=\{z|z\overline{z}=i\}$ je ____________________

  $C=\{z|(z-1-i)^5=32\}$ je ____________________

  $D=\{z|\arg z=\arg(-\overline{z})\}$ je ____________________

  $E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ____________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $C\subseteq A$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Neka su $z_1=1$, $z_2=4+i$ i $z_3=6$. Izračunati: $\measuredangle z_1z_2z_3=$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Odrediti sve $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x)=ax+b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$: __________

- Odrediti sve $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x)=ax^2+bx+c$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$: __________

- Neka je $\{0,1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\qquad\qquad\}$.

- Neka je A najveći podskup od $(-\infty,0)=\mathbb{R}^-$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ ______, $f($_____$)=0$ i $B=$ ______. Funkcija $f:A\to B$ je:
  1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
  4) bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ ______, $O=$ ______, $S=$ ______

- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2,3,4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(i)=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-i\,\big|\,f(x)$; **b)** $x+i\,\big|\,f(x)$; **c)** $x-e^{i\frac{\pi}{2}}\,\big|\,f(x)$; **d)** $x^2+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x-e^{-i\frac{\pi}{2}}\,\big|\,f(x)$; **g)** $x^2-x\cos\frac{\pi}{2}+1\,\big|\,f(x)$.

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\mid\psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{2-e^{i\psi}\mid\psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$, **c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

KOLOKVIJUM 2 **17.03.2012.**

- Neka tačke $O(0,0,0)$, $P(1,-1,0)$ i $Q(0,1,1)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ}=(\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $R\in\alpha$ i $R\notin\{O,P,Q\}$, $R(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcr} ax & + & y & = & -1 \\ (a+1)x & + & y & = & 1 \end{array}$$
(a) kontradiktoran: ______ **(b)** određen: ______ **(c)** neodređen: ______

- $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (1,2,1)$ i $\vec{b} = (2,1,-1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ______ **2)** $|\vec{b}| =$ ______ **3)** $|2\vec{a}| =$ ______
4) $\vec{a} - 2\vec{b} =$ ______ **5)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ______ **6)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______ **7)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ______

- Zavisne n-torke su: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,1,1)\big)$ **4)** $\big((0,0,-1),(4,0,0),(9,0,0)\big)$
5) $\big((1,0,0),(0,-1,0),(1,1,0)\big)$ **6)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **7)** $\big((1,1,1),(1,2,3),(4,4,4)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = x + 0$, $g(x,y,z) = x + y + z$, $h(x,y) = x + y$ i $s(x,y,z) = x + 0 + z$ su:

$M_f =$ $\qquad M_g =$ $\qquad M_h =$ $\qquad M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

✳✳

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcr} ax & - & ay & = & a \\ ax & + & ay & = & a \end{array}$$
1) kontradiktoran: ______ **2)** određen: ______ **3)** 1 puta neodređen: ______ **4)** 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AB i BC. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,6,1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora (a,b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne matrice A, B, C reda 1 i neki skalar λ:
1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$
5) $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a) $\vec{x}(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) = 0$ **b)** $\vec{a}(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) = 0$ **c)** $\vec{x} \times (\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) = 0$ **d)** $\vec{a} \times (\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) = 0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b, c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f $\qquad g$ $\qquad h$ $\qquad F$ $\qquad G$

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda \in \mathbb{R})\quad \left(\vec{a} \neq \lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b}\right)$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $f : V \to \{\alpha\vec{i}\,\big|\,\alpha \in \mathbb{R}\}$, gde je V skup svih slobodnih vektora, definisana sa $f(\vec{x}) = (\vec{i}\vec{x})\vec{i}$. Tada je f:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{na}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(\lambda y) = \lambda y$ **4)** $f(xv) = x\,f(v)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda - 2v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 1 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \overset{1-1}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \overset{na}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,3)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0,1\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0,1,2\}$

- Ako je $f(x - y) = f(x) - f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija**4)** jeste linearna transformacija ako je $f(-\alpha x) = -\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_r)$ generatorna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_q)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = p$. Tada je
1) $p \leq q \leq r$ **2)** $p \leq r \leq q$ **3)** $q \leq p \leq r$ **4)** $q \leq r \leq p$ **5)** $r \leq p \leq q$ **6)** $r \leq q \leq p$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 1$ i $|\overrightarrow{BC}| = 1$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} = 2\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = -3\vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_\ell)$ zavisna i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_k)$ nezavisna $k-$ torka vektora. Tada je:
1) $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 3y = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 1 = x\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z \wedge x + y = 0\}$ **dim** U=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$
5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists\alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i} - \vec{j}$ i na vektor $\vec{j} - \vec{k}$. $\vec{n} =$

- Ako je A kvadratna matrica reda 2, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A≤ 1, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 2$ **4)** **rang** A$= 2 \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$= 2 \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= 2 \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12}, \ldots, a_{n2}), \ldots, \mathbf{a_n} = (a_{1n}, \ldots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$, neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1 \mathbf{a_1} + \alpha_2 \mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n \mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a_1} = \ldots \mathbf{a_n} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **2)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \textit{\textbf{rang}}\, A = 0$ **3)** $\mathbf{rang}\, A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2 + \ldots + \mathbf{a_n}^2 = 0$ **5)** $\mathbf{rang}\, A \neq 0 \Leftrightarrow \Big(\mathbf{a_1} \neq 0 \vee \mathbf{a_2} \neq 0 \vee \ldots \vee \mathbf{a_n} \neq 0\Big)$ **6)** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \Big(\mathbf{a_1} \neq 0 \wedge \mathbf{a_2} \neq 0 \wedge \ldots \wedge \mathbf{a_n} \neq 0\Big)$

KOLOKVIJUM 1 **27.04.2012.**

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2^x$ i $g(x) = \sqrt[3]{2-x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$ **b)** $g^{-1}(x) =$ **c)**$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \binom{a\,b\,c\,d}{a\,b\,d\,c}$, $g = \binom{a\,b\,c\,d}{b\,c\,d\,a}$. Tada je $f \circ g = \binom{a\;\;b\;\;c\;d}{}$, $f^{-1} = \binom{a\;\;b\;\;c\;\;d}{}$, $g^{-1} = \binom{a\;\;b\;\;c\;d}{}$, $(f \circ g)^{-1} = \binom{a\;\;b\;\;c\;d}{}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \binom{a\;\;b\;\;c\;d}{}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $ab + bc + ac + a = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a'$ **3)** $a + a' = 0$ **4)** $a \cdot 0 = 0$ **5)** $1 \cdot 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 0'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_3, +)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su: $-0 =$ ____, $-1 =$ ____, $-2 =$ ____,

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 - i^5$ i $z_2 = 1 + i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ sa $x - 2$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ________________, a ostatak je ________________.

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{3+x}$ i $g(x) = 2 - x$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi koji nisu grupe.
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1,1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$

✳ ✳

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom domenu integriteta $(F, +, \cdot)$:
1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(F, +)$ je grupa **3)** $(F, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$ **9)** $a + (-a) = 0$

- Funkcija $f : (2, \infty) \longrightarrow (-\infty, 2)$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{-2+x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g : (-1, 0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ ________ , $g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ ______

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x) =$

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ definisana sa $f(x) = \frac{2}{x^5}$. Tada je:
$f^{-1}(x) =$, $(f \circ f)(x) =$, $f(x+1) =$, $f(\frac{1}{x}) =$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e)$. Tada je $A =$ ________, $f($______$) = 1$, $f($______$) = 0$ i $B =$ ________ , a $f : A \to B$ je: **a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\right)$ **3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.
  $f(z)=\overline{z}e^{i\arg(z)}$ je ____
  $g(z)=-\overline{z}i$ je ____
  $h(z)=z\cdot i$ je ____
  $t(z)=-\overline{z}$ je ____
  $A=\{z\in\mathbb{C}\,\big|\,(z-i)^2=i\}$ je __________________________________
  $B=\{z\in\mathbb{C}\,\big|\,|z|^{2012}=1\}$ je __________________________________
  $C=\{z\in\mathbb{C}\,\big|\,|z-i|^2=i\}$ je __________________________________
  $D=\{z\in\mathbb{C}\,\big|\,\overline{z}e^{i\arg(z)}=|z|\}$ je ________________________________

- Neka su $z_1=-1-i$, $z_2=3+2i$ i $z_3=i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\sphericalangle z_2z_3z_1=$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2z_3z_1=$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Skup svih polinoma nad poljem $\mathbb{C}$ koji su nesvodljivi nad poljem $\mathbb{C}$ je $P=\{$ $\}$

- Skup svih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ koji su nesvodljivi nad poljem $\mathbb{R}$ je $Q=P\cup\{$ $\}$

- Ako je p **svodljiv** polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako je p **nesvodljiv** polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Ako je p **nesvodljiv** polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Neka je $\{1,0\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{$ $\}$, skup svih mogućnosti za b je $b\in\{$ $\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c\in\{$ $\}$.

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\stackrel{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\stackrel{na}{\to}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to A\ \wedge\ f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\stackrel{na}{\to}B\}\Big|=$ ___.

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1=\arg z_2\Leftrightarrow\frac{z_1}{|z_1|}=\frac{z_2}{|z_2|}$
  2) $\sqrt{z\overline{z}}=|z|$ **3)** $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ **4)** $Im(z)=\frac{1}{2}(z+|z|)$ **5)** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$**6)** $|-z_1-z_2|=|z_1|+|z_2|$
  7) $\overline{z}\in\mathbb{R}\ \Rightarrow\ z=\overline{z}$ **8)** $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2$ **9)** $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ **j)** $|z|=1\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$

- Ako je $P(x)=ax^2+c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P)=2$, **2)** $dg(P)\in\{1,2\}$, **3)** $dg(P)\in\{0,2\}$, **4)** $dg(P)\in\{0,1,2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(\{0,1\},+,\cdot,',0,1)$.
  1) $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1\ \Rightarrow\ x=1$ **5)** $xy=0\ \Rightarrow\ (x=0\vee y=0)$
  6) $(x=0\ \vee\ y=0)\ \Rightarrow\ xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$ **8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1\ \wedge\ xy=0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
1) $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Prsteni koji nisu domeni integriteta su: **1)** $(\{2k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **5)** $\big((0,\infty),+,\cdot\big)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **10)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^2+2t+1 svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}})=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-e^{-i\frac{\pi}{4}}\,\big|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\frac{\pi}{4}}\,\big|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\frac{\pi}{4}|}\,\big|\,f(x)$ **d)** $x^2-x\sqrt{2}+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-2x\sqrt{2}+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2+x\sqrt{2}+1\,\big|\,f(x)$; **g)** $x^2-x\sqrt{2}+\sqrt{2}\,\big|\,f(x)$

- Ako je $A=\{e^{i\psi}-e^{i\varphi}\ |\ \psi,\varphi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$, **c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Ako je $|z|=1$ tada je: **1)** $z=\overline{z}$ **2)** $\arg z=\arg\overline{z}$ **3)** $z^{-1}=z$ **4)** $|z|=|\overline{z}|$ **5)** $z^{-1}=\overline{z}$ **6)** $|\arg z|=|\arg\overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **27.04.2012.**

- Neka tačke $O(0,0,0),A(1,0,1)$ i $B(0,0,2)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{AB}=(\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $M\in\alpha$ i $M\notin\{O,A,B\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a\in\mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcr} x&+&ay&=&-1\\ ax&-&y&=&1\end{array}$$
(a) kontradiktoran: ______
(b) određen: ______
(c) neodređen: ______

- $\begin{bmatrix}1\\-1\\2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2&0&1\end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{bmatrix}2&-1&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{vmatrix}0&0&1\\0&1&2\\1&2&2\end{vmatrix}=$

- Za vektore $\vec{a}=(-1,-1,-1)$ i $\vec{b}=(1,1,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ ______ **2)** $|\vec{b}|=$ ______ **3)** $3\vec{a}-\vec{b}=$ ______ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ______ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ______ **6)** $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=$ ______

- Koje od sledećih uređenih n-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x)=3x$, $g(x,y,z)=x+y$, $h(x,y)=x$ i $s(x,y,z)=x+y+z$ su:
$M_f=$ $\qquad M_g=$ $\qquad M_h=$ $\qquad M_s=$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&3&1&0\\0&0&2&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&2\\0&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&1\\1&0\\0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&1&1\\0&2&0\\2&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\-1&0&0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&0&0\end{bmatrix}$

* *

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcr} ax&+&y&=&a\\ x&+&ay&=&a\end{array}$$
1) kontradiktoran: ______
2) određen: ______
3) 1 puta neodređen: ______
4) 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i AB. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{DP}=$

- Izraziti vektor $\vec{x}=(1,0,-2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,2,1)$, $\vec{b}=(1,1,-1)$ i $\vec{c}=(1,1,0)$:
  $\vec{x}=$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4,\mathbb{R},+,\cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
  1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R},\mathbb{R},+,\cdot)$, par vektora (a,b) je:
  1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A=[a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij}\in\mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
  1) $|det(A)|=\lambda|det(A')|$ za neko $\lambda\in\mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(A')$ **3)** $A\cdot A'=I$ **4)** $\det A\neq 0\Leftrightarrow\det A'\neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A,B,C reda **1** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda\in\mathbb{R}$:
  1) $\det(AB)=\det(A)+\det(B)$ **2)** $(B+C)A=BA+CA$ **3)** $\det(\lambda A)=\lambda\det(A)$ **4)** $\det(AB)=\det(B)det(A)$
  5) $(AB)^2=A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB)=\mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C)=BA+CA$ **8)** $A(BC)=(AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
  a) $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x}=0$ **b)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a}=0$ **c)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\times\vec{x}=0$ **d)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\times\vec{a}=0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su a,b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c,b+c,b-c)$ je:
  a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Neka su a,b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c,a+b,a-b+2c)$ je:
  a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
  3) $\text{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}=1$ **4)** $\text{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}\leq 2$ **5)** $\text{rang}\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}=2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
  7) $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}\neq\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})\ \left(\vec{a}\neq\lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a}\neq\vec{b}\right)$ **10)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2=0$

- Neka je $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3)=\vec{m}\cdot\vec{x}$, gde je $\vec{m}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$. Funkcija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ je:
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\to}\mathbb{R}$ i svako $x,y,\lambda,v\in\mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$ **2)** $f(0)=0$
  3) $f(xy)=yx$ **4)** $f(xy)=y\,f(x)$ **5)** $f(x)=ax+0$ za neko $a\in\mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda-v)=2f(\lambda)-f(v)$

- Neka je $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1,x_2,x_3)$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\det:\mathcal{M}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $\det:\mathcal{M}\overset{1-1}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **3)** $\det:\mathcal{M}\overset{na}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **4)** $\det:\mathcal{M}\underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}\mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Ako je $f(x+y)=f(x)+f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x)=\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\ldots,c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V=4$. Tada je
  1) $m\leq 4\leq n$ **2)** $n\leq 4\leq m$ **3)** $n\leq m\leq 4$ **4)** $4\leq m\leq n$ **5)** $4\leq n\leq m$ **6)** $m\leq n\leq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} = 6\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = -7\vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1, b_2, \dots, b_\ell)$ zavisna i neka je $(0, d_2, \dots, d_k)$ neka $k-$ torka vektora. Tada je:
1) $k \le \ell$ **2)** $\ell \le k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** U=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako je:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \le 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \ne 0$
5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\le n-1$, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \ne 0$, **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \ne 0$, **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f g h F G

KOLOKVIJUM 1 **22.06.2012.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
$>$: R S A T $\rho = \{(-1,-1), (0,0), (1,1)\}$: R S A T

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = 2x + 1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $(f \circ g)(x) =$ **3)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3 - x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2$ **3)** $f : \mathbb{R} \to [0,\infty),\ f(x) = x^2$
4) $f : [0,\infty) \to [0,\infty),\ f(x) = x^2$ **5)** $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0,\infty),\ f(x) = \operatorname{tg} x$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a+b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$:
$Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
$e^{i\pi} =$, $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$, $2e^{0 \cdot i} =$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $((0,\infty), +)$ **6)** $((0,\infty), \cdot)$

- Neka su $P = (a_0, a_1, \dots, a_4)$ i $Q = (b_0, b_1, \dots, b_3)$ polinomi. Tada je $dg(P+Q) =$ __________ i $dg(PQ) =$ __________

* *

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna: $\rho = \{ \qquad \}$
- Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1,2\}$ je:
- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$, $\rho = \{(x,x)|x \in A\} \cup \{(1,2),(1,3),(2,3),(4,5),(4,3),(5,3)\}$, $B = \{a,b,c,d\}$ i $\theta = \{(x,x)|x \in B\} \cup \{(a,c),(a,d),(c,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A,ρ): (B,θ):

	(A,ρ)	(B,θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- U skupu $\mathbb{C}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid |z| = |w|\}$, $\rho_2 = \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 0\}$, $\rho_3 = \{(0,0)\} \cup \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid \arg(z) = \arg(w)\}$, $\rho_4 = \{(0,0)\} \cup \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 1\}$, $\rho_5 = \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 \mid R_e(z) = I_m(w)\}$, $\rho_6 = \mathbb{C}^2$

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T
- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x^2 - 4)$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ ____________ i $B =$ ____________. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** sirjektivna i injektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** nije sirjektivna a jeste injektivna
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\frac{\pi}{4}|} \mid f(x)$ **d)** $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\sqrt{2} + \sqrt{2} \mid f(x)$
- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$, broj rešenja sistema jednačina $x + a = 1 \wedge xa = 0$, po nepoznatoj x, u zavisnosti od $a \in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja): 0 1 2 ∞
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom: **1)** $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ **3)** $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{f|f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \circ)$
- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni a nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Zaokružiti homomorfizme $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_2$ iz grupe $(\mathbb{Z}, +)$ u grupu $(\mathbb{Z}_2, +)$: **1)** $\forall x \in \mathbb{Z},\ f(x) = 0$ **2)** $\forall x \in \mathbb{Z},\ f(x) = 1$ **3)** $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je paran broj} \\ 1 & x \text{ je neparan broj} \end{cases}$ **4)** $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je neparan broj} \\ 1 & x \text{ je paran broj} \end{cases}$
- Ako je $z_1 = -1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - i$, tada je $z_1 + z_2 =$ $\qquad z_1 \cdot z_2 =$ $\qquad \frac{z_1}{z_2} =$ $\qquad \arg(z_1) =$ $\qquad \arg(z_2) =$ $\qquad \arg(z_1 z_2) =$ $\qquad \arg(\frac{z_1}{z_2}) =$
- Zaokružiti brojeve za koje je prsten $(\mathbb{Z}_3[t]/P, +, \cdot)$ polje: **1)** $P(t) = t + 2$ **2)** $P(t) = t^2 + 1$ **3)** $P(t) = t^2 + t + 1$ **4)** $P(t) = t^3 + t + 1$ **5)** $P(t) = t^{2005} + 1$

- Pri delenju polinoma t^5+t+1 polinomom t^2+t+1 nad poljem $\mathbb{Z}_7$ dobija se količnik ________________ i ostatak ________________. Da li dobijeni rezultat važi nad proizvoljnim poljem? DA NE

- Skup svih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ je $\{ \qquad \}$, a nad poljem $\mathbb{C}$ je $\{ \qquad \}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f, g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = z \cdot (-i)$ je ____

  $g(z) = -\overline{z}$ je ____

  $A = \{z |\ z^2 = \overline{z} \ \wedge \ z \neq 0\}$ je __________________________________

  $B = \{z |\ |z| = |\overline{z}|\}$ je ______________________________________

  $C = \{z |\ \frac{z+\overline{z}}{2} = \frac{z-\overline{z}}{2i}\}$ je ____________________________________

  $D = \{z |\ |z| \le 2 \ \wedge \ 0 \le \arg z \le \pi\}$ je ______________________________

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
  2) $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$
  7) $\overline{z} \in \mathbb{R} \ \Rightarrow \ z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $|z| = 1$ tada je: **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **22.06.2012.**

- Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina nad poljem realnih brojeva $ax + y = 1 \ \wedge \ by = 1$ neodređen: ______________________________________.

- Matrica linearne transformacije $f(x, y, z) = (x + y - 2z, x - z)$ je:

- Rang matrice iz prethodnog zadatka je _____.

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

- Ako je B_1 sredina stranice AC trougla ABC, napisati $\overrightarrow{AC_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$: $\overrightarrow{AC} =$ ____.

- Za koje $\beta \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{a} = (\beta, 2, -2)$ i $\vec{b} = (\beta, 2, 4)$: **a)** kolinearni ________ **b)** ortogonalni ________

- Ako je $\vec{a} = (3, -2, 0)$ i $\vec{b} = (-1, 2, -2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ____________________ i $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____________________.

- Napisati vektorski oblik jednačine prave $p(A, \vec{a})$ i ravni $\alpha(Q, \vec{n}_\alpha)$:

- Da li postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ koja nije oblika $f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$? DA NE

* *

- Izračunati vektore položaja $\vec{r_{Q'}}$ i $\vec{r_{Q''}}$ projekcija tačke $Q(1, 2, 1)$ na pravu $a : \Big(A(-1, 0, -2), \vec{a} = (1, -1, 1)\Big)$ i ravan $\alpha : \Big(B(4, 1, 0), \vec{n} = (1, 1, 0)\Big)$.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ je: ____________________

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 4 i svaki skalar λ
a) $det(A + B) = det(A) + det(B)$ **b)** $det(\lambda A) = \lambda^4 det(A)$ **c)** $det(ABC) = det(A)det(B)det(C)$.

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada važi: **a)** $A \sim B \Rightarrow |det(A)| = |det(B)|$,
b) $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **c)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$, **d)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$,
e) $A \sim B \Rightarrow \Big(det(A) = 0 \Leftrightarrow det(B) = 0\Big)$. **f)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(Rang(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(B) = 0\Big)$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
a) $det(A) = 0 \Leftrightarrow det(A') = 0$ **b)** $det(A) = det(A')$ **c)** $det(A) = \lambda det(A')$ za neki skalar λ.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **a)** $Rang(A) = 0 \Rightarrow det(A) = 0$
b) $det(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(A) \le n - 1$ **c)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) \ne 0$, **d)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) = 0$.

- Napisati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, prodora prave $\vec{r} = \vec{r}_L + t\vec{\ell}$ kroz ravan $\vec{r}\vec{q} = \vec{r}_N\vec{q}$, u zavisnosti od vektora $\vec{r}_L, \vec{\ell}, \vec{r}_N$ i $\vec{q}$. $\vec{r}_T = f(\vec{r}_L, \vec{\ell}, \vec{r}_N, \vec{q}) =$ ____________________

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **a)** f bijekcija, **b)** V i W su izomorfni.
c) za svaku nezavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u W.

- Za koje vrednosti parametara a, b, c su navede funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (ax+b, b-z)$ ____________________
$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $g(x) = (1, a)$ ____________________

- $\mathbb{R}^n$ se sastoji od: **a)** n realnih brojeva **b)** n - torki realnih brojeva **c)** n - torke vektora.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti po jedan primer vektorskog podprostora koji je redom dimenzije 0,1,2 i 3. Primer navesti jednačinom ili geometrijskim opisom.

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}\}$ je podprostor:
a) $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0\}$ **b)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2 + x_3\}$ **c)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0\}$

- Napisati definiciju linearne zavisnosti trojke vektora (a_1, a_2, a_3):

- Neka je $p = (1, 0, 1)$, $q = (0, 1, 1)$, $r = (1, 0, 0)$, $s = (1, 1, 1)$. Sledeće n-torke vektora su nezavisne:
a) (p, q, r), **b)** (q, r, s), **c)** (p, q), **d)** (p, r), **e)** (p, s), **f)** (q, r), **g)** (q, s), **h)** (r, s).

- Trojka (v_1, v_2, v_3) je generatorna za V ako: **a)** svaka linearna kombinacija $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ pripada prostoru V. **b)** Za svaki vektor v važi $v = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_n v_3$ za neke skalare $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. **c)** $dim(V) \le 3$.

- Za linearno nezavisnu trojku vektora (v_1, v_2, v_3) prostora V važi: **a)** par (v_1, v_2) je uvek linearno zavisan **b)** par (v_1, v_2) može biti linearno zavisan ili nezavisan u zavisnosti od izbora vektora (v_1, v_2, v_3) **c)** par (v_1, v_2) je uvek linearno nezavisan

- Za linearno zavisan par vektora (v_1, v_2) prostora V važi: **a)** trojka (v_1, v_2, v_3) je uvek linearno zavisna **b)** trojka (v_1, v_2, v_3) može biti linearno zavisna ili nezavisna u zavisnosti od izbora vektora (v_1, v_2, v_3) **c)** trojka (v_1, v_2, v_3) je uvek linearno nezavisna.

- Uređena trojka komplanarnih slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je: **a)** uvek linearno nezavisna **b)** uvek linearno zavisna **c)** u zavisnosti od datih vektora nekada zavisna, a nekada nezavisna.

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je:
a) $f(1) = 1$. **b)** $f(0) = 0$. **c)** $f(0) = 1$. **d)** $f(xy) = f(x)f(y)$. **e)** $f(xy) = x\,f(y)$. **f)** $f(-x) = -x$.

- Šta od navedenog jeste aksioma vektorskog prostora: **a)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **b)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **c)** $(\forall x, y, z \in V)\ (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ **d)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$.

- Za proizvoljne kvadratne matrice A, B, C reda n važi:
a) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **b)** $A(BC) = (AB)C$ **c)** $det(AB) = det(A) + det(B)$ **d)** $AB = BA$

- Linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (2x - y, x + py)$ je izomorfizam akko $p \in$ __________

- Skup rešenja sistema linearnih jednačina $x + y + z = 0$, $x + y + a = 0$ po nepoznatima x, y, z nad $\mathbb{R}$ je podprostor od $\mathbb{R}^3$ akko $a \in$ __________

- Sistem linernih jednačina nad poljem realnih brojeva $ax + y = 1 \ \wedge\ by = c$ je:
određen za ______________________________, 1 puta neodr. za ______________________________,
2 puta neodr. za ______________________________, protivrečan za ______________________________.

- Vektor $\vec{s}$ simetrale $\measuredangle BAC$ trougla ABC izraziti kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$:
$\vec{s} =$ ____.

KOLOKVIJUM 1 **13.07.2012.**

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,4), (2,4), (3,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2 - x$ i $g(x) = \sqrt[5]{1 - 3x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x) =$
b) $g^{-1}(x) =$ **c)** $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ **d)** $(g \circ f)(x) =$ **e)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & b & d \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$,
$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_4, +)$ neutralni element je ____, a inverzni su: $-0 =$ ____, $-1 =$ ____, $-2 =$ ____, $-3 =$ ____

- Izračunati: **a)** $\arg(1 - i) =$ **b)** $|1 - i| =$ **c)** $\sqrt{2i} = \{ \qquad \}$ **d)** $(1 - i)^2 =$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupoidi.
a) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **b)** $(\mathbb{Z}, -)$ **c)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_4 \setminus \{0\}, \cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot)$ **f)** $(\{-2, -1, 0, 1, 2\}, \cdot)$

- Ako su P i Q polinomi i $dg(P) = 3$ i $dg(Q) = 0$, tada je $dg(PQ) =$ __________ i $dg(P+Q) =$ __________

✻ ✻

- Zaokružiti strukture koje su grupe: **a)** $(\mathbb{I} \setminus \{0\}, \cdot)$, gde je $\mathbb{I}$ skup iracionalnih brojeva **b)** $\Big((0, \infty), \cdot\Big)$
c) $\Big((-\infty, 0), \cdot\Big)$ **d)** $(M, \cdot)$, gde je M skup matrica formata 2×2 čije su determinante različite od 0
e) $(K, +)$, gde je K skup svih slobodnih vektora paralelnih sa vektorom $\vec{k}$ **f)** $\left(\left\{\frac{m}{2} \mid m \in \mathbb{Z}\right\}, +\right)$

- Navesti interpretacije (pomoću poznatih relacija) relacije $\leq$ u datim Bulovim algebrama:
a) U $(\mathcal{P}(S), \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, S)$, $S \neq \emptyset$ je $\forall A, B \in \mathcal{P}(S),\ A \leq B \quad \Leftrightarrow$ ____________________,
b) U $(D_{30}, NZS, NZD, \frac{1}{x}, 1, 30)$ je $\forall a, b \in D_{30},\ a \leq b \quad \Leftrightarrow$ ____________________.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni sa jedinicom. **a)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **d)** $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **e)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **f)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **h)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **i)** $(M_{2\times 2}, +, \cdot)$, gde je $M_{2\times 2}$ skup svih matrica formata 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = -\overline{z}$ je ____________________
$g(z) = R_e(z)$ je ____________________
$A = \{z | (z-1-i)^5 = 32\}$ je ____________________
$B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je ____________________
$C = \{z | z = \overline{z}\}$ je ____________________
$D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ____________________
$E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ____________________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $D \subset C$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$ polinomom $x^2 + 1$ ostatak je .

- Neka su $w = 3 - 2i$, $v = 1 - i$ i $z = 4$. Izraziti u zavisnosti od w, v i z ugao $\measuredangle zvw =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle zvw =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \quad \}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{ \quad \}$ i skup mogućnosti za c je $c \in \{ \quad \}$.

- Neka je $A = \{1, 2\}$ i $B = \{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako su ρ_i relacije definisane u skupu $\mathbb{R}$, popuniti tabelu sa **da** ili **ne**.

$\rho_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
$\rho_2 = \{(2,5), (5,7), (2,7)\}$
$\rho_3 = \{(x,y) | x^2 + y^2 = 1\}$
$\rho_4 = \{(x^2, x) | x \in \mathbb{R}\}$
$\rho_5 = \{(x,y) | x^2 = y^2\}$
$\rho_6 = \{(|x|, x) | x \in \mathbb{R}\}$
$\rho_7 = \{(1,2), (2,1), (1,3)\}$

\	ρ_i je refleksivna	ρ_i je simetrična	ρ_i je antisimetrična	ρ_i je tranzitivna
ρ_1				
ρ_2				
ρ_3				
ρ_4				
ρ_5				
ρ_6				
ρ_7				

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
2) $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$
7) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Za svaku injektivnu funkciju f postoje skupovi A i B, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
1) uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada $f : S \to S$
1) je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x{+}x$ **2)** $xy = x{+}y$ **3)** $xx' = (x{+}1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Ako je $|z| = e^{2i\pi}$ tada je:**1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$**3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$**6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **13.07.2012.**

- Neka je p prava čija je jednačina $p:\ x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave p: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke A prave p koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcl} -ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & y & = & 1 \end{array}$$
(a) kontradiktoran: ______
(b) određen: ______
(c) neodređen: ______

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\quad\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\quad\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1,-1,-1)$ i $\vec{b} = (1,1,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ______ **2)** $|\vec{b}| =$ ______
3) $3\vec{a}-\vec{b} =$ ______ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b} =$ ______ **5)** $\vec{a}\times\vec{b} =$ ______ **6)** $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) =$ ______

- Koje od sledećih uređenih n-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$
3) $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = 3x$, $g(x,y,z) = x + y$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x + y + z$ su:
$M_f =$ $\qquad M_g =$ $\qquad M_h =$ $\qquad M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

* *

- Neka tačke $O(0,0,0), P(-1,-8,4)$ i $Q(7,-7,8)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O,P,Q\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$ i izračunati ugao $\sphericalangle(\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}) =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$$
1) kontradiktoran: ______
2) određen: ______
3) 1 puta neodređen: ______
4) 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i AB. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (2,1,-3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A, B, C reda **1** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$
5) $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a)$(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$**b)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$**c)**$(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$**d)**$(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$**e)**ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ \left(\vec{a} \neq \lambda\vec{b} \wedge \lambda\vec{a} \neq \vec{b}\right)$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(xy) = yx$ **4)** $f(xy) = y\,f(x)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2\}$

- Ako je $f(xy) = f(x)f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija
3) može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = 4$. Tada je
1) $m \leq 4 \leq n$ **2)** $n \leq 4 \leq m$ **3)** $n \leq m \leq 4$ **4)** $4 \leq m \leq n$ **5)** $4 \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} \parallel \vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** U=_____

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su komplanarni ako **i samo ako** je: **1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}\neq 0$
5) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je zavisna.

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$, **3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=n$ **4)** **rang** A$=n\Rightarrow\det A\neq 0$, **5)** **rang** A$=n\Leftarrow\det A\neq 0$, **6)** **rang** A$=n\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, i $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f g h F G

KOLOKVIJUM 1 **30.08.2012.**

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,3),(1,4),(3,4),(2,3),(2,4)\}$ skupa $A=\{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x$ je: a) sirjektivna ali ne injektivna b) injektivna ali ne sirjektivna c) niti injektivna niti sirjektivna d) bijektivna

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=x^3$ i $g(x)=\sqrt[3]{x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x)=$ **b)** $g^{-1}(x)=$ **c)**$(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$ **d)** $(g\circ f)(x)=$ **e)** $(g\circ f)^{-1}(x)=$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix} a\,b\,c\,d \\ b\,a\,d\,c \end{pmatrix}$, $g=\begin{pmatrix} a\,b\,c\,d \\ d\,c\,b\,a \end{pmatrix}$. Tada je $f\circ g=\begin{pmatrix} a\ b\ c\,d \\ \end{pmatrix}$, $f^{-1}=\begin{pmatrix} a\ b\ c\ d \\ \end{pmatrix}$, $g^{-1}=\begin{pmatrix} a\ b\ c\,d \\ \end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix} a\ b\ c\,d \\ \end{pmatrix}$, $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix} a\ b\ c\,d \\ \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
1) $(a')'=a$ **2)** $a+a'=1$ **3)** $a\cdot 1=1$ **4)** $1+a'='1$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_6,+)$ neutralni element je ____, a inverzni su: $-0=$ ____, $-1=$ ____, $-2=$ ____, $-3=$ ____

- Izračunati u polju $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **a)** $\arg(-4)=$ **b)** $|-4|=$ **c)** $\sqrt{4}\in\{\quad,\quad\}$ **d)** $\sqrt{2}\in\{\quad,\quad\}$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupoidi sa neutralnim elementom.
a) $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **b)** $(\mathbb{Z},-)$ **c)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_4\setminus\{0\},\cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3\setminus\{0\},\cdot)$ **f)** $\Big((0,1],\cdot\Big)$

- Ako su P i Q polinomi, $P\neq -Q$, $dg(P)=2$ i $dg(Q)=2$, tada je $dg(PQ)=$ i $dg(P+Q)\in\{\quad,\quad,\quad\}$

- NZD(P,Q) za polinome $P=(t-3)^4(t+7)^2(t-1)^5(t+13)^3$ i $Q=(t-3)^2(t-15)(t-1)^7(t+13)^5$ je
a)$(t-3)^4(t-1)^7(t+13)^5$ **b)**$(t-3)(t-1)(t+13)$ **c)**$(t-3)^4(t+7)^2(t-1)^7(t+13)^5(t-15)$ **d)**$(t-3)(t+7)(t-1)(t+13)(t-15)$ **e)**$(t-3)^2(t-1)^5(t+13)^3$

✳ ✳

- Zaokružiti strukture koje su grupe: **a)** $(\mathbb{I}\setminus\{0\},\cdot)$, gde je $\mathbb{I}$ skup iracionalnih brojeva **b)** $\Big((0,\infty),\cdot\Big)$ **c)** $\Big((-\infty,0),\cdot\Big)$ **d)** $(M,\cdot)$, gde je M skup matrica formata 2×2 čije su determinante različite od 0 **e)** $(K,+)$, gde je K skup svih slobodnih vektora normalnih na vektor $\vec{k}$ **f)** $\left(\left\{\frac{m}{3}\mid m\in\mathbb{Z}\right\},+\right)$

- Navesti interpretacije (pomoću poznatih relacija) relacije $\leq$ u datim Bulovim algebrama:
a) U $(\mathcal{P}(S),\cup,\cap,\overline{\ \ },\emptyset,S)$, $S\neq\emptyset$ je $\forall A,B\in\mathcal{P}(S),\ A\leq B\ \Leftrightarrow$ ____________________,
b) U $(D_{30},NZS,NZD,\frac{1}{x},1,30)$ je $\forall a,b\in D_{30},\ a\leq b\ \Leftrightarrow$ ____________________.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni sa jedinicom. **a)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **d)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **e)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **f)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **h)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **i)** $(M_{2\times2},+,\cdot)$, gde je $M_{2\times2}$ skup svih matrica formata 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z)=-\overline{z}$ je ______

  $g(z)=R_e(z)$ je ______

  $A=\{z|(z-1-i)^5=32\}$ je ______

  $B=\{z|z\overline{z}=1\}$ je ______

  $C=\{z|z=\overline{z}\}$ je ______

  $D=\{z|\arg z=\arg\overline{z}\}$ je ______

  $E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ______

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $D\subset C$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Pri delenju polinoma $x^4+x^3-x^2+x-1$ polinomom x^2+1 ostatak je .

- Neka su $w=3-2i$, $v=1-i$ i $z=4$. Izraziti u zavisnosti od w, v i z ugao $\measuredangle zvw=$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle zvw=$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\quad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b\in\{\quad\}$ i skup mogućnosti za c je $c\in\{\quad\}$.

- Neka je $A=\{1,2\}$ i $B=\{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to A\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___.

- Ako su ρ_i relacije definisane u skupu $\mathbb{R}$, popuniti tabelu sa **da** ili **ne**.

  $\rho_1=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$
  $\rho_2=\{(2,5),(5,7),(2,7)\}$
  $\rho_3=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$
  $\rho_4=\{(x^2,x)|x\in\mathbb{R}\}$
  $\rho_5=\{(x,y)|x^2=y^2\}$
  $\rho_6=\{(|x|,x)|x\in\mathbb{R}\}$
  $\rho_7=\{(1,2),(2,1),(1,3)\}$

$\setminus$	ρ_i je refleksivna	ρ_i je simetrična	ρ_i je antisimetrična	ρ_i je tranzitivna
ρ_1				
ρ_2				
ρ_3				
ρ_4				
ρ_5				
ρ_6				
ρ_7				

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1=\arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|}=\frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}}=|z|$ **3)** $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ **4)** $Im(z)=\frac{1}{2}(z+|z|)$ **5)** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z}_1+\overline{z}_2$ **6)** $|-z_1-z_2|=|z_1|+|z_2|$ **7)** $\overline{z}\in\mathbb{R}\ \Rightarrow\ z=\overline{z}$ **8)** $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2$ **9)** $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ **j)** $|z|=1\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$

- Ako je $P(x)=ax^2+cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P)=2$, **2)** $dg(P)\in\{1,2\}$, **3)** $dg(P)\in\{0,2\}$, **4)** $dg(P)\in\{0,1,2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Za svaku injektivnu funkciju f postoje skupovi A i B, takvi da je funkcija $f:A\to B$ bijektivna? **1)** uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f:S\to S$ i $(\forall x\in S)\ f(f(x))=x$. Tada $f:S\to S$ **1)** je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Ako je $|z| = e^{2i\pi}$ tada je:**1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$**3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$**6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **30.08.2012.**

- Neka je p prava čija je jednačina $p:\ x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave p: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke A prave p koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcl} -ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & y & = & 1 \end{array}$$
(a) kontradiktoran: ________
(b) određen: ________
(c) neodređen: ________

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1,-1,-1)$ i $\vec{b} = (1,1,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ________ **2)** $|\vec{b}| =$ ________
3) $3\vec{a} - \vec{b} =$ ________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ________

- Koje od sledećih uređenih n-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$
3) $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = 3x$, $g(x,y,z) = x + y$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x + y + z$ su:
$M_f =$ $\qquad$ $M_g =$ $\qquad$ $M_h =$ $\qquad$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

✳ ✳

- Neka tačke $O(0,0,0)$, $P(-1,-8,4)$ i $Q(7,-7,8)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O,P,Q\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$ i izračunati ugao $\sphericalangle(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}) =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$$
1) kontradiktoran: ________
2) određen: ________
3) 1 puta neodređen: ________
4) 2 puta neodređen: ________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i AB. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (2,1,-3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora (a,b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A, B, C reda **1** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$
5) $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a) $\big(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}\big)\vec{x} = 0$ **b)** $\big(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big)\vec{a} = 0$ **c)** $\big(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}\big) \times \vec{x} = 0$ **d)** $\big(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big) \times \vec{a} = 0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, a-b+2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ \big(\vec{a} \neq \lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b}\big)$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\to} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(xy) = yx$ **4)** $f(xy) = y\, f(x)$ **5)** $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \overset{1-1}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \overset{na}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1, 2\}$

- Ako je $f(xy) = f(x)f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija
3) može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = 4$. Tada je
1) $m \leq 4 \leq n$ **2)** $n \leq 4 \leq m$ **3)** $n \leq m \leq 4$ **4)** $4 \leq m \leq n$ **5)** $4 \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} \parallel \vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** U=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su komplanarni ako **i samo ako** je:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)**

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

5) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je zavisna.

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$, **3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=n$ **4)** **rang** A$=n\Rightarrow\det A\neq 0$, **5)** **rang** A$=n\Leftarrow\det A\neq 0$, **6)** **rang** A$=n\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, i $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f $\qquad$ g $\qquad$ h $\qquad$ F $\qquad$ G

KOLOKVIJUM 1 **14.09.2012.**

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=x^2+1$ i $g(x)=e^x+1$. Izračunati:
1) $g^{-1}(x)=$ **2)** $(f\circ f)(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $f(x+1)=$

- Ispitati da li je $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(1,3)\}$ relacija poretka skupa $A=\{1,2,3\}$ relacija poretka: DA NE, i ako jeste, odrediti
minimalne elemente: maksimalne elemente:
najveći element: najmanji element:
Haseov dijagram:

- Napisati $SDNF$ i $SKNF$ Bulove funkcije $f(x,y)=x(x+y')'$:
$SDNF(f)=$ $\qquad$ $SKNF(f)=$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupe:
1) $(\mathbb{Z},+)$ **2)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{C},+)$ **4)** $(\mathbb{C},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[x],+)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Napisati Kejlijeve tablice operacija polja $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$:

- Ako je $z_1=1-i$, $z_2=-2+2i$, tada je $z_1+z_2=$ $\qquad$ $z_1\cdot z_2=$ $\qquad$ $\frac{z_1}{z_2}=$
$z_1^2=$ $\qquad$ $\arg(z_1)=$ $\qquad$ $\arg(z_2)=$ $\qquad$ $\arg(z_1z_2)=$ $\qquad$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$

- Nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$ može biti stepena:
1) 1 **2)** 2 **3)** 3 **4)** 2012 **5)** n, gde je n bilo koji prost broj **6)** n, gde je n bilo koji prirodan broj

* *

- Napisati relaciju ρ definisanu u skupu $\{a,b,c\}$ koja nije ni simetrična ni antisimetrična:
$\rho=\{(\quad,\quad),(\quad,\quad),(\quad,\quad)\}$. Da li u skupu $\{a,b\}$ postoji takva relacija? DA NE

- Ako je f funkcija, tada postoji funkcija f^{-1} ako: **1)** f je $1-1$ **2)** f je *na* **3)** f je kao relacija simetrična **4)** f je kao relacija antisimetrična **5)** ništa od prethodno navedenog

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{a,b,c\}$, $f_1=\{(1,a),(2,b)\}$, $f_2=\{(1,a),(2,b),(3,b)\}$, $f_3=\{(1,c),(2,b),(3,a)\}$ i $f_4=\{(1,a),(1,b),(1,c)\}$, $f_5=\{(1,a),(2,b),(3,a)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i:\ A\longrightarrow B$	$f_i:\ \{1\}\longrightarrow B$	$f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i:\ A\overset{\text{na}}{\longrightarrow}B$	$f:A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}B$
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						
f_5						

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u Bulovoj algebri.
1) $0 + 0' = 0$ **2)** $a \cdot b = 0 \Rightarrow (a = 0 \vee b = 0)$ **3)** $a \cdot b + c = (a + c) \cdot (b + c)$ **4)** $ab' + a'b = 1$
5) $aa' = 0'$ **6)** $a + 1 = a'$ **7)** $a + ab = a$ **8)** $a \leq a'$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni.
1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, \cdot, +)$ **3)** $(\mathbb{Q}^+, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_4 \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$
8) $(V, +, \times)$, gde je V skup slobodnih vektora **9)** $(V, +, \cdot)$, gde je V skup slobodnih vektora **10)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A_i i kompleksnih funkcija $f_i : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f_i.
$f_1(z) = \overline{z} e^{i\frac{\pi}{3}}$ ______________________________
$f_2(z) = I_m(z) i$ ______________________________
$f_3(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ ______________________________
$A_1 = \{z |\ |z - \alpha|^3 = \beta\}$ $(\alpha \in \mathbb{C},\ \beta \in \mathbb{R}^+)$ ____________________
$A_2 = \{z |\ |\arg z| = \arg |z|\}$ __________________________
$A_3 = \{z |\ \arg z = \frac{\pi}{6}\}$ ____________________________

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ **svodljiv** nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Pri delenju polinoma $t^8 - 2t^4 + 1$ polinomom $t^2 + 1$ količnik je ______________ a ostatak je __________.

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- U grupi $(\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 9, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su
$1^{-1} =$ ____, $2^{-1} =$ ____, $4^{-1} =$ ____, $5^{-1} =$ ____, $7^{-1} =$ ____, $8^{-1} =$ ____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R, +, \cdot)$:
1) $a(b+c) = ab+ac$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Funkcija $f : (-\infty, -2] \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{-2 - x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g : (-1, 0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1 - x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ _______ , $g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ _____

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x) =$

- Neka su $z_1 = 1 + 4i$, $z_2 = 4 + 3i$ i $z_3 = 6 + 4i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\sphericalangle z_1 z_3 z_2 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_1 z_3 z_2 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna: $\rho = \{$ $\}$ Dali postoji više od jedne takve relacije? DA NE

- Broj svih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ koje **nisu** antisimetrične je:

- Broj svih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ koje su simetrične je:

- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x^2-4)$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ ____________ i $B =$ ____________. Funkcija $f : A \to B$ je:
1) bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = z\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ____________
$g(z) = -i\bar{z}$ je ____________
$A = \{e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________
$B = \{z |\ z = |z|\}$ je ____________
$C = \{z | z = \overline{-iz}\}$ je ____________
$D = \{z |\ 0 \le \arg z \le \pi \ \wedge\ |z| \le 1\}$ je ____________
$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ____________
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $A = B$ **c)** $A \subseteq D$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $B \cap E = C$

KOLOKVIJUM 2 **14.09.2012.**

- Za ravan $\alpha :\ z = 0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $ax - ay = 1 \ \wedge\ ax + ay = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (0,0,0)$ i $\vec{b} = (-3,-3,-6)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$$\begin{bmatrix} 3&3&3\\3&3&3\\3&3&3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&1\\0&1&0\\1&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&1\\0&1&1\\1&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&1\\0&1&1\\1&1&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0&0&0\\0&0&0\\0&0&0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0\\0&0&0\\0&0&0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0\\0&0&0\\0&0&1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0\\0&0&0\\1&0&1 \end{bmatrix}$$

- Ako je B_1 sredina duži AC, napisati $\overrightarrow{AB_1}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{BA}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AB_1} =$

- Za koje $\beta \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{a} = (2\beta, 2, -2)$ i $\vec{b} = (\beta, 1, -1)$: **a)** kolinearni ________ **b)** ortogonalni ________

- Ako je $\vec{a} = (1,0,1)$ i $\vec{b} = (0,1,0)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ________________ i $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ ________________.

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f(x) = (2x, 3x)$, $g(x,y,z) = (y, x+z)$, $h(x,y,z) = (x-y, 0)$, su:

$M_f=$ $M_g=$ $M_h=$

$r(M_f) =$ $r(M_g) =$ $r(M_h) =$

- Napisati jednačine prave $p(A, \vec{a})$ i ravni $\alpha(Q, \vec{n}_\alpha)$, za $A(1,1,1)$, $Q(5,5,5)$, $\vec{a} = (1,2,3)$ i $\vec{n}_\alpha = (3,4,1)$:

- Da li postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ koja nije oblika $f(x,y) = (ax + by, cx + dy)$? DA NE

Za ravan $\alpha :\ x - y = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad,\quad,\quad)$, jedan vektor $\vec{a} = (\quad,\quad,\quad)$ paralelan sa α i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$. $(\vec{a} \times \vec{n}_\alpha) \| \alpha$? DA NE

* *

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & - & ay & = & 0 \\ ax & - & 9y & = & b \end{array}$
1) kontradiktoran: ____________
2) određen: ____________
3) 1 puta neodređen: ____________
4) 2 puta neodređen: ____________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$.
$\overrightarrow{AT} =$

- Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (1, 0, 1)$: $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je: **1)** nikad zavisna **2)** uvek zavisna **3)** uvek generatorna **4)** nikada generatorna **5)** može ali ne mora da bude baza.

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)**seku se $(m \cap n = \{M\})$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{0})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ je generatorna i zavisna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od kvadratne matrice A elementarnim transformacijama.
1) $|det(A)| = |det(A')|$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar α

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje regularne kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $det(A-B) = det(A)-det(B)$ **2)** $det(AB) = det(A)det(B)$ **3)** $det(\lambda A) = \lambda^2 det(A)$ **4)** $AB = BA$
5) $rang(A + B) = rang(A) + rang(B)$ **6)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$ **7)** $A(BC) = (AB)C$
8) $-A(-B + C) = AB - AC$ **9)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **10)** $A - B = -B + A$ **11)** $(AB)^2 = A^2B^2$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji f^{-1} **2)** V i W su izomorfni **3)** $V = W$
4) za svaku nezavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u W **5)** za svaku zavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u W

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z - 6b)$ ____________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = a^2x + y(bx + c^2)$ ____________________

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, prodora prave $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$ kroz ravan $\alpha :\ x + y + z = 3$.
$\vec{r}_T =$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\exists \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$ **8)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee x = 0$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti sve vektorske podprostore.

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq R^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in R\}$ je podprostor:
a) $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 2x_2 = \cdots = nx_n\}$ **b)** $U = \{x \in R^n \mid x_1^2 = x_2^2\}$ **c)** $U = \{x \in R^n \mid x_1 = 0\}$

- Linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - y, 2x + ay)$ je izomorfizam akko $a \in$ __________

- Sistem linearnih jednačina $x+y+z=0$, $x+y+az=0$ nad $\mathbb{R}$ je neodređen akko $a \in$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x}=(5,0,3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,0,1)$, $\vec{b}=(0,2,2)$ i $\vec{c}=(2,-1,0)$: $\vec{x}=$

- Neka je $a=(0,0,0)$, $b=(1,0,1)$, $c=(1,0,-1)$, $d=(-1,0,1)$, $e=(1,1,1)$, $f=(1,0,0)$, $g=(2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  1) $V=L(a) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________ **2)** $V=L(a,b) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________

  3) $V=L(a,b,c) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________ **4)** $V=L(b,c,d) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________

  5) $V=L(b,c,e) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________ **6)** $V=L(e,f,g) \;\Rightarrow\; dim(V)=$ __________

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m}=-a\vec{b}-b\vec{a}$ i $\vec{n}=-\frac{\vec{a}}{a}+\frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** π
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- Neka su $\mathbf{a_1}=(a_{11},\dots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2}=(a_{12},\dots,a_{n2}),\dots,\mathbf{a_n}=(a_{1n},\dots,a_{nn})$ vektori kolne matrice $A=A_{nn}=[a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V=\mathrm{Lin}(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\dots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$. Tada:

  1. $\det A\neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\,A<n$ **2.** $\det A\neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\,A\leq n$ **3.** $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A=0$

  4. $\dim V\neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{rang}\,A\geq 1$ **5.** $\det A\neq 0 \Leftrightarrow \dim V<n$ **6.** $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \mathbf{rang}\,A<n$

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako i samo ako:**1)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$**2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

  3) $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix}\leq 2$ **5)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix}=2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni

  7) $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}\neq\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})\ \left(\vec{a}\neq\lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a}\neq\vec{b}\right)$ **10)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2=0$

KOLOKVIJUM 1 **28.09.2012.**

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(3,4)\}$ skupa $A=\{1,2,3,4\}$ navesti

  najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f:\mathbb{R}\to(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=\mathrm{arctg}\,x$ i $g(x)=\sqrt[3]{1+x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x)=$

  b) $g^{-1}(x)=$ **c)**$(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$ **d)** $(g\circ f)(x)=$ **e)** $(g\circ f)^{-1}(x)=$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \end{pmatrix}$, $g=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix}$ i $h=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$. Tada je $f\circ g=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $f^{-1}=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1}=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:

  1) $ab+bc+ac+a=(a+b)(a+c)$ **2)** $a'+a'=a'$ **3)** $a+a'=0$ **4)** $a\cdot 0=0$ **5)** $1\cdot 0=1$ **6)** $a+1=1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_5\setminus\{0\},\cdot)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su: $2^{-1}=$ ____, $3^{-1}=$ ____, $4^{-1}=$ ____,

- Za kompleksne brojeve $z_1=(1+i)^2$ i $z_2=1+i^3$ izračunati

  $z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1+z_2|=$

- Pri delenju polinoma x^3-3x^2+3x-1 sa $x-1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\frac{1}{1+x}$ i $g(x)=1+x$. Izračunati:

  1) $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(g\circ f)(x)=$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

✳✳

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

- Funkcija $f:(-2,\infty)\longrightarrow\mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x)=\sqrt{2+x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik
- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{3}{x^3}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=$, $(f\circ f)(x)=$, $f(x+1)=$, $f(\frac{1}{x})=$.
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\arccos(x+1)$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=\frac{3\pi}{4}$, $f($______$)=\frac{\pi}{4}$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je:
a) bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna
- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$.
Svako polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ A\longrightarrow B$	$f_i:\ \{1,2\}\longrightarrow B$	$f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i:\ A\overset{na}{\longrightarrow}B$	$f:A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}B$
f_1						
f_2						
f_3						

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y>0,x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3=\{(x,|x|)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},x>1\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : RST ρ_2 : RST ρ_3 : RST ρ_4 : RST ρ_5 : RST ρ_6 : RST

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$
3) $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z)=-\overline{z}$ je ____

$g(z) = I_m(z)$ je ______

$A = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ______

$B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je ______

$C = \{z | z = \overline{-z}\}$ je ______

$D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je ______

$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ______

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset E$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $A \supseteq E$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljiv i koji je stepena:
a) 1 **b)** 2

- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$: ___

- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{\quad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{\quad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{\quad\}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

$\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___,
$\left|\{f | f : B \to A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$
d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$
d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

KOLOKVIJUM 2 **28.09.2012.**

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je p prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p:
$\vec{p} = (\quad, \quad, \quad)$, i koordinate jedne tačke prave p: $(\quad, \quad, \quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (0, -1, 1)$, tada je: **1)** $|\vec{a}| =$ **2)** $|\vec{b}| =$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:

1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \vee \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((1,0,0),(0,1,0)\Big)$ **2)** $\Big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0)\Big)$ **4)** $\Big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\Big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x+2y, x-3y)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (x,z)$ su:

* *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $(1,1,1)$ na pravu $p : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. $\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$

(a) kontradiktoran: __________
(b) određen: __________
(c) 1 puta neodređen: __________
(d) 2 puta neodređen: __________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) $\{(0,t,1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0,1-t,t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0,2-t,t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0,0,1),(0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x,y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x,y \in V,\ x+y = y+x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha+\beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
1) $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge\ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar α **6)** matrice A i B imaju iste karakteristične korene **7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow\ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  1) $V = L(a) \Rightarrow dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \Rightarrow dim(V) =$ __________
  3) $V = L(a,b,c) \Rightarrow dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \Rightarrow dim(V) =$ __________
  5) $V = L(b,c,e) \Rightarrow dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \Rightarrow dim(V) =$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju f iz vektorskog prostora V u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** f uvek jeste izomorfizam **2)** f uvek nije izomorfizam **3)** f uvek jeste injektivna **4)** f uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** f bijekcija **2)** V i W su izomorfni
3) $f(V)$ je potprostor od W **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z)$ ____________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x,y) = ax + bxy + cy$ ____________________

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \ f(x,y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ____________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$
b) paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n \neq \emptyset \wedge m \nparallel n)$

KOLOKVIJUM 1 **14.10.2012.**

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C\}$, gde je $A = \{a,b\}, B = \{b,c\}, C = \{a,b,c\}$ i navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty),\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3 - x$ **3)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^2$
4) $f : \mathbb{R} \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **5)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a+b)' = a' + b'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1-i)^2$ i $z_2 = 1 - i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=5x+7$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3$ **3)** $f:(-\infty,0]\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$
  4) $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$ **5)** $f:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ f(x)=e^{-x}$ **6)** $f:(\frac{\pi}{2},\pi)\to(0,1),\ f(x)=\sin x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
  1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{C},+)$ **6)** $(\mathbb{Q},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

- Neka su P i Q redom polinomi drugog i trećeg stepena. Tada je $dg(P+Q)=$ _____ i $dg(PQ)=$ _____

* *

- Ako je $P(x)=ax^2+bx+c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P)=2$, **2)** $dg(P)\in\{1,2\}$, **3)** $dg(P)\in\{0,1,2\}$

- U grupi $(\{1,2,4,5,7,8\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 9, neutralni elemenat je ____, a inverzni elementi su
  $1^{-1}=$ ____, $2^{-1}=$ ____, $4^{-1}=$ ____, $5^{-1}=$ ____, $7^{-1}=$ ____, $8^{-1}=$ ____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R,+,\cdot)$:
  1) $a(b+c)=ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0\Leftrightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab=0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$

- Funkcija $f:(-\infty,-2]\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{-2-x}$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
  3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R},\ g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ _______, $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x+1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x)=\sqrt{x}$. Tada je:

  $f^{-1}(x)=$, $(f\circ f)(x)=$, $f(x+1)=$, $f(\frac{1}{x})=$.

- Napisati jednu relaciju skupa $A=\{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna:
  $\rho=\{$ $\}$ Dali postoji više od jedne takve relacije?

- Broj svih relacija skupa $A=\{1,2\}$ koje **nisu** antisimetrične je:

- Broj svih relacija skupa $A=\{1,2\}$ koje su simetrične je:

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,3x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y=0,x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3=\{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},xy<4\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
  1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
  4) bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ _______, $O=$ _______, $S=$ _______

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,

  $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e^{-1})$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=-1$ i $B=$ ________.
  Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna
  2) sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$.
  1) $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1\ \Rightarrow\ x=1$ **5)** $xy=0\ \Rightarrow\ (x=0\vee y=0)$
  6) $(x=0\ \vee\ y=0)\ \Rightarrow\ xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$ **8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\,x+y=1\ \wedge\ xy=0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  1) $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
  5) $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$
  4) $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^2+t+1 nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
  1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha})=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-e^{-i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\alpha|}\,\big|\,f(x)$
  d) $x^2-2x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2+x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **g)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,\big|\,f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$,
  c) $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za c je $c\in\{$ $\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.

  $f(z)=\overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ____

  $g(z)=-zi$ je ____

  $h(z)=z+i$ je ____

  $t(z)=-\overline{z}$ je ____

  $A=\{z|\big(z-i\big)^3=i\}$ je ____

  $B=\{z||z|^{2010}=1\}$ je ____

  $C=\{z|\big|z-i\big|^3=i\}$ je ____

  $D=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ____

KOLOKVIJUM 2 **14.10.2012.**

- Za koje $\alpha\in\mathbb{R}$ su $\vec{a}=(4,2\alpha,\alpha)$ i $\vec{b}=(1,\alpha,-3\alpha)$: **1)** kolinearni ____________ **2)** ortogonalni ____________

- Neka je p prava čija je jednačina $p: x = 3 \land y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave p: $\vec{p} = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate tačke A prave p koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su GENERATORNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$
5) $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x+y=a \land x+ay=1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Napisati matricu linearne transformacije $f(x,y,z) = (x,y)$ i odrediti njen rang :

- Ako je $\vec{a} = (2,-1,-2)$ i $\vec{b} = (-1,3,-2)$, tada je
$\vec{a}\vec{b} =$ ________________, $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________________, i $|\vec{a}| =$ ________________.

- Nekaje $ABCD$paralelogram. Izraziti vektor položaja $\vec{r}_A$ uzavisnosti od $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$ i $\vec{r}_D$. $\vec{r}_A =$____________

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

* *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku T prodora prave $p: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha : x - y + z = 1$. $\quad T(\quad,\quad,\quad)$.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora uređena četvorka vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$, generatorna trojka (a,b,c) je:
1) uvek baza, **2)** uvek linearno nezavisna, **3)** nikad linearno nezavisna, **4)** nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a,b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: ____________
(b) određen: ____________
(c) 1 puta neodređen: ____________
(d) 2 puta neodređen: ____________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) $\{(0,t,1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0,1-t,t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0,2-t,t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0,0,1),(0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
1) $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0 \ \wedge\ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar α **6)** matrice A i B imaju iste karakteristične korene **7)** $\exists A^{-1} \ \Leftrightarrow\ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  1) $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________ **2)** $V = L(a,b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________
  3) $V = L(a,b,c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________ **4)** $V = L(b,c,d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________
  5) $V = L(b,c,e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________ **6)** $V = L(e,f,g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ ________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju f iz vektorskog prostora V u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** f uvek jeste izomorfizam **2)** f uvek nije izomorfizam **3)** f uvek jeste injektivna **4)** f uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** f bijekcija **2)** V i W su izomorfni
3) $f(V)$ je potprostor od W **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z)$ ________________________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x,y) = ax + bxy + cy$ ________________________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \ f(x,y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ________________________________

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n \neq \emptyset \wedge m \nparallel n)$

KOLOKVIJUM 1 **25.11.2012.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{Z}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
$\leq$: R, S, A, T $\quad$ $<$: R, S, A, T $\quad$ $\equiv_3$ definisana sa $x \equiv_3 y \Leftrightarrow 3|(x-y)$: R, S, A, T

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 2^x$. Tada je: **1)** $f^{-1}(x) = x^2$, **2)** $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$, **3)** $f^{-1}(x) = \log_2 x$, **4)** $f^{-1}(x) = 2^{-x}$, **5)** $f^{-1}(x) = \frac{2}{x}$, **6)** $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x^{-1}$, **7)** $f^{-1}(x) = \log_2 \frac{1}{x}$.

- Ako su P i Q polinomi i $dg(P) = 3$ i $dg(Q) = 4$, tada je $dg(PQ) =$ __________ i $dg(P+Q) =$ __________

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri.
1) $c + ab = (b+c)(a+c)$ **2)** $(ab)' = a' + b'$ **3)** $(aa)' = a' + a'$ **4)** $(a+b)' = a' + b'$
5) $(a+a)' = a' + a'$ **6)** $1 + 1 = 0$ **7)** $1 + a = 0'$ **8)** $1 + a = 1 \cdot a$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom (tj. monoidi):
1) $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **3)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, \cdot)$ **6)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **7)** $(\{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 2 - 2i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $\quad$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\quad$ $\frac{z_2}{z_1} =$ $\quad$ $\arg(z_2) =$ $\quad$ $|z_2| =$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -1 - i\sqrt{3}$:
$Re(z) =$ $\quad$, $Im(z) =$ $\quad$, $|z| =$ $\quad$, $\arg(z) =$ $\quad$, $\overline{z} =$ $\quad$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
$e^{i\pi} =$ $\quad$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $\quad$ $e^{i2k\pi} =$ $\quad$ $2e^{0 \cdot i} =$ $\quad$ $e^{i(2k+1)\pi} =$ $\quad$ $e^{-i\pi} =$ $\quad$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Pri deljenju polinoma $x^5 + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

✳ ✳

- Ako su P i Q polinomi, $P+Q \neq 0$ i $dg(P) = 2$ i $dg(Q) = 2$, tada je $dg(PQ) \in \{ \quad \}$ i $dg(P+Q) \in \{ \qquad \}$

- Ako je $z_1 \neq w$, $z_2 \neq w$, $z_1 \neq 0$ i $z_2 \neq 0$, tada važi:
1) $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2}$ **2)** $\arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w) \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$
3) $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$ **4)** $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w)$
5) Množenjem kompleksnog broja realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
6) Brojevi iz $\mathbb{C}$ koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
7) Množenje broja $z \in \mathbb{C}$ realnim brojem k je homotetija sa centrom $O(0,0)$ i koeficijentom k tj. $H_{O,k}(z)$.

- **1)** $\{z | \arg z > 0\} = \{z | I_m(z) > 0\} \cup \mathbb{R}^-$ **2)** $\{z | \arg z \geq 0\} = \{z | I_m(z) \geq 0\} \setminus \{0\}$
3) $\{z | -\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z | R_e(z) > 0\}$ **4)** $\{z | -\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z | R_e(z) \geq 0\} \setminus \{0\}$
5) $\{z | -\frac{\pi}{2} < \arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z | R_e(z) > 0\} \cup \{xi | x > 0\}$ **6)** $\{z | -\frac{\pi}{2} \leq \arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z | R_e(z) > 0\} \cup \{xi | x < 0\}$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, \cdot)$ u kojoj je e neutralni element, a sa x^{-1} je označen inverzni element od elementa x:
1) $a \cdot e = e$ **2)** $a \cdot x = b \cdot x \Rightarrow a = b$ **3)** $e \cdot e = e$ **4)** $e^{-1} = e$ **5)** $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$ **6)** $a \cdot a = a$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$

- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$ **1)** Ne postoji **2)** je linearni polinom **3)** je konstantni polinom

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
1) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **2)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **3)** $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ **4)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
5) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **6)** $z\overline{z} = |z|^2$ **7)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^2\overline{z}$ **8)** $|z^{-1}| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \arccos(x+1)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = \frac{3\pi}{4}$, $f($_____$) = \frac{\pi}{4}$ i $B =$ _______ , a $f : A \to B$ je:
1) bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ A\longrightarrow B$	$f_i:\ \{1,2\}\longrightarrow B$	$f_i:\ A\overset{1-1}{\longrightarrow}B$	$f_i:\ A\overset{na}{\longrightarrow}B$	$f_i: A\underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}}B$
f_1						
f_2						
f_3						

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Napisati primere konačnog prstena bez jedinice $(A,+,\cdot)$ i beskonačnog prstena bez jedinice $(B,+,\cdot)$.
$A=$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $B=$

- Ako je p polinom stepena 2 nad proizvoljnim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju F, tada je p nad tim poljem F: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ _______, $f($_____$)=0$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}(x)=$ _______, $O=$ _______, $S=$ _______

- Neka je $A=\{1,2\}$ i $B=\{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,
$\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+2)$. Tada je $A=$ _______, $f($__________$)=1$ i $B=$ _______. Funkcija $f:A\to B$ je:
1) bijektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** sirjektivna ali ne injektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Neka je $\{-2,1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\qquad\qquad\}$.

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\mathbb{Z}_7\setminus\{1,3,5\},\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_7\setminus\{1,3,5\},+)$ **3)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **6)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Da li postoji polje nad kojim je polinom t^4+t^2+1 nesvodljiv? DA NE

- Ako je p polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{Q}$, tada je p nad poljem $\mathbb{Q}$:
1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(a+i)=0$, $a\in\mathbb{R}$. Zaokruži tačno: **1)** $x-a+i\,\big|\,f(x)$ **2)** $x-a-i\,\big|\,f(x)$ **3)** $x-e^{ia}\,\Big|\,f(x)$ **4)** $x^2-2ax+a^2+1\,\big|\,f(x)$; **5)** $x^2+2ax+a^2+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2-ax+a^2+1\,\big|\,f(x)$; **6)** $x-e^{-ia}\,\Big|\,f(x)$

- Ako je $A=\{e^{i\varphi}+e^{i\psi}\ |\ \psi,\varphi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **1)** $A\cap B\neq\emptyset$, **2)** $A\subset B$, **3)** $A\subseteq B$, **4)** $A\nsubseteq B$, **5)** $A\supseteq B$, **6)** $A\nsupseteq B$, **7)** $A\supset B$, **8)** $A\cap B=\emptyset$, **9)** $A=B$.

- Neka je $\{i, -i, 1\}$ skup korena polinoma $x^3 + ax^2 + bx + c$. Tada je $a =$ $b =$ $c =$.

KOLOKVIJUM 1 **23.01.2013.**

- Neka tačke $P(1,0,0), Q(0,1,0)$ i $R(0,0,1)$ pripadaju ravni α. Tada je $\overrightarrow{PQ} = (\quad,\quad,\quad)$ i $\overrightarrow{PR} = (\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{P, Q, R\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $x - y = 1 \wedge ax - y = 1$ nad poljem realnih brojeva je: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (-1, 0, 1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ____________ **2)** $|\vec{b}| =$ ____________ **3)** $\vec{a} - 2\vec{b} =$ ____________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ____________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ____________

- Koje od sledećih uređenih n-torki **nisu** generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,-1), (0,4,0), (9,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0), (0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1), (0,1,0), (1,0,0), (1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1), (2,2,2), (3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f(x, y) = (2x, x, y)$, $g(x, y, z) = (x, z)$, $h(x, y) = (x, y)$ i $s(x, y, z) = z$ su:
  $M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

∗ ∗

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & a - 4 \\ -x & + & ay & = & a + 9 \end{array}$$
  1) kontradiktoran: ____________
  2) određen: ____________
  3) 1 puta neodređen: ____________
  4) 2 puta neodređen: ____________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{PQ} =$

- Napisati $\vec{x} = (1, 2, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (0, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$: $\vec{x} =$

- Naći vektor položaja projekcije A' tačke $A(1, 2, 3)$ na pravu p određenu sa $x = 8 \wedge z = 9$: $\vec{r}_{A}' =$

- Naći vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, prodora prave $p: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$ kroz ravan $\alpha: x + y + z = 0$. $\vec{r}_T =$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A, B, C reda 3 i svaki skalar λ:
  1) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$
  5) $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(BA)$ **7)** $A(B + C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Neka su a, b i c proizvoljni **zavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c proizvoljni **nezavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, -a + c - 2b)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c.

- **Ako su** $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ **kolinearni**, tada važi: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\le 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\le 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\big(\vec{a}=\lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a}=\vec{b}\big)$ **10)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2\ne 0$

- **Ako su** $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ **nekomplanarni** tada važi: **1)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\le 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}\ne 0$
5) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $\varphi: V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1,x_1+x_2,x_1+x_2+x_3)$ gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V\to\mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3,5)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{1-1}{\to}\mathbb{N}\cup\{0\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2,3\}$

- Ako je $f(0)=0$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako preslikava vektorski prostor u vektorski prostor

- Neka je $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\ldots,c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V=k$. Tada je
1) $m\le k\le n$ **2)** $n\le k\le m$ **3)** $n\le m\le k$ **4)** $k\le m\le n$ **5)** $k\le n\le m$ **6)** $m\le n\le k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1,2,4)$, $|\overrightarrow{AB}|=3$. Odrediti $\vec{r}_B$ ako je $\vec{a}=(1,2,2)$ i ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_B=$

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x+y=1\}$, **dim** U=_____ **2)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2=0\}$ **dim** U=_____
3) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x\cdot 0=0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x=z+0\}$ **dim** U=_____

- Neka je $a=(0,0,0)$, $b=(1,0,1)$, $c=(1,0,-1)$, $d=(-1,0,1)$, $e=(1,1,1)$, $f=(1,0,0)$, $g=(2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  1) $V=L(a)\ \Rightarrow\ dim(V)=$ __________ **2)** $V=L(a,b)\ \Rightarrow\ dim(V)=$ __________
  3) $V=L(a,b,c)\ \Rightarrow\ dim(V)=$ __________ **4)** $V=L(b,c,d)\ \Rightarrow\ dim(V)=$ __________
  5) $V=L(b,c,e)\ \Rightarrow\ dim(V)=$ __________ **6)** $V=L(e,f,g)\ \Rightarrow\ dim(V)=$ __________

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A$\le n-1$, **3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=n$ **4)** **rang** A$=n\Rightarrow\det A\ne 0$, **5)** **rang** A$=n\Leftarrow\det A\ne 0$, **6)** **rang** A$=n\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Neka su $\mathbf{a_1}=(a_{11},\ldots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2}=(a_{12},\ldots,a_{n2}),\ldots$, $\mathbf{a_n}=(a_{1n},\ldots,a_{nn})$ vektori kolone matrice $A=A_{nn}=[a_{ij}]_{nn}$, neka je $V=\mathrm{Lin}(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots,\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\ldots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a_1}=\ldots=\mathbf{a_n}=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$ **2)** $\dim V=0\Leftrightarrow \textbf{\textit{rang}}\,A=0$ **3)** $\dim V=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}=\ldots=\mathbf{a_n}=0$ **4)** $\dim V=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$ **5)** **rang** $A=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}=\ldots=\mathbf{a_n}=0$ **6)** **rang** $A=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\ldots+\mathbf{a_n}^2=0$

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ i $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ su uvek oblika:
f g h

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog
- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f : V \to V$ sledi da je transformacija f:
  1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f : V \to V$ sledi da je transformacija f:
  1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog
- Za **svaki izomorfizam** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** $n = m$
  4) f je sirjektivna **5)** f je bijektivna **6)** A je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog
- Za **svaki** vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V. Zakruži tačan odgovor DA NE

KOLOKVIJUM 1 **29.01.2013.**

- U skupu $A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}\}$ je data relacija $\subseteq$. Navesti ako postoje (napisati / ako ne postoji):
  najmanji element: , minimalne elemente: ,
  najveći element: , maksimalne elemente: .
- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = x^2 + 1$ i $g(x) = 3x - 1$. Izračunati (napisati / ako ne postoji): **1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(g \circ f)(x) =$
- Napisati $SDNF$ Bulovog izraza $(x' + xy')'$:
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupe:
  1) $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{C}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $(\{1\}, \cdot)$
- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 2 - 2i$ izračunati
  $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$
- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \sqrt{3} - i$:
  $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
  $e^{i\pi} =$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $2e^{0 \cdot i} =$ $e^{-i\pi} =$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$
- Pri deljenju polinoma $x^3 - 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupoidi sa neutralnim elementom:
  1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +)$ **3)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $((0, \infty), \cdot)$
- Koje od navedenih struktura su polja:
  1) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

* *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F, +, \cdot)$:
  1) $a + bc = (a + b)(a + c)$ **2)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid **3)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom **4)** operacija $+$ je komutativna **5)** operacija $\cdot$ je komutativna **6)** $(F, \cdot)$ je grupa

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A = \{5, 6, \cdots, 15\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $D = \{2, 4, 10, 100\}$, $E = \{3^n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{6\}$ u odnosu na relaciju poretka „deli"

	A	B	C	D	E
minimalni					
maksimalni					
najveći					
najmanji					

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 - 1)$. Tada je $A =$ ____________, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna
3) niti injektivna niti sirjektivna **4)** bijektivna

- Za koje vrednosti realnih parametara a i b formula $f(x) = ax^2 + bx$
1) definiše funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________
2) definiše injektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________
3) definiše sirjektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________
4) definiše bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________
5) definiše rastuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________
6) definiše neopadajuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ____________

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **1)** $x + y = (x'y')'$ **2)** $xy = (x' + y')'$
3) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **4)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **5)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **6)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} B$

- Implikacija $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ važi u: **1)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$

- Algebarska struktura $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$ jeste grupa, gde je operacija $\cdot$ množenje po modulu: **1)** 5 **2)** 6 **3)** 7 **4)** 8

- Za funkciju $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ koja preslikava grupu $(\mathbb{R}, +)$ u grupu $((0, \infty), \cdot)$, definisanu sa $f(x) = 2^x$, važi:

1) f je homomorfizam **2)** f je izomorfizam **3)** f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam
4) f^{-1} postoji i f^{-1} je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativni prsteni: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____, $2^{-1} =$ _____, $3^{-1} =$ _____, $-2 =$ _____, $-3 =$ _____.

- Broj rastućih funkcija skupa $\{1, 2\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4\}$ je: ____________ (f je rastuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$). Broj neopadajućih funkcija skupa $\{1, 2, 3\}$ u skup $\{1, 2, 3, 4\}$ je: __________ (f je neopadajuća funkcija akko $x < y \Rightarrow f(x) \le f(y)$).

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = 1$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna
2) sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
1) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **9)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + t + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$ je: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija: $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = -\overline{z}$ je ________________________________

  $g(z) = iI_m(z)$ je ________________________________

  $A = \{z|(z-2)^5 = 2^5\}$ je ________________________________

  $B = \{z|(z\overline{z})^5 = 1\}$ je ________________________________

  $C = \{z|z = -\overline{z}\}$ je ________________________________

  $D = \{z|\,|\arg z| = |\arg \overline{z}|\}$ je ________________________________

  $E = \{z|I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ________________________________

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izračunati: $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 =$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Neka je $\{2, 3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \qquad \}$.

KOLOKVIJUM 2 **29.01.2013.**

- Neka tačke $P(0,0,0)$ i $Q(0,1,0)$ pripadaju ravni α koja je paralelna sa vektorom $(1,1,1)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na ravan α, $\vec{n} = (\quad , \quad , \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad , \quad , \quad , \quad)$, tada jednačina $Ax + By + Cz + D = 0$ jeste jednačina ravni α. $(\forall\, t, s \in \mathbb{R})\ M(t, s, t) \in \alpha$. DA NE

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $ax - ay = a \ \wedge\ -2ax + 2ay = -2a$ nad poljem realnih brojeva je: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (-1, 0, 0)$ i $\vec{b} = (-1, 0, 1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ________ **2)** $|\vec{b}| =$ ________ **3)** $\vec{a} - 2\vec{b} =$ ________ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ________ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ________

- Koje su od sledećih uređenih n-torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,1), (0,1,0), (1,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0), (0,2,0)\big)$ **3)** $\big((1,3,2), (1,1,0), (3,0,4), (1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,0,0), (2,0,0), (3,0,0)\big)$

- $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrica linearne transformacije $f(x, y) = (2y, x - y, 3x + y)$ je:

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

∗ ∗

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{aligned} ax + ay &= a \\ -x + ay &= a \end{aligned}$$
  1) kontradiktoran: ________________
  2) određen: ________________
  3) 1 puta neodređen: ________________
  4) 2 puta neodređen: ________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AC i BP. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AQ} =$

- Napisati $\vec{x} = (0, -2, -1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (0, -1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$: $\vec{x} =$

- Naći vektor položaja projekcije A' tačke $A(1,1,-1)$ na ravan $x+y+z=0$: $\vec{r}_{A'} =$

- Naći vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, prodora prave $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ kroz ravan $\alpha: x+2y-z=0$. $\vec{r}_T =$

- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ je: _______________, a karakteristični koreni λ su $\lambda \in \{ \quad \}$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A, B, C reda **1** i svaki skalar λ:
1) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA+CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B) det(A)$
5) $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(BA)$ **7)** $A(B+C) = BA+CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Neka su a, b i c **proizvoljni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c proizvoljni **nezavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, b+c)$ je:
1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **su nekolinearni ako i samo ako:** **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$**5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su nezavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\big(\vec{a} = \lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a} = \vec{b}\big)$ **10)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **komplanarni ako i samo ako:**
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$
5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3, -x_1 - x_2 - 2x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1,1)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{1-1}{\to} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \overset{na}{\to} \{0, 1\}$

- $(\forall\, x \in \mathbb{R}^5) f(x) = 0$, tada $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste injektivna **5)** jeste sirjektivna **6)** jeste izomorfizam

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ zavisna, a $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = k$. Tada je moguće
1) $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1,1,1)$, $|\overrightarrow{AB}| = 3$ i $|\overrightarrow{BC}| = 9$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{a} = (1,2,2)$, $\vec{b} = (1,4,8)$ i ako su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ istog pravca i smera redom kao i vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{BC}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = y\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 + y^4 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = x\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = y\}$ **dim** U=_____

- Ako je $f : V \to V$ homomorfizam prostora V u samog sebe, tada je: **1)** f mora biti izomorfizam **2)** $dim(V) = dim(f(V))$ **3)** $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ (gde je $\mathbf{0}$ nula-vektor prostora V)

4) za svaku nezavisnu n-torku vektora $(v_1,...,v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1),...,f(v_n)\Big)$ je nezavisna u V

5) za svaku zavisnu n-torku vektora $(v_1,...,v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1),...,f(v_n)\Big)$ je zavisna u V

- Ako je A kvadratna matrica reda 5, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A≤ 4, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$=5$ **4)** **rang** A$=5 \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$=5 \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$=5 \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11},\dots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12},\dots,a_{n2}),\dots$, $\mathbf{a_n} = (a_{1n},\dots,a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je V=Lin$(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots,\mathbf{a_n})$=$\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\dots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a_1} = \dots = \mathbf{a_n} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2+\dots+\mathbf{a_n}^2 = 0$ **2)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{rang}\, A = 0$ **3)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \dots = \mathbf{a_n} = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2+\dots+\mathbf{a_n}^2 = 0$ **5)** **rang** $A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1} = \dots = \mathbf{a_n} = 0$ **6)** **rang** $A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a_1}^2+\dots+\mathbf{a_n}^2 = 0$

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^2$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3$ i $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ su uvek oblika:
f g h

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^5\to\mathbb{R}^4$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^5$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za vektorski prostor $\mathbb{R}^5$ i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}^5\to\mathbb{R}^5$ sledi da je transformacija f:
1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f:V\to V$ sledi da je f:
1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Za **svaki izomorfizam** $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** $n=m$
4) f je sirjektivna **5)** f je bijektivna **6)** A je regularna **7)** $\det A\neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor $\mathbb{R}^n$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $\mathbb{R}^n$. Zaokruži tačan odgovor DA NE

- Ako je A regularna kvadratna matrica i $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$, tada važi: **1)** $(\alpha A)^{-1} = \frac{1}{\alpha}A^{-1}$ **2)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha A^{-1}$ **3)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha\frac{1}{\det A}A^{-1}$ **4)** $(\alpha A)^{-1} = A^{-1}\alpha$ **5)** $(\alpha A)^{-1} = A^{-1}\alpha^{-1}$ **6)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha^{-1}A^{-1}$

KOLOKVIJUM 1 **10.02.2013.**

- U skupu $A = \Big\{\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2,3\}\Big\}$ je data relacija $\subseteq$. Navesti ako postoje (napisati / ako ne postoji):
najmanji element: , minimalne elemente: ,
najveći element: , maksimalne elemente: .

- Neka su $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=\sqrt{x}$ i $g(x)=\ln x$. Izračunati (napisati / ako ne postoji): **1)** $f^{-1}(x) =\ ,\ x\in$ **2)** $g^{-1}(x) =\ ,\ x\in$ **3)** $(f\circ g)(x) =\ ,\ x\in$ **4)** $(g\circ f)(x) =\ ,\ x\in$

- Napisati $SDNF$ Bulovog izraza $(x'y+xy+xy')'$:

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupoidi:
1) $(\mathbb{Z},+)$ **2)** $(\{-1,0,1\},+)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{C}\setminus\{0\},+)$ **5)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **6)** $(\{1\},\cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1+i$ i $z_2 = -2i$ izračunati
$z_1+z_2 =$ $z_1\cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Koreni (nule) polinoma x^2+i su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -i\sqrt{3}$:
$Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$.

- Pri deljenju polinoma x^4-1 sa x^2+x+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupe:
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +)$ **3)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_4, +)$ **5)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su polja:
1) $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$

✻ ✻

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
1) $z\overline{z} = |z|^2$ **2)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **3)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **4)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **5)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ **6)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **7)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **8)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **9)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Izračunati: **1)** $\arg(-13i) =$ **2)** $\arg(6) =$ **3)** $\arg(-9) =$ **4)** $\arg(2i) =$
5) $\arg(-1+i) =$ **6)** $\arg(-1+i\sqrt{3}) =$ **7)** $\arg(0) =$

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_3, +)$ i $(\mathbb{Z}_3, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

$+$	0	1	2
0			
1			
2			

$\cdot$	0	1	2
0			
1			
2			

$-0 =$, $-1 =$, $-2 =$ $1^{-1} =$, $2^{-1} =$, $(2+2^3)^{-1} =$
$((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$, $(2+2^3)^2 =$.

- Da li je $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (4,1), (3,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1,2,3,4,5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti minimalne: , maksimalne: ,
najveći: i najmanji: element.

- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, a $\measuredangle wuz =$ __________

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, 3x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x,y) | x + y = 0, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x,x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x,y) | x, y \in \mathbb{N}, xy < 4\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T

- Neka je $A = \{1,2,3,4\}$ i $B = \{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e^{-1})$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = -1$ i $B =$ _______.
Funkcija $f : A \to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
1) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **9)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za c je $c \in \{$ $\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.
$f(z) = \overline{z} e^{i2\arg(z)}$ je ______
$g(z) = -zi$ je ______
$h(z) = z + i$ je ______
$t(z) = -\overline{z}$ je ______
$A = \{z | (z - i)^3 = i\}$ je ______
$B = \{z | |z|^{2010} = 1\}$ je ______
$C = \{z | |z - i|^3 = i\}$ je ______
$D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______

- Za koje vrednosti realnih parametara a, b i c formula $f(x) = a^2 e^{bx} + c^2$
1) definiše funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ______
2) definiše injektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ______
3) definiše sirjektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ______
4) definiše bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ______
5) definiše rastuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ______
6) definiše neopadajuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ______

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **1)** $x + y = (x'y')'$ **2)** $xy = (x' + y')'$ **3)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **4)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **5)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **6)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} B$

KOLOKVIJUM 2 **10.02.2013.**

- Neka tačke $P(0, 0, 0)$ i $Q(1, 1, 1)$ pripadaju ravni α koja je paralelna sa vektorom $(1, 1, -1)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na ravan α, $\vec{n} = (\quad , \quad , \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad , \quad , \quad , \quad)$, tada jednačina $Ax + By + Cz + D = 0$ jeste jednačina ravni α. $(\forall t, s \in \mathbb{R})\ M(t, s, t) \in \alpha$. DA NE

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax - ay = a \ \wedge \ ax + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je:
1) dvostruko neodređen: **2)** jednostruko neodređen: **3)** određen: **4)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$ $\qquad \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 9 & -8 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su linearno NEZAVISNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$
5) $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&3&1&0\\0&0&2&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&3&1\\0&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&2\\\frac{1}{2}&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&1\\1&0\\1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}3&1&3\\3&0&3\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&1&1\\0&2&0\\2&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&-1&0\end{bmatrix}$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$, $f(x)=(2x,3x)$ i $g,h,r,s:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $g(x,y,z)=(y,x+z)$, $h(x,y,z)=(x-y,0)$, $r(x,y,z)=(z,y)$, $s(x,y,z)=(x-y-z,z-x-y)$ i $p(x,y,z)=(0,0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f=$ $M_g=$ $M_h=$ $M_r=$ $M_s=$ $M_p=$

- Za vektore $\vec{a}=(1,1,-3)$ i $\vec{b}=(-3,-3,9)$ važi: **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala. Tada u zavisnosti od $\vec{r}_D$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektor položaja tačke C : $\vec{r}_C=$

* *

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} x&+&ay&=&a\\ -x&+&ay&=&a\end{array}$$
1) kontradiktoran: ________
2) određen: ________
3) 1 puta neodređen: ________
4) 2 puta neodređen: ________

- Ako je A regularna kvadratna matrica i $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$, tada važi: **1)** $(\alpha A)^{-1}=\frac{1}{\alpha}A^{-1}$ **2)** $(\alpha A)^{-1}=\alpha A^{-1}$ **3)** $(\alpha A)^{-1}=\alpha\frac{1}{\det A}A^{-1}$ **4)** $(\alpha A)^{-1}=A^{-1}\alpha$ **5)** $(\alpha A)^{-1}=A^{-1}\alpha^{-1}$ **6)** $(\alpha A)^{-1}=\alpha^{-1}A^{-1}$

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AC i BP. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{BD}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AQ}=$

- Napisati $\vec{x}=(4,1,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,0,-1)$, $\vec{b}=(0,-1,1)$ i $\vec{c}=(1,1,1)$: $\vec{x}=$

- Naći vektor položaja projekcije A' tačke $A(1,1,-1)$ na ravan $x+y+2z=0$: $\vec{r}_{A'}=$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix}-1&2\\4&1\end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$

- Da li je $|(a\vec{b}+b\vec{a})\times(a\vec{b}-b\vec{a})|=|a\vec{b}+b\vec{a}|\cdot|a\vec{b}-b\vec{a}|$? DA NE (Napomena $|\vec{a}|=a$ i $|\vec{b}|=b$)

- Za vektorski prostor $\mathbb{R}^5$ i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}^5\to\mathbb{R}^5$ sledi da je transformacija f:
1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f:V\to V$ sledi da je f:
1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ nekolinearni vektori, da li je $|(a\vec{b}+b\vec{a})\times(a\vec{b}-b\vec{a})|=|a\vec{b}+b\vec{a}|\cdot|a\vec{b}-b\vec{a}|$? DA NE (Napomena $|\vec{a}|=a$ i $|\vec{b}|=b$)

- Za koje vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ navedene funkcija je linearne transformacija i ako jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z)=(x\sin(a+b)-y-z,y)$ ________

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **su kolinearni ako :** **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$**5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \le 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su nezavisni **7)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\, \vec{a} = \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\big(\vec{a} = \lambda\vec{b} \,\vee\, \lambda\vec{a} = \vec{b}\big)$ **10)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\, \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \,\wedge\, \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni ako i samo ako:**
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \le 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$
5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\, \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \,\wedge\, \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3, -x_1 - x_2 - x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- $(\forall\, x \in \mathbb{R}) f(x) = 0$, tada $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^5$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste injektivna **5)** jeste sirjektivna **6)** jeste izomorfizam

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ zavisna, a $(c_1, c_2, \ldots, c_k)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = n$. Tada je moguće
1) $m \le k \le n$ **2)** $n \le k \le m$ **3)** $n \le m \le k$ **4)** $k \le m \le n$ **5)** $k \le n \le m$ **6)** $m \le n \le k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1,1,1)$, $|\overrightarrow{AB}| = 3$ i $|\overrightarrow{BC}| = 9$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{a} = (1,2,2)$, $\vec{b} = (1,4,8)$ i ako su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ istog pravca i suprotnog smera redom sa vektorima $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{BC}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = y + x\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 4\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = 1\}$ **dim** U=_____

- Ako je $f : V \to V$ izomorfizam prostora V u samog sebe, tada je: **1)** f mora biti homomorfizam **2)** $dim(V) = dim(f(V))$ **3)** $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ (gde je $\mathbf{0}$ nula-vektor prostora V)
4) za svaku nezavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\big(f(v_1), ..., f(v_n)\big)$ je nezavisna u V
5) za svaku zavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\big(f(v_1), ..., f(v_n)\big)$ je zavisna u V

- Ako je A kvadratna matrica reda 4, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A≤ 3, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 4$ **4)** **rang** A$= 4 \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$= 4 \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= 4 \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ i $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ su uvek oblika:
f g h

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **neki izomorfizam** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** f je sirjektivna **4)** f je bijektivna **5)** A je regularna **6)** $\det A \neq 0$ **7)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor $\mathbb{R}^n$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $\mathbb{R}^n$. Zaokruži tačan odgovor DA NE

KOLOKVIJUM 1 **28.03.2013.**

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=3^x$ i $g(x)=\sqrt[5]{3-x}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x)=$
b) $g^{-1}(x)=$ **c)**$(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$ **d)** $(g\circ f)(x)=$ **e)** $(g\circ f)^{-1}(x)=$

- Za kompleksne brojeve $z_1=1-i^5$ i $z_2=1-i^3$ izračunati
$z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1+z_2|=$

- Pri delenju polinoma $x^3-6x^2+12x-7$ sa $x-1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ________________, a ostatak je ________________.

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},\cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}\setminus\{0\},+)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

- Za relaciju poretka $\subseteq$ skupa $\mathcal{A}=\{A,B,C,D\}$, gde je $A=\{a,b\},B=\{b,c\},C=\{a,b,c\},D=\{a,c\}$ i navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
1) $(a')'=a$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- Koreni (nule) polinoma x^2-i su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=1-i\sqrt{3}$:
$Re(z)=$, $Im(z)=$, $|z|=$, $\arg(z)=$, $\overline{z}=$.

* *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom domenu integriteta $(F,+,\cdot)$:
1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(F,+)$ je grupa **3)** $(F,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

- Funkcija $f:(2,\infty)\longrightarrow(-\infty,0]$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{-2+x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ ______

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x+2}{x-1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{2}{x^5}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=$, $(f\circ f)(x)=$, $f(x+1)=$, $f(\frac{1}{x})=$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e)$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=1$, $f($______$)=0$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je:
a) bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\middle| f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\right)$
3) $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.
$f(z)=\overline{z}e^{i\arg(z)}$ je ____
$g(z)=-\bar{z}i$ je ____

$h(z) = z \cdot i$ je ______

$t(z) = -\overline{z}$ je ______

$A = \{z \in \mathbb{C} \,|\, (z-i)^2 = i\}$ je ______

$B = \{z \in \mathbb{C} \,|\, |z|^{2012} = 1\}$ je ______

$C = \{z \in \mathbb{C} \,|\, |z-i|^2 = i\}$ je ______

$D = \{z \in \mathbb{C} \,|\, \overline{z}e^{i\arg(z)} = |z|$ je ______

- Neka su $z_1 = -1-i$, $z_2 = 3+2i$ i $z_3 = i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_2z_3z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2z_3z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- U skupu $\mathbb{Z} = \{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x,x+1)|x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_2 = \{(x,y)|x+y > 0, x,y \in \mathbb{Z}\}$,
$\rho_3 = \{(x,|x|)|x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_4 = \{(x,y)|x,y \in \mathbb{Z}, x > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x,2x)|x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$, $\rho_7 = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T ρ_7 : R S A T

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\},+,\circ\right)$, **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$
4) $(\mathbb{R} \setminus \{0\},\cdot,+)$ **5)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **9)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Neka je $\{1,-3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a,b,c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{$ $\}$, za b je $b \in \{$ $\}$ i za c je $c \in \{$ $\}$.

- Neka je $A = \{1,2,3\}$ i $B = \{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f|f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
2) $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$**6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$
7) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1,2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0,2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0,1,2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k \in \mathbb{Z}\},+,\cdot)$
3) $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\},+,\cdot,',0,1)$.
1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\; x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
1) $(\{z \in \mathbb{C}|Im(z) = Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **5)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\},\cdot)$

- Prsteni koji nisu domeni integriteta su: **1)** $(\{2k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **5)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **10)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^2+2t+1 svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i}{\sqrt{2}})=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-e^{-i\frac{\pi}{4}}\,\big|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\frac{\pi}{4}}\,\big|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\frac{\pi}{4}|}\,\big|\,f(x)$ **d)** $x^2-x\sqrt{2}+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-2x\sqrt{2}+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2+x\sqrt{2}+1\,\big|\,f(x)$; **g)** $x^2-x\sqrt{2}+\sqrt{2}\,\big|\,f(x)$

- Ako je $A=\{e^{i\psi}-e^{i\varphi}\ |\ \psi,\varphi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$, **c)** $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Ako je $|z|=1$ tada je: **1)** $z=\overline{z}$ **2)** $\arg z=\arg\overline{z}$ **3)** $z^{-1}=z$ **4)** $|z|=|\overline{z}|$ **5)** $z^{-1}=\overline{z}$ **6)** $|\arg z|=|\arg\overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **28.03.2013.**

- Neka tačke $M(1,0,0),N(0,0,1)$ i $P(0,1,0)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{NM}=(\quad,\quad,\quad)$ i vektor $\overrightarrow{NP}=(\quad,\quad,\quad)$. Izračunati vektor $\overrightarrow{NP}\times\overrightarrow{NM}=$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $Q\in\alpha$ i $Q\notin\{M,N,P\}$, $Q(\quad,\quad,\quad)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a\in\mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{ccccc} ax & + & ay & = & -1 \\ ax & + & y & = & 1 \end{array}$$
(a) kontradiktoran: ________________
(b) određen: ________________
(c) neodređen: ________________

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}=$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}=$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}=$

- Za vektore $\vec{a}=(1,0,-1)$ i $\vec{b}=(0,1,-1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ ________ **2)** $|\vec{b}|=$ ________ **3)** $3\vec{a}-\vec{b}=$ ________ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ________ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ________ **6)** $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=$ ________

- Koje od sledećih uređenih n-torki su zavisne za $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$: **1)** $\Big((9,0,0)\Big)$ **2)** $\Big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ **4)** $\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$ **5)** $\Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x)=3x$, $g(x,y,z)=2x-z$, $h(x,y)=(x,y)$ i $s(x,y,z)=x-z$ su:

$M_f=$ $\qquad$ $M_g=$ $\qquad$ $M_h=$ $\qquad$ $M_s=$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

∗ ∗

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{ccccc} ax & + & ay & = & a \\ ax & - & ay & = & a \end{array}$$
1) kontradiktoran: ________________
2) određen: ________________
3) 1 puta neodređen: ________________
4) 2 puta neodređen: ________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i AB. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{DQ}+\overrightarrow{DP}=$

- Izraziti vektor $\vec{x}=(2,2,2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,0,1)$, $\vec{b}=(1,1,0)$ i $\vec{c}=(0,1,1)$:

$\vec{x}=$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4,\mathbb{R},+,\cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R},\mathbb{R},+,\cdot)$, par vektora (a,b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A=[a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij}\in\mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
1) $|det(A)|=\lambda|det(A')|$ za neko $\lambda\in\mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(A')$ **3)** $A\cdot A'=I$ **4)** $\det A\neq 0\Leftrightarrow \det A'\neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A,B,C reda **3** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda\in\mathbb{R}$:
1) $\det(AB)=\det(A)+\det(B)$ **2)** $(B+C)A=BA+CA$ **3)** $\det(\lambda A)=\lambda^3\det(A)$ **4)** $\det(AB)=\det(B)det(A)$
5) $(AB)^2=A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB)=\mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C)=BA+CA$ **8)** $A(BC)=(AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a) $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x}=0$ **b)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a}=0$ **c)** $(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\times\vec{x}=0$ **d)** $(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\times\vec{a}=0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su a,b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c,b+c,b-c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Neka su a,b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c,a+b,a-b+2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ su **kolinearni** ako je: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
3) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\leq 2$ **5)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}\neq\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})\ \left(\vec{a}\neq\lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a}\neq\vec{b}\right)$ **10)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2=0$

- Neka je $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3)=\vec{m}\cdot\vec{x}$, gde je $\vec{m}=\vec{i}$. Za funkciju $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ važi da je :
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** $f\circ f=f$ **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\to}\mathbb{R}$ i svako $x,y,\lambda,v\in\mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$ **2)** $f(0)=0$
3) $f(xy)=yx$ **4)** $f(xy)=y\,f(x)$ **5)** $f(x)=ax+0$ za neko $a\in\mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda-v)=2f(\lambda)-f(v)$

- Neka je $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1,x_2,x_3)$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det:\mathcal{M}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $\det:\mathcal{M}\overset{1-1}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **3)** $\det:\mathcal{M}\overset{na}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **4)** $\det:\mathcal{M}\underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}\mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Ako je $f(x+y)=f(x)+f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x)=\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\ldots,c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V=4$. Tada je
1) $m\leq 4\leq n$ **2)** $n\leq 4\leq m$ **3)** $n\leq m\leq 4$ **4)** $4\leq m\leq n$ **5)** $4\leq n\leq m$ **6)** $m\leq n\leq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}|=2$ i $|\overrightarrow{BC}|=3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB}=6\vec{a}$ i $\overrightarrow{BC}=-7\vec{b}$. $\vec{r}_C=$

- Za **neki izomorfizam** $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1}
3) f je sirjektivna **4)** f je bijektivna **5)** A je regularna **6)** $\det A\neq 0$ **7)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** U=_____ **3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** U=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **komplanarni** ako je:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$
5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftrightarrow$ **rang** A$\leq n-1$, **3)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= n$ **4)** **rang** A$= n \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$= n \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= n \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f g h F G

KOLOKVIJUM 1 **22.06.2013.**

- Klase relacije ekvivalencije $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(2,3),(3,2),(1,4),(4,1)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4,5\}$ su:

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & b & d \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix}$, $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix}$.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 7$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ **3)** $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ **4)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ **5)** $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$, $f(x) = e^{-x}$ **6)** $f : (\frac{\pi}{2}, \pi) \to (0, 1)$, $f(x) = \sin x$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativni grupoidi.
1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $a' + a' = a'$ **2)** $a + a' = a$ **3)** $a + 1 = a$ **4)** $1 \cdot 0 = 1'$ **5)** $a + b = (ab)'$ **6)** $a \cdot b = (a' + b')'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 2i$ i $z_2 = 2 - 2i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Pri delenju polinoma x^3+1 sa x^2+x+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je ________________, a ostatak je ________________.

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\right)$
3) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su prsteni:
1) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(F, +, \cdot)$:
1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid **3)** $(F, \cdot)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom **4)** operacija $+$ je komutativna **5)** operacija $\cdot$ je komutativna **6)** $(F, \cdot)$ je grupa

* *

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,3)\}$ skupa $A = \{1,2,3\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Izračunati broj svih relacija skupa $\{1,2\}$ koje su:

1) relacije poretka , **2)** bez ograničenja , **3)** simetrične , **4)** tranzitivne .

- U skupu $\mathbb{N} = \{1,2,\dots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x,x+1)|x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x,y)|x+y = 2013, x,y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x,x)|x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x,y)|x,y \in \mathbb{N}, y > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x,2x)|x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T ρ_6 : R S A T

- Neka je f funkcija definisana sa $f = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{smallmatrix}\right)$. Tada je

$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$. Da li je $(\{f^{-1}, f \circ f, f \circ f^{-1}\}, \circ)$ grupa" DA NE

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xy = (x+y)'$ **4)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
5) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **6)** $x = xy + xy'$ **7)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom:

1) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N}, +)$ **4)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0,\infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0,1), \cdot)$ **8)** $(\{-1,1\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su domeni integriteta. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **4)** $\big((0,\infty), +, \cdot\big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$
8) $(\{-1,1\}, +, \cdot)$ **9)** $(M_{2\times 2}, +, \cdot)$, gde je $M_{2\times 2}$ skup svih matrica formata 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i}$ je ____________________
$g(z) = -\frac{|z|^2}{z}$ je ____________________
$A = \{z |\ \arg z = -\arg \overline{z}\}$ je ____________________
$B = \{z |\ |\overline{z} i| = 1\}$ je ____________________
$C = \{z |\ |z - 2| = |z + 1 - i|\}$ je ____________________

- Proveriti koje od sledećih ekvivalencija i implikacija su tačne za svaki kompleksni broj z:

1) $-\frac{\pi}{2} \le \arg z \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \ge 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \le \arg z \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \big(R_e(z) \ge 0 \wedge z \ne 0\big)$
3) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \le 0$ **5)** $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \le 0$

- Neka je $z = 2 + 2i$, $w = -3 - i$ i $u = -1 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________,
$\measuredangle zuw =$ __________, a $\measuredangle wuz =$ __________

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{ \quad \}$

- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: $\{ \quad \}$

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{C}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{C}$: _

- Neka je $\{-1,1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\qquad\qquad\}$.

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ ______, $f($_____$)=0$ i $B=$ ______. Funkcija $f:A\to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
4) bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ ______, $O=$ ______, $S=$ ______

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,
$\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{4}})=0$. Zaokruži tačno: **1)** $x-e^{-i\frac{\pi}{4}}\mid f(x)$ **2)** $x-e^{i\frac{\pi}{4}}\mid f(x)$
3) $x^2-x\sqrt{2}+1\mid f(x)$; **4)** $x^2-x\frac{\sqrt{2}}{2}+1\mid f(x)$; **5)** $x^2+x\sqrt{2}+1\mid f(x)$; **6)** $x^2+x\frac{\sqrt{2}}{2}+1\mid f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **1)** $A\cap B\neq\emptyset$, **2)** $A\subset B$, **3)** $A\subseteq B$, **4)** $A\nsubseteq B$, **5)** $A\supseteq B$, **6)** $A\nsupseteq B$, **7)** $A\supset B$, **8)** $A\cap B=\emptyset$, **9)** $A=B$.

KOLOKVIJUM 2 **22.06.2013.**

- Za ravan $\alpha:\ 2y-5z=1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x+y+z=a\ \wedge\ ax+ay+az=1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(1,1,-3)$ i $\vec{b}=(-2,-2,6)$ važi: **1)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$

- Koje su od sledećih uređenih n-torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$
2) $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix}1&0\\1&0\\-1&2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&-1&0\\2&0&2\end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{vmatrix}1&2&0\\1&1&0\\2&-1&1\end{vmatrix}=$ $\qquad\begin{bmatrix}8&-7\\9&-8\end{bmatrix}^{-1}=$

- Ako je $\vec{a}=(0,1,-3)$ i $\vec{b}=(-1,1,2)$, tada je $\vec{a}\vec{b}=$, $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=$, $\vec{a}\times\vec{b}=$

- Matrice linearnih transformacija $f(x,y,z)=x+y+z$ i $g(x,y,z)=x$ su:

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&3&1&0\\0&0&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&3&2\\0&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&1\\1&-1\\-1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&1&1\\0&1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&2&1\\0&2&0\\2&0&2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\-1&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$

✳ ✳

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl}x&+&by&=&0\\ax&-&by&=&b\end{array}$
1) kontradiktoran: __________
2) određen: __________
3) 1 puta neodređen: __________
4) 2 puta neodređen: __________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla ACD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{AT} =$

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$
  4) $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \vee \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora $(\vec{a}, \vec{b})$ je:
  1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $(1,1,1)$ na pravu $p: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. $\vec{r}_T =$

- Vektri $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su nekomplanarni ako i samo ako:
  a) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **b) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **c) rang** $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **d)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$
  e) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **f)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **g)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **h)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nezavisna.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a, b, \vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ generatorna za V. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
  1) $det(A) = det(A')$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar α

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
  1) $det(A + B) = det(A) + det(B)$ **2)** $det(\lambda A) = \lambda det(A)$ **3)** $det(AB) = det(A)det(B)$
  4) $rang(A + B) = rang(A) + rang(B)$ **5)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$ **6)** $A(BC) = (AB)C$
  7) $A(B + C) = AB + AC$ **8)** $AB = BA$ **9)** $A + B = B + A$

- Za svaku linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$
  4) $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\, f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda, v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (x \sin(a + b) - y - z, y)$ ________________

  $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y) = ((a - bx)y, x + ab)$ ________________

  $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = ax + bxy + cy$ ________________

- Ako je $f(0)=0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
1) $det(A)=det(A')$ **2)** $Rang(A)=Rang(A')$ **3)** $A\cdot A'=I$ **4)** $A=\alpha A'$ za neki skalar α

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^3$ je potprostor prostora $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$:
1) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x+y=0,2x-3y=z\}$ **2)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x+y=1,y=0\}$
3) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x+y=0,xy=0\}$ **4)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x+z^2=0\}$

- Neka su $a=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{bmatrix}$, $n=\begin{bmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{bmatrix}$, $x=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $a^\top n=0\Rightarrow a\perp n$ **2)** $na=an$ **3)** $n^\top a=a^\top n$ **4)** $(n^\top x)a=(an^\top)x$ **5)** $(n^\top a)x=(xn^\top)a$ **6)** $(n^\top x)a=n^\top(xa)$
Napomena: $(\forall\lambda\in\mathbb{R})$ $[\lambda]\cdot A\stackrel{def}{=}\lambda\cdot A=\lambda\,A$, za svaku matricu A.

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V,F,+,\cdot)$:
1) $(\forall x,y\in V)(\forall\alpha\in F)\ \alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$ **2)** $(\forall x\in V)\ 1\cdot x=x$ **3)** $\forall x,y\in V,\ x+y=y+x$
4) $(\forall x\in V)(\forall\alpha,\beta\in F)\ (\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x$ **5)** $(\forall x\in V)(\forall\alpha\in F)(\exists y\in V)\ \alpha y=x$
6) $(\forall x\in V)(\forall\alpha\in F)\ (-\alpha)x=-(\alpha x)$ **7)** $(\forall x\in V)\ 0\cdot x=0$

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

KOLOKVIJUM 1 **09.07.2013.**

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $A=\{\{a,b\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{1}{x-2}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=$ $(f\circ f)(x)=$ $f(x+1)=$ $f(\frac{1}{x})=$

- Za kompleksne brojeve $z_1=2+3i$ i $z_2=1-5i$ izračunati
$z_1+z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_2|=$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F,+,\cdot)$:
1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(F,\cdot)$ je asocijativni grupoid **3)** $(F,\cdot)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom **4)** operacija $+$ je komutativna **5)** operacija $\cdot$ je komutativna **6)** $(F,\cdot)$ je grupa

- Koje od navedenih struktura su komutativni prsteni:
1) $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_5,+,\cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koja su grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\mathbb{R},+)$ **3)** $(\mathbb{N},+)$ **4)** $(\mathbb{Q},+)$ **5)** $(\mathbb{I},+)$ (gde je $\mathbb{I}$ skup iracionalnih brojeva) **6)** $(\{f\mid f:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\}\},\circ)$

- Svodljiv polinom polinom nad poljem realnih brojeva može biti stepena: 0 1 2 3 4

* *

- U skupu $\{a,b,c,d\}$, broj relacija koje su istovremeno i simetrične i antisimetrične je:

- Broj svih simetričnih relacija skupa $\{a,b\}$ je:

- U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,y)|x\in\mathbb{R},\ y\in\{x-1,x,x+1\}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x\geq 0\ \wedge\ y\geq 0\}$, $\rho_3=\{(x,y)|y\geq x^2\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},\ x\leq y\}$, $\rho_5=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 1\}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T

- Ako je $A = \{1,2,3\}$ i $B = \{1,2,3,4\}$, tada je
  $|\{f | f : A \to B \ \wedge \ f \text{je rastuća}\}| =$

- $f_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $f_2 = \{(x, x-1) | x \in \mathbb{N}\}$, $f_3 = \{(x-1, x) | x \in \mathbb{N}\}$, i $f_4 = \{(x+1, x) | x \in \mathbb{N}\}$.
  Svako polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$	$f_i : \mathbb{N} \setminus \{1\} \to \mathbb{N}$	$f_i : \mathbb{N} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N}$	$f_i : \mathbb{N} \xrightarrow{na} \mathbb{N}$	$f : \mathbb{N} \cup \{0\} \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} \mathbb{N}$
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = e^{|2-x|}$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = e$ i $B =$ _______. Funkcija $f : A \to B$ je:
  a) sirjektivna ali ne injektivna **b)** injektivna ali ne sirjektivna
  c) niti injektivna niti sirjektivna **d)** bijektivna

- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$, broj rešenja sistema jednačina $x + a = 1 \ \wedge \ xa = 0$, po nepoznatoj x, u zavisnosti od $a \in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja): 0 1 2 ∞

- Za svaku injektivnu funkciju f postoje skupovi A i B, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
  1) uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada je $f : S \to S$ sirjekcija. DA NE

- Napisati jedan izomorfizam $\varphi : D_6 \to \mathcal{P}(\{a,b\})$ iz Bulove algebre $(D_6, NZS, NZD, \frac{6}{x}, 1, 6)$ u $(\mathcal{P}(\{a,b\}), \cup, \cap, \overline{\ }, \emptyset, \{a,b\})$: $\varphi =$

- Napisati sve proste implikante Bulove funkcije $f(x,y,z) = xz + xy' + y'z$:

- U Bulovoj algebri, iz $a + 1 = a'$ sledi $a =$ __________.

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su grupe: **1)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cup)$
  3) $(\{ai | a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\{ai | a \in \mathbb{R}\}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **6)** $(\{f | f : \mathbb{N} \underset{1\text{-}1}{\overset{na}{\to}} \mathbb{N}\}, \circ)$ **7)** $(\{-1,1\}, \cdot)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **a)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}, \cdot, +)$ **c)** $(\mathbb{Q}^+, +, \cdot)$
  d) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **f)** $(\mathbb{Z}_4 \setminus \{0\}, +, \cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **h)** $(V, +, \times)$, gde je V skup slobodnih vektora
  i) $(V, +, \cdot)$, gde je V skup slobodnih vektora **j)** $(\{e^{i\theta} | \theta \in \mathbb{R}\}, +, \cdot)$ **k)** $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ **l)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Neka su $p(x) = 2x + 1$ i $q(x) = x^2 + 2$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_7$ i $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_7[x]/p, +, \cdot)$ i $\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_7[x]/q, +, \cdot)$.
  Tada su polja: **a)** Samo $\mathcal{A}$ **b)** Samo $\mathcal{B}$ **c)** $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ **d)** Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
  $f(z) = 5 + iI_m(z)$ je ______________________________
  $g(z) = -\overline{z}$ je ______________________________
  $C = \{z | \overline{z\overline{z}} = 4\}$ je ______________________________
  $D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______________________________
  $E = \{z | I_m(z) = R_e(z)\}$ je ______________________________

- Navesti 4 beskonačna polja:

- U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $3(2^3+5)^{-1}+6=$ ______________

- U polju $\mathbb{Z}_5$, skup rešenja po $x \in \mathbb{Z}_5$ jednačine $x^2+4(x^{-1}+2x+1)=3$ je ______________________________

- Ako je $|z|=1$ tada je: **1)** $z=\overline{z}$ **2)** $\arg z=\arg\overline{z}$ **3)** $z^{-1}=z$ **4)** $|z|=|\overline{z}|$ **5)** $z^{-1}=\overline{z}$ **6)** $|\arg z|=|\arg\overline{z}|$

- **1)** $\arg z \geq 0 \ \Leftrightarrow\ \Big(I_m(z)\geq 0 \wedge z\neq 0\Big)$ **2)** $\arg z \geq 0 \ \Leftrightarrow\ \Big(R_e(z)\geq 0 \wedge z\neq 0\Big)$
  3) $|z|>1 \ \Rightarrow\ |\arg(z)|=|\arg(\overline{z})|$ **4)** $|z|=1 \ \Rightarrow\ z\overline{z}=|z|$

- $\arg(e^{i\frac{\pi}{6}}-e^{-i\frac{\pi}{6}})=$ ______, $|e^{i\frac{\pi}{6}}-e^{-i\frac{\pi}{6}}|=$ ______, $R_e(e^{i\frac{\pi}{6}}-e^{-i\frac{\pi}{6}})=$ ______, $I_m(e^{i\frac{\pi}{6}}-e^{-i\frac{\pi}{6}})=$ ______.

KOLOKVIJUM 2 **09.07.2013.**

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
  1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je p prava čija je jednačina $x-1=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p:
  $\vec{p}=(\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne tačke prave p: $(\quad,\quad,\quad)$.

- Ako je $\vec{a}=(-1,1,0)$ i $\vec{b}=(0,-1,1)$, tada je: **1)** $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b}=$ **4)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora (a,b,c,d) je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
  1) $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **2)** $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ **3)** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **4)** $\vec{a}\not\perp\vec{b}$ **5)** $\vec{a}=\vec{0}\ \vee\ \vec{b}=\vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((1,0,0),(0,1,0)\Big)$
  2) $\Big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0)\Big)$ **4)** $\Big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\Big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f:\mathbb{R}^2\rightarrow\mathbb{R}^2$, $f(x,y)=(x+2y,x-3y)$ i $g:\mathbb{R}^3\rightarrow\mathbb{R}^2$, $g(x,y,z)=(x,z)$ su: ✳✳

- Neka je $\psi:\mathbb{R}^3\rightarrow V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3)=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})=\vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi:\mathbb{R}^3\rightarrow V$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $(1,1,1)$ na pravu $p: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. $\vec{r}_T =$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: __________
(b) određen: __________
(c) 1 puta neodređen: __________
(d) 2 puta neodređen: __________

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **2)** $\{(0, 1-t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, **4)** $\{(0,0,1), (0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **2)** $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ **3)** $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **5)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ **7)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
1) $det(A) = det(B)$ **2)** $det(A) \neq 0\ \wedge\ det(B) \neq 0$ **3)** $Rang(A) = Rang(B)$ **4)** $A \cdot B = I$ **5)** $A = \alpha B$ za neki skalar α **6)** matrice A i B imaju iste karakteristične korene **7)** $\exists A^{-1}\ \Leftrightarrow\ \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $det(AB) = det(A) + det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je:
1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
1) $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a, b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
3) $V = L(a, b, c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b, c, d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
5) $V = L(b, c, e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e, f, g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$

- Ako za funkciju f iz vektorskog prostora V u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: **1)** f uvek jeste izomorfizam **2)** f uvek nije izomorfizam **3)** f uvek jeste injektivna **4)** f uvek jeste sirjektivna **5)** ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: **1)** f bijekcija **2)** V i W su izomorfni
3) $f(V)$ je potprostor od W **4)** $dim(V) \leq dim(W)$ **5)** $dim(V) \geq dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$
3) $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x, y, z) = (ax + y^b, bx - z)$ __________

$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\ \ f(x,y)=ax+bxy+cy$ ____________________________________

$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3,\ \ f(x,y)=(ax+b,x+a,2^cx+y)$ ______________________________

- Za prave $m:\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{5}$ i $n:\frac{x-5}{-6}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m\cap n=\emptyset\wedge m\nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m\parallel n\wedge m\neq n)$ **c)** poklapaju se $(m=n)$ **d)** seku se $(m\cap n\neq\emptyset\wedge m\nparallel n)$

KOLOKVIJUM 1 **30.08.2013.**

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(3,4)\}$ skupa $A=\{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=x^3$ i $g(x)=\sqrt[3]{x-1}$. Izračunati: **a)** $f^{-1}(x)=$
b) $g^{-1}(x)=$ **c)**$(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$ **d)** $(g\circ f)(x)=$ **e)** $(g\circ f)^{-1}(x)=$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\binom{a\,b\,c\,d}{a\,d\,c\,b}$, $g=\binom{a\,b\,c\,d}{d\,a\,b\,c}$. Tada je $f\circ g=\binom{a\ \ b\ \ c\,d}{}$,
$f^{-1}=\binom{a\ \ b\ \ c\ \ d}{}$, $g^{-1}=\binom{a\ \ b\ \ c\,d}{}$, $(f\circ g)^{-1}=\binom{a\ \ b\ \ c\,d}{}$, $g^{-1}\circ f^{-1}=\binom{a\ \ b\ \ c\,d}{}$.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
1) $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$

- U grupi $(\mathbb{Z}_3\setminus\{0\},\cdot)$ neutralni element je ____, a inverzni su: $0^{-1}=$ ____, $1^{-1}=$ ____, $2^{-1}=$ ____, $3^{-1}=$ ____

- Izračunati: **a)** $\arg(-11-11i)=$ **b)** $|1-2i|=$ **c)** $\sqrt{-3i}=\{\qquad\qquad\}$ **d)** $\arg(1-i)^2=$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su grupoidi.
a) $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **b)** $(\mathbb{Z},-)$ **c)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_4\setminus\{0\},\cdot)$ **e)** $(\mathbb{Z}_3\setminus\{0\},\cdot)$ **f)** $(\{-2,-1,0,1,2\},\cdot)$

- Ako su P i Q polinomi, $dg(P)=3$, $dg(Q)=3$ i $P+Q\neq 0$ tada je $dg(PQ)\in\{\qquad\}$ i $dg(P+Q)\in\{\qquad\}$

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

- Koreni (nule) polinoma x^2-i su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- Koreni (nule) polinoma $x^2-x\sqrt{2}+1$ su: **1)** $e^{i\frac{\pi}{4}}$, **2)** $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, **3)** $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, **4)** $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,

- NZD za polinome $x^2-x\sqrt{2}+1$ i x^2-i **1)** Ne postoji **2)** je linearni polinom **3)** je konstantni polinom

- Ako je $z_1\neq w$, $z_2\neq w$, $z_1\neq 0$ i $z_2\neq 0$, tada je: **1)** $\arg z_1=\arg z_2\Leftrightarrow\frac{z_1}{|z_1|}=\frac{z_2}{|z_2|}\Leftrightarrow(\exists k\in\mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1}=k\overrightarrow{Oz_2}$
2) $\arg(z_1-w)=\arg(z_2-w)\Leftrightarrow\frac{z_1-w}{|z_1-w|}=\frac{z_2-w}{|z_2-w|}$
3) Množenjem kompleksnog broja s realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
4) $(\exists k\in\mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1}=k\overrightarrow{wz_2}\Leftrightarrow\arg(z_1-w)=\arg(z_2-w)$ **5)** $(\exists k\in\mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1}=k\overrightarrow{wz_2}\Leftrightarrow\frac{z_1-w}{|z_1-w|}=\frac{z_2-w}{|z_2-w|}$
6) Kompleksni brojevi koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
7) Množenje kompleksnog broja z realnim brojem k je homotetija sa centrom $O(0,0)$ i koeficijentom k odnosno $H_{O,k}(z)$.

- Izračunati: **a)** $\arg(-13i)=$ **b)** $\arg(6)=$ **c)** $\arg(-9)=$ **d)** $\arg(2i)=$
e) $\arg(-1+i)=$ **f)** $\arg(-1+i\sqrt{3})=$ **g)** $\arg(0)=$ **h)** $\arg(2+i)(3+i)=$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni sa jedinicom. **a)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ **d)** $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **e)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **f)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **h)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **i)** $(M_{2\times 2},+,\cdot)$, gde je $M_{2\times 2}$ skup svih matrica formata 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = -\overline{z}$ je ____
  $g(z) = R_e(z)$ je ____
  $A = \{z|(z-1-i)^5 = 32\}$ je ____
  $B = \{z|z\overline{z} = 1\}$ je ____
  $C = \{z|z = \overline{z}\}$ je ____
  $D = \{z|\arg z = \arg \overline{z}\}$ je ____
  $E = \{z||\arg(z)| = |\arg(\overline{z})|\}$ je ____
  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $D \subset C$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom:
  1) $(\{z \in \mathbb{C}|Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f|f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{Q}\setminus\{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{Z}\setminus\{0\}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\}, +)$ **3)** $((0, 1), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\}, +)$ **5)** $((0, \infty), \cdot)$ **6)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **7)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni, a nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$
  4) $\Big((0, \infty), +, \cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ **9)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{C}$ tada je polinom p:
  1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **b** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **c)** $x - e^{i|\alpha|} \,\big|\, f(x)$ **d)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x - e^{-i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **f)** $x - e^{i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,\big|\, f(x)$

- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke w oko tačke z za ugao $-\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, $\sphericalangle zuw =$ __________.

- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{\qquad\}$ i skup mogućnosti za c je $c \in \{\qquad\}$.

- Neka je $A = \{1, 2\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f|f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
  $\Big|\{f|f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako su ρ_i relacije definisane u skupu $\mathbb{R}$, popuniti tabelu sa **da** ili **ne**.

$\rho_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
$\rho_2 = \{(2, 5), (5, 7), (2, 7)\}$
$\rho_3 = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}\}$
$\rho_4 = \{(x^2, x)|x \in \mathbb{R}\}$
$\rho_5 = \{(x, y)|x^2 = y^2\}$
$\rho_6 = \{(|x|, x)|x \in \mathbb{R}\}$
$\rho_7 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 3)\}$

\	ρ_i je refleksivna	ρ_i je simetrična	ρ_i je antisimetrična	ρ_i je tranzitivna
ρ_1				
ρ_2				
ρ_3				
ρ_4				
ρ_5				
ρ_6				
ρ_7				

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
  2) $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$
  7) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1,2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0,2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0,1,2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k \in \mathbb{Z}\},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Za svaku injektivnu funkciju f postoje skupovi A i B, takvi da je funkcija $f : A \to B$ bijektivna?
1) uvek **2)** nikada **3)** samo pod još nekim uslovima

- Neka je $f : S \to S$ i $(\forall x \in S)\ f(f(x)) = x$. Tada $f : S \to S$
1) je sirjektivna **2)** je injektivna **3)** je bijektivna **4)** ima inverznu

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\},+,\cdot,',0,1)$.
1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Ako je $|z| = e^{2i\pi}$ tada je: **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **30.08.2013.**

- Neka je p prava čija je jednačina $p:\ x + y = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave p: $\vec{p} =$ (, ,) i koordinate tačke A prave p koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A($, , $)$.

- Odrediti vrednosti parametara $a \in \mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{aligned} -ax - y &= 1 \\ ax - y &= 1 \end{aligned}$$
(a) kontradiktoran: ______
(b) određen: ______
(c) neodređen: ______

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\quad\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\quad\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$

- Za vektore $\vec{a} = (-1,-1,-1)$ i $\vec{b} = (1,1,1)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| =$ ______ **2)** $|\vec{b}| =$ ______ **3)** $3\vec{a} - \vec{b} =$ ______ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ______ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______ **6)** $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) =$ ______

- Koje od sledećih uređenih n-torki su generatorne za $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$: **1)** $\big((9,0,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **4)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = 3x$, $g(x,y,z) = x + y$, $h(x,y) = x$ i $s(x,y,z) = x + y + z$ su:
$M_f =$ $\quad M_g =$ $\quad M_h =$ $\quad M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$ $\quad\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$ $\quad\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $\quad\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

* *

- Neka tačke $O(0,0,0)$, $P(-1,-8,4)$ i $Q(7,-7,8)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{PQ} =$ (, ,). Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n} =$ (, ,). Ako je $(A,B,C,D) =$ (, , ,), tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O,P,Q\}$, $M($, , $)$ i izračunati ugao $\sphericalangle(\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}) =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} ax & - & y & = & a \\ x & + & ay & = & a \end{array}$$
1) kontradiktoran: ____________
2) određen: ____________
3) 1 puta neodređen: ____________
4) 2 puta neodređen: ____________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i AB. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{QP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{BC}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{QP}=$

- Izraziti vektor $\vec{x}=(2,1,-3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,2,1)$, $\vec{b}=(1,1,-1)$ i $\vec{c}=(1,1,0)$:
$\vec{x}=$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4,\mathbb{R},+,\cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R},\mathbb{R},+,\cdot)$, par vektora (a,b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A,B,C reda $\mathbf{1}$ nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda\in\mathbb{R}$:
1) $\det(AB)=\det(A)+\det(B)$ **2)** $(B+C)A=BA+CA$ **3)** $\det(\lambda A)=\lambda\det(A)$ **4)** $\det(AB)=\det(B)det(A)$
5) $(AB)^2=A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB)=\mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C)=BA+CA$ **8)** $A(BC)=(AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a)$\big(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}\big)\vec{x}=0$**b)**$\big(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big)\vec{a}=0$**c)**$\big(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}\big)\times\vec{x}=0$**d)**$\big(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big)\times\vec{a}=0$**e)**ništa od prethodnog

- Neka su a,b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c,b+c,b-c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Neka su a,b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c,a+b,a-b+2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ su **kolinearni** ako je: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}\neq 0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}\neq\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})\ \big(\vec{a}\neq\lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a}\neq\vec{b}\big)$ **10)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2=0$

- Neka je $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3)=\vec{m}\cdot\vec{x}$, gde je $\vec{m}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$. Funkcija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ je:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\to}\mathbb{R}$ i svako $x,y,\lambda,v\in\mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$ **2)** $f(0)=0$
3) $f(xy)=yx$ **4)** $f(xy)=y\,f(x)$ **5)** $f(x)=ax+0$ za neko $a\in\mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda-v)=2f(\lambda)-f(v)$

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ da je trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ zavisna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Ako je $f(xy)=f(x)f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x)=\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = 4$. Tada je
  1) $m \le 4 \le n$ **2)** $n \le 4 \le m$ **3)** $n \le m \le 4$ **4)** $4 \le m \le n$ **5)** $4 \le n \le m$ **6)** $m \le n \le 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ i $|\overrightarrow{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} \parallel \vec{b}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
  1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** U=_____
  3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dimU**= _____ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dim** U=_____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako **i samo ako** je:
  1) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \le 3$ **3)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \ne 0$
  5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \land\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
  f g h F G

KOLOKVIJUM 1 **13.09.2013.**

- Neka su relacije $\rho_1 = \{(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2)\}$ i $\rho_2 = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$ definisane u skupu $P = \{1,2,3\}$. Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S-simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost:
  $\rho_1 :\ R\ S\ A\ T$ $\rho_2 :\ R\ S\ A\ T$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri: **1)** $a' + a' = a'$ **2)** $a + a' = a$ **3)** $1 \cdot 0 = 1$ **4)** $a + 1 = a$ **5)** $1 \cdot 0 = 1'$ **6)** $a + b = (ab)'$ **7)** $a \cdot b = (a' + b')'$ **8)** $1 \cdot 0 = 1$

- Neka su f i g funkcije skupa $\mathbb{R}$ u skup $\mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 3 - 2x$ i $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $(f \circ g)(x) =$ **3)** $(g \circ f)(x) =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred sruktura koja su polja:
  1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, **2)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$, **3)** $(\mathbb{Z}_2, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ **6)** $(\{0,1\}, +, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = -1 + i$ i $z_2 = 2i$ izračunati:
  $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Napisati Kejlijeve tablice prstena $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ i odrediti inverzne elemente ukoliko postoje, ili staviti crtu tamo gde inverzni elementi ne postoje:

+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

$\cdot$	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

$-0 =$, $-1 =$, $-2 =$, $-3 =$,
$0^{-1} =$, $1^{-1} =$, $2^{-1} =$, $3^{-1} =$

- Ako su nad poljem realnih brojeva definisani polinomi $p(x) = (x^2+1)^3(x-4)^2(x-3)^4$ i $q(x) = x^5(x+1)(x-3)^2(x-1)(x^2+1)^2$, tada je $NZD(p,q) =$

✻✻

- Ispitati da li relacija „deli" skupa $A = \{2,3,6,12,18,30\}$ jeste relacija poretka : DA NE (zaokruži), i ako jeste, nacrtati Haseov dijagram i napisati sve minimalne elemente $\{\qquad\qquad\}$ i sve maksimalne elemente $\{\qquad\qquad\}$, najveći elemenat $\{\qquad\}$ i najmanji elemenat $\{\qquad\}$.

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:

1) $f : \mathbb{R}^+ \to (-\infty, 3),\ \ f(x) = 3 - x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^3$ **3)** $f : \mathbb{R}^+ \to (0, \infty),\ \ f(x) = \sqrt{x}$ **4)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^6$ **5)** $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty),\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = e^x$

- Funkcija f je injektivna ako i samo ako za svako x, y, a i b važi: **1)** $\Big((x,a) \in f \wedge (y,a) \in f\Big) \Rightarrow x = y$ **2)** $\Big((x,a) \in f \wedge (y,a) \in f\Big) \Rightarrow x \neq y$ **3)** $x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$ **4)** $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ **5)** $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$

- Neka je $A = \{1,2,3\}$ i $B = \{1,2,3,4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija: $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| = \_\_\_$, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{na} A\}\Big| = \_\_\_$.

- Neka je f funkcija definisana sa $f = \left(\begin{smallmatrix} a & b & c \\ a & c & b \end{smallmatrix}\right)$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $g = f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $h = g \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$ **a)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je grupoid; **b)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je asocijativan grupoid; **c)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je komutativan grupoid; **d)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je asocijativan grupoid sa neutralnim elementom; **e)** $(\{f,g,h\}, \circ)$ je grupa.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri: **1)** $a \cdot ab = a \cdot 0'$ **2)** $a + 1 = 0'$ **3)** $a \cdot b = (ab)'$ **4)** $a \cdot b = (a' + b')'$ **5)** $a \cdot 0 = 1'$ **6)** $(a + ab)' = a'$ **7)** $a + ab = a$ **8)** $1 + 0 = 0'$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $4(3^2+2)^{-1} + 3 =$ ______________

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $e^{-i\alpha} \neq \mathbb{R}$. Zaokruži tačno: **a)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **b** $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **c)** $x - e^{i|\alpha|} \,\big|\, f(x)$ **d)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x - e^{-i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **f)** $x - e^{i\alpha} \,\big|\, f(x)$ **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \,\big|\, f(x)$

- Neka je $\{1,2\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a,b,c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{\qquad\}$ i skup mogućnosti za c je $c \in \{\qquad\}$.

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1,2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0,2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0,1,2\}$

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A = \{1,2,3,6,9\}$, $B = \{2,3,5,6,15\}$, $C = \{3^n | n \in \mathbb{N}\}$, $D = \{3^n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{6\}$, u odnosu na relaciju poretka deli

	A	B	C	D
minimalni				
maksimalni				
najveći				
najmanji				

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred sruktura koje su asocijativni grupoid sa neutralnim elementom (V - skup svih slobodnih vektora). **a)** $(\mathbb{N}, +)$ **b)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **c)** $(\mathbb{Z}, +)$ **d)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **e)** $(\{f | f : A \to A\}, \circ)$ **f)** $(V, \times)$ **g)** $(V, +)$ **h)** $(\{2n | n \in \mathbb{N}\}, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = \overline{z}e^{i\pi}$ je ______

  $g(z) = -z$ je ______

  $h(z) = R_e(z)$ je ______

  $s(z) = z \cdot \frac{i-1}{\sqrt{2}}$ je ______

  $A = \{z | z^{11} = i\}$ je ______

  $B = \{z | |z^{11}| = |i|\}$ je ______

  $C = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______

  $D = \{z | \arg z = \arg(-z)\}$ je ______

  $E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je ______

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Zaokružiti oznaku navedenih polja za koje važi da je polinom $t^4 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$

KOLOKVIJUM 2 **13.09.2013.**

- Neka je α ravan čija je jednačina $\alpha : x+y = 3$. Napisati jedinični vektor normale ravni α: $\vec{p} = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate tačke A ravni α koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A(\quad , \quad , \quad)$.

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je

  1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je p prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p: $\vec{p} = (\quad , \quad , \quad)$, i koordinate jedne tačke prave p: $(\quad , \quad , \quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (0, -1, 1)$, tada je: **1)** $|\vec{a}| =$ **2)** $|\vec{b}| =$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\measuredangle(\vec{a}\vec{b}) =$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:

  1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \vee \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$
  2) $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **3)** $\big((1,0,0)\big)$ **4)** $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x+2y, x-3y)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x, z)$ su:

$\circledast$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ bx & - & ay & = & b \end{array}$
  (a) kontradiktoran: ________________
  (b) određen: ________________
  (c) 1 puta neodređen: ________________
  (d) 2 puta neodređen: ________________

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** π

- Izračunati vektore položaja $\vec{r_{T'}}$ i $\vec{r_{T''}}$ projekcija tačke $T(-1,1,-1)$ na pravu $a : \vec{r} = (-1,0,-2) + t(1,-1,1),\ t \in \mathbb{R}$ i ravan $\alpha : (1,-1,0)\cdot\vec{r} = (1,-1,0)\cdot(1,0,0)$.
  $\vec{r_{T'}} =$ $\qquad\qquad$ $\vec{r_{T''}} =$

- Izračunati α i β ako je $\alpha(1,-3,2) + \beta(3,7,-3) = (0,0,0)$: $\quad (\alpha,\beta) \in \{ \qquad \}$

- Izračunati α i β ako je $\alpha(1,-3,2) + \beta(2,-6,4) = (0,0,0)$: $\quad (\alpha,\beta) \in \{ \qquad \}$

- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ nezavisna **4)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ zavisna **5)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ nezavisna **6)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ zavisna **7)** svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11},\ldots,a_{1n})$, $\mathbf{a_2} = (a_{21},\ldots,a_{2n}),\ldots,\mathbf{a_n} = (a_{n1},\ldots,a_{nn})$ vektori vrste matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots\mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada
  1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \operatorname{rang} A < n$ **2)** $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots\mathbf{a_n})$ je zavisna akko $\det A = 0$ **3)** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \operatorname{rang} A \geq 1$
  4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **5)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \operatorname{rang} A \leq n$ **6)** $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots\mathbf{a_n})$ je zavisna akko $\operatorname{rang} A < n$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora (a,b) je:
  1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan, **4)** uvek generatoran.

- Ako je uređena trojka vektora (a,b,c) zavisna, tada je uređena trojka vektora $(a+b, a+c, a+2b-c)$
  a) uvek nezavisna $\qquad$ b) uvek zavisna $\qquad$ c) nekada zavisna, a nekada nezavisna.

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\quad \overrightarrow{DT} =$

- Neka je u sedmodimenzionalnom vektorskom prostoru V, k-torka vektora $(a_1,\ldots,a_k)$ generatorna. Tada je uvek: **1)** $k < 7$ **2)** $k \leq 7$ **3)** $k = 7$ **4)** $k > 7$ **5)** $k \geq 7$ **6)** ništa od prethodnog

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji f^{-1} **2)** V i W su izomorfni **3)** $V = W$
  4) za svaku nezavisnu n-torku vektora $(v_1,\ldots,v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1),\ldots,f(v_n)\Big)$ je nezavisna u W **5)** za svaku zavisnu n-torku vektora $(v_1,\ldots,v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1),\ldots,f(v_n)\Big)$ je zavisna u W

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^n = \{x = (x_1,\ldots,x_n) | x_1,\ldots,x_n \in \mathbb{R}\}$ je podprostor:
  1) $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2 = \cdots = x_n\}$ **2)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = x_2 = \cdots = x_n = n\}$
  3) $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 = 1\}$ **4)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0\}$
  5) $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 2x_2 = 3x_3 = \cdots = nx_n\}$ **6)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 = 0\}$
  (gde je $x = (x_1,\ldots,x_n)$)

- Potreban i dovoljan uslov da ravan α bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je:
  ________________________________ i tada je α potprostor dimenzije: ________

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
  1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
  5) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **6)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **7)** $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$

KOLOKVIJUM 1 — 27.09.2013.

- Za relaciju poretka $\subseteq$ ("podskup") skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C\}$, gde je $A = \{a, b\}, B = \{b, c\}, C = \{a, b, c\}$ i navesti
najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty),\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3 - x$ **3)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^2$
4) $f : \mathbb{R} \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **5)** $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a'$ **2)** $a + a' = 0$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(a + b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -1 - i$:
$Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
$e^{i\pi} =$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$ $2e^{0 \cdot i} =$ $e^{-i\pi} =$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

✻ ✻

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
1) $z\overline{z} = |z|^2$ **2)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **3)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **4)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **5)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
6) $\overline{z} \in \mathbb{R} \ \Rightarrow\ z = \overline{z}$ **7)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **8)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **9)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Izračunati: **1)** $\arg(-13i) =$ **2)** $\arg(6) =$ **3)** $\arg(-9) =$ **4)** $\arg(2i) =$
5) $\arg(-1 + i) =$ **6)** $\arg(-1 + i\sqrt{3}) =$ **7)** $\arg(0) =$

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_3, +)$ i $(\mathbb{Z}_3, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

+	0	1	2
0			
1			
2			

$\cdot$	0	1	2
0			
1			
2			

$-0 =$, $-1 =$, $-2 =$ $1^{-1} =$, $2^{-1} =$, $(2+2^3)^{-1} =$,
$((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$, $(2 + 2^3)^2 =$.

- Da li je $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (4,1), (3,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti minimalne: , maksimalne: , najveći: i najmanji: element.

- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, a $\sphericalangle wuz =$ __________

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ _____ $2^{-1} =$ _____ $3^{-1} =$ _____ $-2 =$ _____ $-3 =$ _____

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,3x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y=0,x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3=\{(x,x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},xy<4\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T $\quad\rho_2$: R S A T $\quad\rho_3$: R S A T $\quad\rho_4$: R S A T $\quad\rho_5$: R S A T $\quad\rho_6$: R S A T

- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A=$ ______, $f($_____$)=0$ i $B=$ ______. Funkcija $f:A\to B$ je:
  1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
  4) bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}=$ ______, $O=$ ______, $S=$ ______

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e^{-1})$. Tada je $A=$ ______, $f($_____$)=-1$ i $B=$ ______.
  Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna
  2) sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$.
  1) $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xx'=(x+1)'$ **4)** $xy=1\Rightarrow x=1$ **5)** $xy=0\Rightarrow(x=0\vee y=0)$
  6) $(x=0\vee y=0)\Rightarrow xy=0$ **7)** $x=xy+xy'$ **8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1\wedge xy=0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  1) $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **2)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **3)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **5)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
  5) $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$
  4) $\Big((0,\infty),+,\cdot\Big)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$ **9)** $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^2+t+1 nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
  1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha})=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-e^{-i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **b)** $x-e^{i\alpha}\,\big|\,f(x)$ **c)** $x-e^{i|\alpha|}\,\big|\,f(x)$
  d) $x^2-2x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **e)** $x^2-x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **f)** $x^2+x\cos\alpha+1\,\big|\,f(x)$; **g)** $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,\big|\,f(x)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ i $B=\{1-e^{i\psi}\ \mid\ \psi\in\mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A\cap B\neq\emptyset$, **b)** $A\subset B$,
  c) $A\subseteq B$, **d)** $A\nsubseteq B$, **e)** $A\supseteq B$, **f)** $A\nsupseteq B$, **g)** $A\supset B$, **h)** $A\cap B=\emptyset$, **i)** $A=B$.

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za c je $c\in\{$ $\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.

  $f(z)=\overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ____

  $g(z)=-zi$ je ____

  $h(z)=z+i$ je ____

$t(z) = -\overline{z}$ je ______

$A = \{z | (z-i)^3 = i\}$ je ______

$B = \{z | |z|^{2010} = 1\}$ je ______

$C = \{z | |z-i|^3 = i\}$ je ______

$D = \{z | z = -\overline{z}\}$ je ______

KOLOKVIJUM 2 **27.09.2013.**

- Za ravan $\alpha:\ 2y - 5z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad,\quad,\quad)$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y + z = a \ \wedge\ ax + ay + az = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (1,1,-3)$ i $\vec{b} = (-2,-2,6)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$
- Koje su od sledećih uređenih n-torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$ $\qquad$ $\begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 9 & -8 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Ako je $\vec{a} = (0,1,-3)$ i $\vec{b} = (-1,1,2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ______ i $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______.
- Matrice linearnih transformacija $f(x,y,z) = x + y + z$ i $g(x,y,z) = x$ su:
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

* *

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 0 \\ ax & - & by & = & b \end{array}$
  1) kontradiktoran: ______
  2) određen: ______
  3) 1 puta neodređen: ______
  4) 2 puta neodređen: ______
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla ACD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
  $\overrightarrow{AT} =$
- Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (-1,-1,0)$ i $\vec{b} = (2,0,2)$: $\measuredangle(\vec{a},\vec{b}) =$
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a,b,c) je:
  1) uvek baza, **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude baza.
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a,b,\vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.
- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1,\ldots,a_n)$ generatorna za V. Tada je: **1)** $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
1) $det(A) = det(A')$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar α

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $det(A+B) = det(A) + det(B)$ **2)** $det(\lambda A) = \lambda det(A)$ **3)** $det(AB) = det(A)det(B)$
4) $rang(A+B) = rang(A) + rang(B)$ **5)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$ **6)** $A(BC) = (AB)C$
7) $A(B+C) = AB + AC$ **8)** $AB = BA$ **9)** $A + B = B + A$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$
4) $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x\,f(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda, v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z) = (x \sin(a+b) - y - z, y)$ ____________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y) = ((a - bx)y, x + ab)$ ____________________

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x,y) = ax + bxy + cy$ ____________________

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija f: **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
1) $det(A) = det(A')$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar α

- U koji potskup $\mathcal{S}$ skupa tačaka iz $\mathbb{R}^2$ se funkcijom $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x+y, y)$ preslikava unutrašnjost trougla sa temenima u tačkama $(-1,0)$, $(1,0)$ i $(0,1)$? Skup $\mathcal{S}$ je:

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor:
1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0, y = 0\}$ **2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 1, y = 0\}$
3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0, xy = 0\}$ **4)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z^2 = 0\}$

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

  1) $V = L(a) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **2)** $V = L(a,b) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
  3) $V = L(a,b,c) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **4)** $V = L(b,c,d) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________
  5) $V = L(b,c,e) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________ **6)** $V = L(e,f,g) \ \Rightarrow\ dim(V) =$ __________

- Zaokruži skupove $\mathcal{A}$ za koje je uređna četvorka $(\mathcal{A}, \mathbb{R}, +, \cdot)$ potprostor vektorskog prostora $(\mathcal{F}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{F} = \{f \mid \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, i za sve $\lambda \in \mathbb{R}$ i sve $f, g \in \mathcal{F}$ je $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ i $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$, $x \in \mathbb{R}$: **1)** $\mathcal{A} = \{f \mid \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}\}$ **2)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a \in \mathbb{R},\ f(x) = ax\}$ **3)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a, b \in \mathbb{R},\ f(x) = a \sin x + b \cos x\}$ **4)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid n \in \mathbb{N},\ p_i \in \mathbb{R},\ f(x) = p_n x^n + \cdots + p_1 x + p_0\}$ **5)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a \in \mathbb{R},\ f(x) = a\}$
6) $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid n \in \mathbb{N},\ p_i \in \mathbb{Z},\ f(x) = p_n x^n + \cdots + p_1 x + p_0\}$ **7)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a \in \mathbb{R},\ f(x) = \sin(ax)\}$

KOLOKVIJUM 1 **13.10.2013.**

- Ispitati da li je $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(4,1),(3,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1,2,3,4,5\}$ relacija poretka: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram, i odrediti minimalne: , maksimalne: , najveći: i najmanji: element.

- Neka su f i g funkcije skupa $\mathbb{R}$ u skup $\mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2x + 1$ i $g(x) = 3x - 1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ ____________, **2)** $(f \circ g)(x) =$ ____________, **3)** $(g \circ f)(x) =$ ____________.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri: **1)** $a + bc = (a + b)c$
2) $a + a' = a$ **3)** $a \cdot 0 = 0$ **4)** $a + 1 = a$ **5)** $a + 1 = 1$ **6)** $a + b = (ab)'$ **7)** $a \cdot b = (a' + b')'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 2 - 3i$ i $z_2 = 1 + 2i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $\qquad$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\qquad$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\qquad$ $|\frac{z_1}{z_2}| =$ $\qquad$ $\arg(z_2) =$ $\qquad$ $|z_2| =$

- Za polinome $p(x) = (x + 1)^2 x(x - 2)^6$ i $q(x) = x^5(x + 1)(x - 5)^2(x - 1)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p, q) =$

- Zaokružiti slovo (ili slova) ispred struktura koja su grupe:
a) $(\mathbb{Z}, +)$ **b)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **c)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_4, +)$ **e)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ **f)** $(\mathbb{N}, +)$

- Ako je p polinom n-tog stepena nad poljem $\mathbb{Z}_k$, tada je $(\mathbb{Z}_k[x]/p, +, \cdot)$ polje ako i samo ako je: **1)** n prost broj **2)** k prost broj **3)** n i k su prosti brojevi **4)** k je prost broj i p je nesvodljiv polinom

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 5x + 7$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **3)** $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$
4) $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$ **5)** $f : \mathbb{R} \to (0, \infty),\ f(x) = e^{-x}$ **6)** $f : (\frac{\pi}{2}, \pi) \to (0, 1),\ f(x) = \sin x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$

✻✻

- $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2\}$, $f_1 = \{(x, 1)\}$, $f_2 = \{(x, 1), (y, 1), (z, 1)\}$, $f_3 = \{(x, 1), (y, 1), (z, 2)\}$ i $f_4 = \{(x, 1), (y, 2), (x, 2)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i :\ A \longrightarrow B$	$f_i :\ \{x\} \longrightarrow B$	$f_i :\ A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i :\ A \xrightarrow{na} B$	$f : A \overset{1-1}{\underset{\text{na}}{\longrightarrow}} B$
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x+3, x-3) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(7, 7)\}$, $\rho_3 = \{(x, y) | x \geq y, x \in \mathbb{R}^+, y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_4 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_5 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_6 = \{(x, y) | \max\{x, y\} = 0,\ x, y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_7 = \{(x, \sqrt{1 - x^2}) | x \in \mathbb{R}\} \cup \{(x, x) | x \in \mathbb{R}\}$ i $\rho_8 = \{(x, 0) | x \in \mathbb{R}\}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost. $\rho_1 :$ R S A T
$\rho_2 :$ R S A T $\rho_3 :$ R S A T $\rho_4 :$ R S A T $\rho_5 :$ R S A T $\rho_6 :$ R S A T $\rho_7 :$ R S A T $\rho_8 :$ R S A T

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \binom{1\ 2\ 3}{2\ 1\ 3}$, $g = \binom{1\ 2\ 3}{2\ 3\ 1}$. Tada je:
$f^{-1} = \binom{1\ \ 2\ \ 3}{\ }$, $\qquad g^{-1} = \binom{1\ \ 2\ \ 3}{\ }$, $\qquad f \circ g = \binom{1\ \ 2\ \ 3}{\ }$, $\qquad (f \circ g)^{-1} = \binom{1\ \ 2\ \ 3}{\ }$, $\qquad g^{-1} \circ f^{-1} = \binom{1\ \ 2\ \ 3}{\ }$

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A = \{1, 2, 3, 6, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 15\}$, $C = \{3^n | n \in \mathbb{N}\}$, $D = \{3^n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{6\}$, u odnosu na relaciju poretka „deli”

	A	B	C	D
minimalni				
maksimalni				
najveći				
najmanji				

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred sruktura koje su asocijativni grupoid sa neutralnim elementom (V - skup svih slobodnih vektora). **a)** $(\mathbb{N},+)$ **b)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **c)** $(\mathbb{Z},+)$ **d)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **e)** $(\{f|f:A\to A\},\circ)$ **f)** $(V,\times)$ **g)** $(V,+)$ **h)** $(\{2n|n\in\mathbb{N}\},\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $s:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z)=\overline{z}e^{i\pi}$ je ______
$g(z)=-z$ je ______
$h(z)=R_e(z)$ je ______
$s(z)=z\cdot\frac{i-1}{\sqrt{2}}$ je ______
$A=\{z|z^{11}=i\}$ je ______
$B=\{z||z^{11}|=|i|\}$ je ______
$C=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ______
$D=\{z|\arg z=\arg(-z)\}$ je ______
$E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ______
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- U grupi $(\mathbb{Z}_7\setminus\{0\},\cdot)$ neutralni element je ____, dok je: $2^{-1}=$ ____, $3^{-1}=$ ____, $4^{-1}=$ ____, $5^{-1}=$ ____ , $6^{-1}=$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
1) $a(b+c)=ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grpoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0\Leftrightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab=0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$

- Funkcija $f:(-\infty,-2)\longrightarrow[2,\infty)$ definisana sa $f(x)=\sqrt{2-x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik
- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ ______

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x}{x-2}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x)=$
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{1}{x}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=$, $(f\circ f)(x)=$, $f(x+1)=$, $f(\frac{1}{x})=$.
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x+1)$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=1$, $f($______$)=0$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je:
a) bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(0,-\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(-1,1)$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{4\pi}{3})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

---

KOLOKVIJUM 2 **13.10.2013.**

- Matrica linearne transformacije $f(x,y)=(-y,x)$ je: i njen rang je_____.

- $\begin{bmatrix}-1&2&-3\\3&-2&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4\\5\\5\end{bmatrix}=$ $\begin{bmatrix}0&0&1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{bmatrix}^{-1}=$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

- Napisati bar dve baze vektorskog prostora $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}, +, \cdot)$:

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, \alpha, 0)$: **a)** kolinearni ________ **b)** ortogonalni ________

- Ako je $\vec{a} = (-4, 8, -1)$ i $\vec{b} = (7, 4, 4)$, tada je $|\vec{a}| =$, $|\vec{b}| =$, $\vec{a} \times \vec{b} =$, $\vec{a}\vec{b} =$, $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$, $|\vec{a} \times \vec{b}| =$.

- Za $A(3, -2, 1)$ i $B(-5, -3, 5)$ izračunati rastojanje između tačaka A i B: $AB =$

- Proizvoljna linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ je oblika $f(x, y) = ($ $\quad$, $\quad$ $)$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcl} y & + & z & = & 1 \\ y & + & z & = & 1 \end{array}$ je

  1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je α ravan čija je jednačina $x + y = 1$. Napisati jedan vektor normale ravni α: $n_\alpha = ($, , $)$ i koordinate jedne tačke ravni α: $($, , $)$.

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je:
  1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

* *

- Napisati jednačine prave $p(A, \vec{a})$ i ravni $\alpha(Q, \vec{n}_\alpha)$, kao i vektor položaja tačke P određene sa $\{P\} = p \cap \alpha$.

  ____

- Potreban i dovoljan uslov da ravan α bude potprostor vektorskog prostora R^3 je:

  ____

  i tada je α potprostor dimenzije: ________________

- Potreban i dovoljan uslov da prava p bude potprostor vektorskog prostora R^3 je:

  ____

  i tada je p potprostor dimenzije: ________________

- Broj rešenja homogenog sistema linernih jednačina nad poljem realnih brojeva može da bude:
  a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** ∞.

- Funkcija $f : V \to W$ između vektorskih prostora V i W nad poljem F je linearna ako
  a) $f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y)$ **b)** f zadovoljava osam aksioma vektorskog prostora. **c)** $f : V \to W$ je bijektivna funkcija.

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, koje od sledećih tvrđenja je tačno?
  a) $f(0) = 0$. **b)** $f(-x) = -x$ za svako $x \in V$. **c)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in F$, $v \in V$.

- Linearna transformacija $f : V \to W$ je izomorfizam ako
a) $(\forall x \in V)(\forall y \in V)\ f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ i $(\forall z \in W)(\exists v \in V)\ f(v) = z$ **b)** V i W su izomorfni. **c)** za svaku n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-toraka vektora $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je baza od W.

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = ...$ **a)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ **d)** $\begin{bmatrix} 2 & 6 \end{bmatrix}$

- Matrica linearne transformacije $f(x, y) = (x + y, x - y)$ je
a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

- Rang matrice $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ je **a)** 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 0.

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu nezavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ **5)** $\vec{a} = \vec{0} \vee \vec{b} = \vec{0}$ **6)** ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki generatorne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((1,0,0),(0,1,0)\Big)$
2) $\Big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\Big)$ **3)** $\Big((1,0,0)\Big)$ **4)** $\Big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\Big)$

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, par vektora (a, b) je: **1)** nekad generatoran, **2)** uvek nezavisan, **3)** uvek zavisan, **4)** nekad nezavisan a nekad zavisan. **5)** nikad generatoran, **6)** nikad baza.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $A(1, 1, 1)$ na ravan $\alpha : x = 2$. $\vec{r}_T =$

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-4}{-6} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{-1}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \not\parallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

KOLOKVIJUM 1 **24.11.2013.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu prirodnih brojeva $\mathbb{N}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
(relacija „deli") : $RSATF$ $\rho = \{(1,1),(3,2),(2,1)\} : RSATF$ $\rho = \{(1,3),(1,2),(2,1)\} : RSATF$

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = e^x - 1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija: **1)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -x^3$ **2)** $f : \mathbb{R} \to (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), f(x) = \operatorname{arctg} x$ **3)** $f : \mathbb{R} \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$ **4)** $f : [-3, -1) \to [9, 1),\ f(x) = x^2$ **5)** $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty),\ f(x) = \operatorname{tg} x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a + 1'$ **2)** $aa' = 1$ **3)** $a \cdot 0 = 1'$ **4)** $1 + a = a$ **5)** $(ab)' = a'b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -9$ je $S = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}$.
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \pi e^{i\frac{7\pi}{3}}$:

  $Re(z) = \qquad$, $Im(z) = \qquad$, $|z| = \qquad$, $\arg(z) = \qquad$, $\overline{z} = \qquad$, $z^3 = \qquad$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:

  $e^{i\pi} = \qquad$, $2e^{i\frac{\pi}{2}} = \qquad$, $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} = \qquad$, $2e^{0\cdot i} = \qquad$ $2e^{i2k\pi} =$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupoidi a nisu grupe.
  1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(-1, 0, 1, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{R}, +)$ **5)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), +)$ **7)** $((0, \infty), \cdot)$
- Neka su $P = (a_0, a_1, \dots, a_4)$ i $Q = (b_0, b_1, \dots, b_3)$ polinomi. Tada je $dg(P+Q) =$ _____ i $dg(PQ) =$ _____
- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 - x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

∗ ∗

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri: **1)** $a \cdot ab = a \cdot 0'$ **2)** $a + 1 = 0'$ **3)** $a \cdot b = (ab)'$ **4)** $a \cdot b = (a' + b')'$ **5)** $a \cdot 0 = 1'$ **6)** $(a + ab)' = a'$ **7)** $a + ab = a$ **8)** $1 + 0 = 0'$
- Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ je: prebroj prvo one koje nisu!
- U skupu $\mathbb{C}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid |z| = |w|\}$, $\rho_2 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 0\}$, $\rho_3 = \{(0, 0)\} \cup \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid \arg(z) = \arg(w)\}$, $\rho_4 = \{(0, 0)\} \cup \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 1\}$, $\rho_5 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid R_e(z) = I_m(w)\}$, $\rho_6 = \mathbb{C}^2$

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnostS- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
  $\rho_1 : RSATF$ $\rho_2 : RSATF$ $\rho_3 : RSATF$ $\rho_4 : RSATF$ $\rho_5 : RSATF$ $\rho_6 : RSATF$
- Ako je $f : A \to B$ sirjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Ako je $f : A \to B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i zatim najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \arccos x$ dobro definisana funkcija $f : A \to B$. Tada je $A =$ __________ i $B =$ __________. Funkcija $f : A \to B$ je:

  1) sirjektivna i injektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna
  3) sirjektivna ali nije injektivna **4)** nije sirjektivna a jeste injektivna

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{6, 7\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija:

  $\left|\{f|f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___ $\left|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___ $\left|\{f|f : A \overset{na}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___ $\left|\{f|f : A \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} B\}\right| =$ ___

  $\left|\{f|f : B \longrightarrow A\}\right| =$ ___ $\left|\{f|f : B \overset{1-1}{\longrightarrow} A\}\right| =$ ___ $\left|\{f|f : B \overset{na}{\longrightarrow} A\}\right| =$ ___ $\left|\{f|f : B \underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} A\}\right| =$ ___
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
  1) $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ **3)** $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{f|f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \circ)$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni a nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Skup svih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ je $\{ \qquad\qquad \}$, a nad poljem $\mathbb{C}$ je $\{ \qquad\qquad \}$.
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f, g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = z \cdot (-i)$ je ____

$f(z) = \overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je ______

$g(z) = -\overline{z}$ je ______

$A = \{z|\ z^2 = \overline{z}\ \} = \{0, 1, \quad , \quad \}$ ______

$B = \{z|\ |z| = |\overline{z}|\}$ je ______

$C = \{z|\ \frac{z+\overline{z}}{2} = \frac{z-\overline{z}}{2i}\}$ je ______

$D = \{z|\ |z| \leq 2\ \wedge\ 0 \leq \arg z \leq \pi\}$ je ______

$E = \{z|\big(z-i\big)^3 = i\}$ je ______

$F = \{z||z|^{2010} = 1\}$ je ______

$G = \{z|\big|z-i\big|^3 = i\}$ je ______

$H = \{z|z = -\overline{z}\}$ je ______

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $z\overline{z} = |z|^2$ **2)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **3)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **4)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$ **5)** $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ **6)** $\overline{z} \in \mathbb{R}\ \Rightarrow\ z = \overline{z}$ **7)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **8)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **9)** $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ **10)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- **1)** $\arg(-13i) =$ **2)** $\arg(6) =$ **3)** $\arg(-9) =$ **4)** $\arg(2i) =$ **5)** $\arg(-1+i) =$ **6)** $\arg(-1+i\sqrt{3}) =$

- Da li je $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (4,1), (3,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1,2,3,4,5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti minimalne: , maksimalne: , najveći: i najmanji: element.

- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka ______, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka ______, a $\measuredangle wuz =$ ______

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. **6)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{Q}\backslash\{0\}, +, \cdot)$ **9)** $\Big((0,\infty), +, \cdot\Big)$ **10)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **11)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **12)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **13)** $(\{-1,1\}, +, \cdot)$ **14)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + t + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
  1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{6}}) = 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - e^{-i\frac{\pi}{6}} \,\big|\, f(x)$ **b)** $x + e^{i\frac{\pi}{6}} \,\big|\, f(x)$ **c)** $x - e^{i\frac{\pi}{6}} \,\big|\, f(x)$ **d)** $x^2 - x\sqrt{3} + 1 \,\big|\, f(x)$; **e)** $x^2 - 2x\sqrt{3} + 1 \,\big|\, f(x)$; **f)** $x^2 + x\sqrt{3} + 1 \,\big|\, f(x)$; **g)** $x^2 - x + 1 \,\big|\, f(x)$

- Zaokruži tačno: **1)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\ \Leftrightarrow\ R_e(z) \geq 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\ \Leftrightarrow\ \Big(R_e(z) \geq 0 \wedge z \neq 0\Big)$ **3)** $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2}\ \Leftrightarrow\ R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0\ \Rightarrow\ I_m(z) \leq 0$ **5)** $\arg z < 0\ \Leftarrow\ I_m(z) \leq 0$

- Neka je $\{2,3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \qquad \}$.

KOLOKVIJUM 2 **02.02.2014.**

- Neka tačke $P(1,1,1), Q(1,0,1)$ i $R(0,1,1)$ pripadaju ravni α. Napisati bar jedan jedinični vektor $\vec{n}$ normalan na α i jedan vektor $\vec{m}$ paralelan sa α, $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$, $\vec{m} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati koordinate tačke $M \in \alpha$ ravni α koja je najbliža koordinatnom početku. $M(\quad, \quad, \quad)$.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $x - y = 1\ \wedge\ ax - y + z = 1$ nad poljem realnih brojeva je: **1)** neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a}=(8,1,4)$ i $\vec{b}=(1,2,2)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}|=$ ____________ **2)** $|\vec{b}|=$ ____________ **3)** $2\vec{a}-\vec{b}=$ ____________ **4)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ____________ **5)** $\vec{a}\times\vec{b}=$ ____________ **6)** $\sin\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=$ ____________

- Koje od sledećih uređenih n-torki **jesu** generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,0,-1),(0,4,0),(9,0,0)\big)$ **2)** $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ **3)** $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ **4)** $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix}9\\7\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2&3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}=$ $\quad\begin{bmatrix}2&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}=$ $\quad\begin{vmatrix}5&5&2\\9&2&0\\2&0&0\end{vmatrix}=$ $\quad\begin{bmatrix}3&3\\3&3\end{bmatrix}^{-1}=$

- Matrice linearnih transformacija $f(x)=(2x,x,x)$, $g(x,y,z)=x$, $h(x,y)=(y,y)$ i $s(x,y,z)=z+x$ su:

  $M_f=$ $\qquad M_g=$ $\qquad M_h=$ $\qquad M_s=$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix}1&0&-1&0\\0&3&1&3\\1&3&0&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&2\\2&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\0&2&0\\2&0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\-1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&3\\3&3\end{bmatrix}$

✻ ✻

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina

  $$\begin{array}{ccccc}ax&+&ay&=&a\\ax&+&ay&=&a\end{array}$$

  1) kontradiktoran: ____________
  2) određen: ____________
  3) jednostruko neodređen: ____________
  4) dvostruko neodređen: ____________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AQ}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{PQ}=$

- Napisati $\vec{x}=(1,0,1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(0,0,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$ i $\vec{c}=(1,1,1)$: $\vec{x}=$

- Koordinate projekcije A' tačke $A(9,a,4)$ na pravu određenu sa $x=3\wedge z=2$ za svako $a\in\mathbb{R}$ su: $A'(\quad,\quad,\quad)$

- Vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke prodora prave $p:\vec{r}=\vec{r}_S+t\vec{a}$ kroz ravan $\alpha:\ \vec{n}\vec{r}=\vec{n}\vec{r}_R$ je $\vec{r}_T=$

- Projekcija vetora $\vec{x}$ na ravan $\alpha:\ \vec{n}\vec{r}=0$ je: $\mathbf{pr}_{\alpha,\vec{a}}(\vec{x})=$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix}4&3\\2&5\end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix}-3\\2\end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix}-3\\-3\end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A,B,C reda 2 i svaki skalar λ:
  1) $\det(AB)=\det(A)\det(B)$ **2)** $(B+C)A=AB+CA$ **3)** $\det(\lambda A)=\lambda^3\det(A)$ **4)** $\det(AB)=\det(B)det(A)$
  5) $(AB)^2=A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB)=\mathbf{rang}(BA)$ **7)** $A(B-C)=BA-CA$ **8)** $A(BC)=(BA)C$

- Neka su a,b i c proizvoljni **zavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(2a+b+3c,a-2b+c,b-5c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a,b,c.

- Neka su a,b i c proizvoljni **nezavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c,a+b,-a+2c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a,b,c.

- **Ako su** $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ **i** $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ **nekolinearni**, tada važi: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
  3) rang $\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}=1$ **4)** rang $\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}\le 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{bmatrix}\le 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
  7) $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\big(\vec{a}=\lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a}=\vec{b}\big)$ **10)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \Rightarrow\ \alpha^2+\beta^2\neq 0$

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su **komplanarni** ako je:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\le 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=0$
5) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \Rightarrow\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2\neq 0$ **8)** $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_3,x_1+x_2,x_1+x_2+x_3)$ gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2,5)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{1-1}{\to}\mathbb{N}\cup\{0\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2,3\}$

- Neka je $(a_1,a_2,\dots,a_k)$ generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\dots,c_n)$ nezavisna za prostor V i $\dim V=m$. Tada je
1) $m\le k\le n$ **2)** $n\le k\le m$ **3)** $n\le m\le k$ **4)** $k\le m\le n$ **5)** $k\le n\le m$ **6)** $m\le n\le k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1,2,4)$, $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}|=3$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\overrightarrow{AB}\|\vec{a}=(1,2,2)$, $\overrightarrow{BC}\|\vec{b}=(-2,1,2)$ i ako su smerovi vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ suprotni smerovima redom vektora $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{BC}$.

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x+y=0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid xy=0\}$ **dim** U=_____
3) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x\cdot 1=0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=x\}$ **dim** U=_____

- Neka je $a=(0,0,0)$, $b=(1,0,1)$, $c=(1,0,-1)$, $d=(-1,0,1)$, $e=(1,1,1)$, $f=(1,0,0)$, $g=(2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

- Ako je A kvadratna matrica reda 5, tada je: **1)** $\det A=0\Leftarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftrightarrow$ **rang** A≤ 4, **3)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=5$ **4)** **rang** A$=5\Rightarrow\det A\neq 0$, **5)** **rang** A$=5\Leftarrow\det A\neq 0$, **6)** **rang** A$=5\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Neka su $\mathbf{a_1}=(a_{11},\dots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2}=(a_{12},\dots,a_{n2}),\dots$, $\mathbf{a_n}=(a_{1n},\dots,a_{nn})$ vektori kolone matrice $A=A_{nn}=[a_{ij}]_{nn}$, neka je $V=\mathrm{Lin}(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots,\mathbf{a_n})=\{\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\mathbf{a_2}+\dots+\alpha_n\mathbf{a_n}|\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n\in\mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a_i}^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a_i}$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a_1}=\dots=\mathbf{a_n}=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\dots+\mathbf{a_n}^2=0$ **2)** $\dim V=0\Leftrightarrow$ ***rang*** $A\neq 0$ **3)** $\dim V=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}=\dots=\mathbf{a_n}=0$ **4)** $\dim V=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\dots+\mathbf{a_n}^2\neq 0$ **5)** **rang** $A=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}=\dots=\mathbf{a_n}=0$ **6)** **rang** $A=0\Leftrightarrow\mathbf{a_1}^2+\dots+\mathbf{a_n}^2\neq 0$

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **svaku** sirjektivnu linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ sledi da je transformacija f:
1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaku** injektivnu linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ sledi da je transformacija f:
1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Za **svaki izomorfizam** $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** $n=m$
4) f je sirjektivna **5)** f je bijektivna **6)** A je regularna **7)** $\det A\neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** konačno dimenzioni vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V. Zaokruži tačan odgovor DA NE

- Neka je $a = (2, 2, 0)$, $b = (-3, 3, 0)$, $c = (1, -1, 0)$, $d = (-1, 1, 0)$, $e = (0, 0, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 2, 0)$. Zaokružiti broj koji je dimenzija potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $V = L(b, c, d) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  2) $V = L(e, f, g) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **3)** $V = L(a, b) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  4) $V = L(e, f, g) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **5)** $V = L(b, c, e) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3
  6) $V = L(a, b, c) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3 **7)** $V = L(a, g) \Rightarrow dim(V)$ je: 1,2,3

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
  1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **4)** $A - B = B - A$ **5)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$
  6) $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)rang(B)$ **7)** $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$ **8)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$

- Neka su a, n, x matrice kolone istog formata nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **2)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$
  3) $n^\top a = a^\top n$ **4)** $na = an$ **5)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$ **6)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ Napomena $[\lambda] \cdot A \stackrel{def}{=} \lambda A$, za svaku matricu A.

KOLOKVIJUM 1 **13.02.2014.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\{1, 2, 3\}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
  (relacija „deli”) : R S A T F $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 1)\}$: R S A T F
  $\rho = \{(1, 3), (1, 2), (2, 1)\}$: R S A T F

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ i $g(x) = 2^x - 1$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred **sirjektivnih** funkcija: **1)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = -x^3$ **2)** $f : \mathbb{R} \to (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), f(x) = \operatorname{arctg} x$
  3) $f : \mathbb{R} \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **4)** $f : [-3, 3) \to [0, 9],\ \ f(x) = x^2$ **5)** $f : (0, \frac{\pi}{3}) \to (0, \sqrt{3}\,],\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  1) $(a')' = a + 0'$ **2)** $a + a' = 1$ **3)** $a \cdot 0 = 1'$ **4)** $1 + a = 0'$ **5)** $a + b = (a'b')'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^3 = -1$ je $S = \{ \qquad \}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \frac{\pi}{6}e^{i\frac{13\pi}{6}}$:
  $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$, $z^3 =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}, \rho \in [0, \infty), \varphi \in (-\pi, \pi]$:
  $-1 =$, $2i =$, $1 + i =$, $2 =$ $-\pi i =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupe.
  1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{R}, +)$ **5)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), +)$ **7)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **8)** $((0, \infty), \cdot)$

- Neka su P i Q proizvoljni nenula polinomi trećeg stepena. Tada je $dg(P+Q) \in \{ \qquad \}$ i $dg(PQ) \in \{ \quad \}$.

- Pri delenju polinoma $x^3 + x^2 + x + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & d & c & a \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.

∗ ∗

- Zajednički koren polinoma $P(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 1$ i $Q(x) = x^2 - i$ je , a $NZD(P, Q) =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(F,+,\cdot)$:
1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(F,+)$ je grupa **3)** $(F,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0 \Rightarrow a=0 \lor b=0$ **6)** $a\neq 0 \land b \neq 0 \Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

- Neka je $g:(0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ ______

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x-2}$. Tada je $f^{-1}(x)=$.

- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. **1)** $\arg z>0 \Leftrightarrow I_m(z)>0$ **2)** $\arg z<0 \Leftrightarrow I_m(z)<0$ **3)** $\arg z<0 \Rightarrow I_m(z)\leq 0$ **4)** $-\frac{\pi}{2}<\arg z<\frac{\pi}{2} \Rightarrow R_e(z)>0$ **5)** $\arg z<0 \Leftarrow I_m(z)\leq 0$

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+e)$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=1$, $f($______$)=0$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je:
a) bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,\middle|\,f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\right)$ **3)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Neka je $z=3+2i$, $u=1+i$ i $w=2-i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka ___________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka ___________, a $\measuredangle wuz=$ ____________

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\arccos(x+1)$. Tada je $A=$ ________, $f($______$)=\frac{3\pi}{4}$, $f($______$)=\frac{\pi}{4}$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je:
1) bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1]$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $s:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z)=\overline{z}e^{i\pi}$ je ____
$g(z)=-z$ je ____
$h(z)=R_e(z)$ je ____
$s(z)=z\cdot\frac{i-1}{\sqrt{2}}$ je ____
$A=\{z|z^{11}=i\}$ je ____
$B=\{z||z^{11}|=|i|\}$ je ____
$C=\{z|z=-\overline{z}\}$ je ____
$D=\{z|\arg z=\arg(-z)\}$ je ____
$E=\{z|I_m(z)=-R_e(z)\}$ je ____
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset B$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $D\subseteq E$

- Neka je $\{1,0\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b\in\{\qquad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c\in\{\qquad\}$.

- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ____, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ____, $\Big|\{f|f:A\to B\land f\nearrow\}\Big|=$ ____, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ____,

$\Big|\{f|f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$ **2)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$**6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **7)** $\overline{z} \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; z = \overline{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k|k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \;\Rightarrow\; x = 1$ **5)** $xy = 0 \;\Rightarrow\; (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \;\vee\; y = 0) \;\Rightarrow\; xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\; x + y = 1 \;\wedge\; xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
1) $(\{z \in \mathbb{C}|Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f|f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}) = 0$. Zaokruži tačno: **1)** $x^2 + x + 1 \,\big|\, f(x)$; **2)** $x^2 + x\sqrt{3} + 1 \,\big|\, f(x)$; **3)** $x - e^{-i\frac{\pi}{3}} \,\big|\, f(x)$ **4)** $x - e^{i\frac{\pi}{3}} \,\big|\, f(x)$ **5)** $x - e^{i|\frac{\pi}{3}|} \,\big|\, f(x)$ **6)** $x^2 - x + 1 \,\big|\, f(x)$; **7)** $x^2 - x\sqrt{3} + 1 \,\big|\, f(x)$

- Ako je $z \in \mathbb{C}$ tada: **1)** $\arg z + \arg(-\overline{z}) \in \{-\pi, \pi\}$ **2)** $\arg z = -\arg \overline{z}$ **3)** $|z| = |\overline{z}|$ **4)** $z^{-1} = \overline{z}$ **5)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **13.02.2014.**

- Za ravan $\alpha :\; z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad, \quad, \quad)$ i koordinate neke njene tri različite nekolinearne tačke $A(\quad, \quad, \quad)$, $B(\quad, \quad, \quad)$, $C(\quad, \quad, \quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 2, 0)$, tada je $\vec{a}\vec{b} =$ ______________ $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$ ______________ $\vec{a} \times \vec{b} =$ ______________.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je:
1) neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su GENERATORNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: **1)** $\big((0, 1, 0)\big)$ **2)** $\big((1, 2, 0), (1, 1, 0), (2, -1, 1)\big)$ **3)** $\big((1, 0, 0), (2, 0, 2)\big)$ **4)** $\big((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\big)$
5) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2)\big)$ **6)** $\big((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0)\big)$ **7)** $\big((0, 1, 0), (0, 2, 0)\big)$ **8)** $\big((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $f(x) = (0, 9x)$ i $g, h, r, s : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x + y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (0, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y)$ i $p(x, y, z) = (z, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f =$ $\quad M_g =$ $\quad M_h =$ $\quad M_r =$ $\quad M_s =$ $\quad M_p =$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_S$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektore položaja tačaka C i D $\quad \vec{r}_C =$ $\quad \vec{r}_D =$

∗ ∗

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & ay & = & a \\ x & + & y & = & a \end{array}$$
1) kontradiktoran: ________
2) određen: ________
3) 1 puta neodređen: ________
4) 2 puta neodređen: ________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i AB. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BD}$. $\overrightarrow{DQ} + \overrightarrow{DP} =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
$\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
1) $|det(A)| = \lambda |det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A, B, C reda **2** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$
5) $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B + C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a) $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$ **b)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ **c)** $(\vec{a} - \mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$ **d)** $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ **e)** ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + 2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni akko je**: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall \lambda \in \mathbb{R}) \quad (\vec{a} \neq \lambda\vec{b} \ \wedge \ \lambda\vec{a} \neq \vec{b})$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \ \Rightarrow \ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$ i $\vec{m} \neq 0$, tada funkcija f **uvek** jeste:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za **neku** linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\to}\mathbb{R}$ i svako $x,y,\lambda,v\in\mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$ **2)** $f(0)=0$
3) $f(xy)=yx$ **4)** $f(xy)=y\,f(x)$ **5)** $f(x)=ax+0$ za neko $a\in\mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda-v)=2f(\lambda)-f(v)$

- Neka je $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1,x_2,x_1)$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 1 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det:\mathcal{M}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $\det:\mathcal{M}\overset{1-1}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **3)** $\det:\mathcal{M}\overset{na}{\longrightarrow}\mathbb{R}$ **4)** $\det:\mathcal{M}\underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}}\mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Ako je $f(x+y)=f(x)+f(y)$, tada f: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x)=\alpha f(x)$

- Neka je $(a_1,a_2,\dots,a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\dots,c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V=4$. Tada je
1) $m\le 4\le n$ **2)** $n\le 4\le m$ **3)** $n\le m\le 4$ **4)** $4\le m\le n$ **5)** $4\le n\le m$ **6)** $m\le n\le 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}|=2$ i $|\overrightarrow{BC}|=3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB}\parallel\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}\parallel\vec{b}$ i vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\vec{a}$ su istog smera, a vektori $\overrightarrow{BC}$ i $\vec{b}$ suprotnog. $\vec{r}_C=$

- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1,b_2,\dots,b_\ell)$ zavisna i neka je $(0,d_2,\dots,d_k)$ neka $k-$ torka vektora. Tada je:
1) $k\le\ell$ **2)** $\ell\le k$ **3)** $k=\ell$ **4)** $\ell<k$ **5)** $\ell>k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=0\}$, **dim** $U=$_____ **2)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2+y^2=0\}$ **dim** $U=$_____
3) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x\cdot 0=0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2+y^2+z^2=0\}$ **dim** $U=$_____

- Ako je A kvadratna matrica **reda 2**, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftarrow$ **rang** A≤ 1, **3)** $\det A=0\Leftarrow$ **rang** A$=1$ **4)** **rang** A$=1\Rightarrow\det A\ne 0$, **5)** **rang** A$=1\Leftarrow\det A\ne 0$, **6)** **rang** A$=2\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, i $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f g h F G

- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1,x_2)=(x_1-x_2,2x_1+x_2)$ i $g(x_1,x_2)=(x_1-x_2,x_1+x_2)$.
a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f\circ g)(x_1,x_2)=f\big(g(x_1,x_2)\big)=$
b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g $M_f=\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$, $M_g=\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$.
c) Izračunati proizvod matrica $M_f\cdot M_g=\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$, $M_g^{-1}=\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1,x_2)=$
d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1,x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f\cdot M_g$ tj. $h(x_1,x_2)=$
e) Da li je $h=f\circ g$ tj. da li je $(\forall x_1,x_2\in\mathbb{R})\ h(x_1,x_2)=(f\circ g)(x_1,x_2)$? DA NE

- Neka su a, n, x matrice kolone istog formata nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $(n^\top x)a=(an^\top)x$ **2)** $(n^\top a)x=(xn^\top)a$
3) $n^\top a=a^\top n$ **4)** $na=an$ **5)** $(n^\top x)a=n^\top(xa)$ **6)** $a^\top n=0\Rightarrow a\perp n$ Napomena $[\lambda]\cdot A\overset{def}{=}\lambda A$, za svaku matricu A.

KOLOKVIJUM 1 **28.02.2014.**

- Neka su $f:(0,1)\to(0,1)$ i $g:(0,1)\to(0,1)$ definisane sa $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ i $g(x)=-x+1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$ **4)** $(f\circ g)^{-1}(x)=$ **5)** $(g^{-1}\circ f^{-1})(x)=$

- **Bijektivne** funkcije su: **1)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+,\ \ f(x)=x^2$ **2)** $f:[-1,1]\to[0,\pi], f(x)=\arccos x$ **3)** $f:[\pi,\frac{3\pi}{2}]\to[-1,0],\ \ f(x)=\cos x$ **4)** $f:[-3,0]\to[0,9],\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:(1,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=\ln x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  1) $(a')'=a+1'$ **2)** $a+a'=0'$ **3)** $a\cdot 0=(1')'$ **4)** $1+a=1'$ **5)** $a+b=(a'+b')'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^4=1$ je $S=\{\qquad\qquad\}$.

- Za kompleksni broj $z=e^{i\frac{\pi}{2}}+1$, naći:
  $Re(z^2)=\qquad$, $Im(z^2)=\qquad$, $|z|=\qquad$, $\arg(z)=\qquad$, $\overline{z}=\qquad$, $z^3=\qquad$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi},\rho\in[0,\infty),\varphi\in(-\pi,\pi]$:
  $-2^2=\qquad$, $(\sqrt{2i}\,)^2=\qquad$, $\sqrt{(2i)^2}\ =\qquad$, $-1+i=\qquad$, $3\pi=\qquad$ $-2\pi i=$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su asocijativno komutativni grupoidi ali nisu grupe.
  1) $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{R},+)$ **5)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **6)** $((0,\infty),+)$ **7)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **8)** $((0,\infty),\cdot)$

- Neka su P i Q proizvoljni nenula polinomi nultog stepena. Tada je $dg(P+Q)\in\{\qquad\}$ i $dg(PQ)\in\{\ \ \}$.

- Pri delenju polinoma x sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _______________, a ostatak je _______________.

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\d&a&b&c\end{pmatrix}$, $g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\a&d&c&b\end{pmatrix}$. Tada je $f\circ g=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ &&&\end{pmatrix}$, $f^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ &&&\end{pmatrix}$, $g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ &&&\end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ &&&\end{pmatrix}$, $f^{-1}\circ g^{-1}=\begin{pmatrix}a&b&c&d\\ &&&\end{pmatrix}$.

✳ ✳

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
  $\rho=\{(x,\sqrt{1-x^2})|x\in(0,1)\}$: R S A T F $\rho=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$: R S A T F $\rho=\{(x,y)|x+y=1\}$: R S A T F $\rho=\{(-x,-\frac{1}{x})|x>0\}$: R S A T F $\rho=\{(x,-\sqrt{1-x^2})|x\in(0,1)\}$: R S A T F $\rho=\{(x,-\frac{1}{x})|x>0\}$: R S A T F

- Zajednički koren polinoma $P(x)=x^2-\sqrt{2}x+1$ i $Q(x)=x^2+i$ je $\qquad$, a $NZD(P,Q)=$

- Zajednički koren polinoma $P(x)=x^2+\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ i $Q(x)=x^3+1$ je $\qquad$, a $NZD(P,Q)=$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom domenu integriteta $(F,+,\cdot)$:
  1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(F,+)$ je grupa **3)** $(F,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **7)** $a\cdot 0=0$ **8)** $a\cdot(-a)=-a^2$ **9)** $a+(-a)=0$

- Neka je $g:[0,1)\to\mathbb{R},\ \ g(x)=\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ ______

- Neka je funkcija $f:(-\infty,0]\to[0,\infty)$ definisana sa $f(x)=x^2$. Tada je $f^{-1}(x)=\qquad$.

- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. **1)** $\arg z\in(0,\pi)\ \Leftrightarrow\ I_m(z)>0$ **2)** $\arg z<0\ \Rightarrow\ I_m(z)\le 0$ **3)** $\arg z<0\ \Leftarrow\ I_m(z)\le 0$ **4)** $0<\arg z<\frac{\pi}{2}\ \Rightarrow\ R_e(z)>0$ **5)** $0<\arg z<\frac{\pi}{2}\ \Rightarrow\ I_m(z)>0$

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=-\sqrt{x+1}$. Tada je $A=$ ________, $f($_____$)=-1$, $f($_____$)=0$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je: **a)** bijektivna **b)** sirjektivna ali ne injektivna **g)** injektivna ali ne sirjektivna **d)** niti injektivna niti sirjektivna

- Koje od navedenih struktura su asocijativni grupoidi koji nisu grupe: **1)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=k^2x,k\in\mathbb{R}\},+\Big)$
  2) $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+\Big)$ **3)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},\circ\Big)$
  4) $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=k^2x,k\in\mathbb{R}\},\circ\Big)$ **5)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}^+\},\circ\Big)$

- Neka su z, u, w kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, a $\measuredangle uzw =$ __________

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \operatorname{arctg}(x-2)$. Tada je $A =$ _______, $f($_____$) = -\frac{\pi}{4}$, $f($_____$) = 0$ i $B =$ _______ , a $f : A \to B$ je:
1) bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna
- Funkcija $f : (0, \frac{5\pi}{6}) \longrightarrow (-\frac{9}{10}, 1)$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f : (-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}) \longrightarrow [-1, -\frac{1}{3}]$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f : (-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}) \setminus \{-\frac{\pi}{2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = \overline{z}e^{-i\pi}$ je ____
$g(z) = \overline{-z}$ je ____
$h(z) = I_m(z)$ je ____
$s(z) = z \cdot \frac{i - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ je ____
$A = \{z | z^3 = -1\}$ je ____
$B = \{z || z^3| = -1\}$ je ____
$C = \{z | z = \overline{-\overline{z}}\}$ je ____
$D = \{z | \arg(-z) = \overline{\arg(-z)}\}$ je ____
$E = \{z | I_m(z) = iR_e(z)\}$ je ____
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Neka je $\{1, i\}$ skup nekih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je
$a \in \{ \qquad \qquad \qquad \}$, $b \in \{ \qquad \qquad \qquad \}$ $c \in \{ \qquad \qquad \qquad \}$
- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ____, $\Big|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ____, $\Big|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ____, $\Big|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ____,
$\Big|\{f | f : B \to A\}\Big| =$ ____, $\Big|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ____, $\Big|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ____, $\Big|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ____.
- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{z\overline{z}} = \pm|z|$ **2)** $(\forall \varphi \in (-\pi, \pi])\ (e^{i\varphi})^{-1} = \overline{e^{i\varphi}}$ **3)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$
4) $-iIm(z) = \frac{1}{2}(-z + \overline{z})$ **5)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **6)** $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z}_1 - \overline{z}_2$ **7)** $|z| = 1 \Leftarrow z^{-1} = \overline{z}$
8) $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **9)** $(\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \{0\})(\exists k \in \mathbb{R}^+)$ $\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2} \Leftrightarrow \arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$

- Ako je $P(x) = ax^3 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 3$, **2)** $dg(P) \in \{1, 3\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 3\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 3\}$, **5)** $dg(P) \in \{0, 1, 2, 3\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako nema koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
1) $(\{z \in \mathbb{C}|Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f|f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{i\pi}) = 0$. Tada važi:
1) $x - 1 \,\big|\, f(x)$; **2)** $x + 1 \,\big|\, f(x)$; **3)** $x^2 + 1 \,\big|\, f(x)$; **4)** $x^2 - 1 \,\big|\, f(x)$; **5)** $x - e^{-i\pi} \,\big|\, f(x)$ **6)** $x - e^{i\pi} \,\big|\, f(x)$
- Koje jednakosti su tačne za sve kompleksne brojeve z za koje su i definisane: **1)** $z\overline{z} = |z|^2$ **2)** $|\arg z + \arg(-\overline{z})| = \pi$
3) $\arg z = -\arg \overline{z}$ **4)** $z^{-1} = \overline{z}|z|^{-2}$ **5)** $|z| = |\overline{z}|$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$ **7)** $\overline{e^{i\varphi}} = (e^{i\varphi})^{-1}$.

KOLOKVIJUM 2 **28.02.2014.**

- Za ravan α kojoj pripadaju tačke $A(3, 0, 0), B(0, 3, 0)$ i $C(0, 0, 3)$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad, \quad, \quad)$ i koordinate njene tačke $M(\quad, \quad, \quad)$ koja je jednako udaljena od koordinatnih osa. Takvih tačaka M ima: **1)** 1 **2)** 2 **3)** 3 **4)** 4 **5)** više od 4

- Ako je $\vec{a} = (0, -1, 1)$ i $\vec{b} = (-1, 0, 1)$, tada je $|\vec{a}| =$ ___ $|\vec{b}| =$ ___ $\vec{a}\vec{b} =$ ___ $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$ ___ $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge ax - y = a$ nad poljem realnih brojeva je:
1) neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su ZAVISNE u vektorkom prostoru uređenih trojaka $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: **1)** $\big((0, 1, 0)\big)$ **2)** $\big((1, 2, 1), (1, 1, 0), (2, 3, 1)\big)$ **3)** $\big((1, 0, 0), (2, 0, 2)\big)$ **4)** $\big((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\big)$
5) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2)\big)$ **6)** $\big((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0)\big)$ **7)** $\big((0, 1, 0), (0, 2, 0)\big)$ **8)** $\big((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $f(x) = (0, 9x)$ i $g, h, r, s, p : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x + y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (0, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y)$ i $p(x, y, z) = (z, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_r =$ $M_s =$ $M_p =$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_D$ napisati vektore položaja tačaka S i C. $\vec{r}_S =$ $\vec{r}_D =$

* *

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{ccccc} ax & + & ay & = & a \\ ax & + & ay & = & a \end{array}$$
1) kontradiktoran: ________
2) određen: ________
3) 1 puta neodređen: ________
4) 2 puta neodređen: ________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AD i DC. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{BP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AC}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BD}$. $\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{BP}=$

- Izraziti vektor $\vec{x}=(1,0,-2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,2,1)$, $\vec{b}=(1,1,-1)$ i $\vec{c}=(1,1,0)$:
$\vec{x}=$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5,\mathbb{R},+,\cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R},\mathbb{R},+,\cdot)$, vektor $a\neq 0$ je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** uvek baza.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 4 & 3\\ 2 & 5\end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix} -3\\ 2\end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} -3\\ -3\end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 2\\ -2\end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A=[a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij}\in\mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
1) $(\exists\lambda\in\mathbb{R})|det(A')|=\lambda|det(A)|$ **2)** $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(A')$ **3)** $\det A=0\Leftrightarrow\det A'=0$ **4)** $\det A\neq 0\Leftrightarrow\det A'\neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A,B,C reda **4** nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda\in\mathbb{R}$:
1) $\det(AB)=\det(A)+\det(B)$ **2)** $(B+C)A=BA+CA$ **3)** $\det(\lambda A)=\lambda^4\det(A)$ **4)** $\det(AB)=\det(B)det(A)$
5) $(AB)^2=A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB)=\mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $A(B+C)=BA+CA$ **8)** $A(BC)=(AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a)$\big(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}\big)\vec{x}=0$**b)**$\big(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big)\vec{a}=0$**c)**$\big(\vec{a}-\mathbf{pr}_{\vec{x}}\vec{a}\big)\times\vec{x}=0$**d)**$\big(\vec{x}-\mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}\big)\times\vec{a}=0$**e)**ništa od prethodnog

- Neka su a,b i c proizvoljni nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c,b+c,b-c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Neka su a,b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c,a+b,a-b+c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a,b,c.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni akko** je:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{bmatrix}=2$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{bmatrix}\leq 3$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{bmatrix}=3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix}=0$
5) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})\neq 0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \Rightarrow\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ i $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3)=\vec{m}\cdot\vec{x}$, tada funkcija f **uvek** jeste:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za **svaku** nenula linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i svako $x,y,\lambda,v\in\mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$
2) $f(0)=0$ **3)** $f(xy)=yx$ **4)** $f(xy)=y\,f(x)$ **5)** $f(x)=ax$ za neko $a\in\mathbb{R}$ **6)** f je izomorfizam

- Neka je $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1+x_2,x_1+x_3,x_2+x_3)$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 2 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det:\mathcal{M}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $\det:\mathcal{M}\xrightarrow{1-1}\mathbb{R}$ **3)** $\det:\mathcal{M}\xrightarrow{na}\mathbb{R}$ **4)** $\det:\mathcal{M}\xrightarrow[na]{1-1}\mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3,2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\{0,1,2\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1,2\}$

- Neka je $(a_1,a_2,\dots,a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\dots,c_m)$ **zavisna** za prostor V i $\dim V=4$. Tada je
1) $m\leq 4\leq n$ **2)** $n\leq 4\leq m$ **3)** $n\leq m\leq 4$ **4)** $4\leq m\leq n$ **5)** $4\leq n\leq m$ **6)** $n\geq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = 5$ i $|\overrightarrow{BC}| = 7$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{i}$ i $\vec{j}$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{i}$, $\overrightarrow{BC} \parallel \vec{j}$ i vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\vec{i}$ su istog smera, a vektori $\overrightarrow{BC}$ i $\vec{j}$ suprotnog. $\vec{r}_C =$

- Neka je $\ell-$torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_\ell)$ nezavisna i $(d_1, d_2, \ldots, d_k)$ generatorna $k-$ torka vektora. Tada je:
1) $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y^2 = 0\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 3 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \geq 0\}$ **dim** U=_____

- Ako je A kvadratna matrica **reda 4**, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftarrow$ **rang** A≤ 3, **3)** $\det A = 0 \Leftarrow$ **rang** A$= 3$ **4)** **rang** A$= 3 \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$= 3 \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= 4 \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f g h F G

- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 - x_2)$.
a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f\big(g(x_1, x_2)\big) =$
b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g: $M_f = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$, $M_g = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$.
c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$
e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R})\ h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE

- Neka su a, n, x matrice kolone istog formata nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **2)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$
3) $n^\top a = a^\top n$ **4)** $na = an$ **5)** $(n^\top x)a = n^\top (xa)$ **6)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ Napomena $[\lambda] \cdot A \stackrel{def}{=} \lambda A$, za svaku matricu A.

KOLOKVIJUM 1 **27.04.2014.**

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = e^{3-2x}$. Tada je: **1)** $f^{-1}(x) = e^{\frac{3-x}{2}}$, **2)** $f^{-1}(x) = e^{3-2x}$, **3)** $f^{-1}(x) = \ln x$, **4)** $f^{-1}(x) = \frac{3 - \ln x}{2}$, **5)** $f^{-1}(x) = \ln(3 - 2x)$, **6)** $f^{-1}(x) = \log_{3-2x} x$, **7)** $f^{-1}(x) = \ln \sqrt{x^{-1} e^3}$.

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = e^x - 1$ i $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- **Injektivne** funkcije su: **1)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ **2)** $f : [-1, 1] \to [0, 2\pi], f(x) = \arccos x$
3) $f : [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x$ **4)** $f : [-3, 3] \to [0, 9]$, $f(x) = x^2$ **5)** $f : (1, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = \ln x^2$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')'0' = a + 1'$ **2)** $a + a' = 1'$ **3)** $a \cdot 0' = (1')'$ **4)** $1 + a = 0'$ **5)** $ab = (a' + b')'$

- Skup S **svih** kompleksnih rešenja jednačine $x^4 = 0$ je $S = \{ \qquad \}$.

- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{3}} - 1$, naći:
$R_e(z) =$, $I_m(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$, $z^2 =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}, \rho \in [0, \infty), \varphi \in (-\pi, \pi]$:
$-2^{-2} =$, $(\sqrt{-2i}\,)^2 =$, $\sqrt{(-2i)^2} =$, $-2 - 2i =$, $-5\pi =$ $3\pi i =$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su grupe. **1)** $(\{-1,1\},+)$ **2)** $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ **3)** $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ **4)** $(\mathbb{N},+)$ **5)** $(\{2k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x],\cdot)$ **7)** $\left(\left\{\frac{m}{2}\mid m\in\mathbb{Z}\right\},+\right)$

- Ako su P i $Q\neq -P$ polinomi i $dg(P)=dg(Q)=3$, tada je $dg(PQ)\in\{\_\_\_\_\_\}$ i $dg(P+Q)\in\{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$

- Za polinome $p(x)=(x+1)^2x(x-2)^6$ i $q(x)=x^5(x+1)(x-5)^2(x-1)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p,q)=$

✻ ✻

- Neka je $A=\{1,2,3\}$, $f:A\to A$ i $g:A\to A$ funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&1&3\end{pmatrix}$, $g=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}$. Tada je $f^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$,
$g^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $f\circ f=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $f\circ g=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $f^{-1}\circ g^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $(g\circ f)^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$.

- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$, $\rho=\{(x,x)|x\in A\}\cup\{(1,2),(1,3),(2,3),(4,5),(4,3),(5,3)\}$, $B=\{a,b,c,d\}$ i $\theta=\{(x,x)|x\in B\}\cup\{(a,c),(a,d),(c,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A,ρ):

(B,θ):

	(A,ρ)	(B,θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
$\rho=\{(x,\sqrt{1-x^2})|x\in(-1,0)\}$: R S A T F $\quad\rho=\{(x,e^x)|x\in\mathbb{R}\}$: R S A T F
$\rho=\{(x,\ln x)|x\in\mathbb{R}\}$: R S A T F
$\rho=\{(x,-\frac{1}{x})|x>0\}$: R S A T F $\quad\rho=\{(x,-\sqrt{1-x^2})|x\in(-1,0)\}$: R S A T F

- Ako je $f:A\to B$ sirjektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Ako je $f:A\to B$ injektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u polju $(F,+,\cdot)$, a nisu u domenu integriteta. : **1)** $a\cdot 0=0$
2) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **3)** $(F,+)$ je grupa **4)** $(F\setminus\{0\},\cdot)$ je grupa **5)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$
6) $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **7)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab\neq 0$ **8)** $\big(\forall a\in F\setminus\{0\}\big)\big(\exists b\in F\big)ab=1$ **9)** $a+(-a)=0$

- Neka je $g:(0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ _____

- Neka je funkcija $f:(-\infty,-\frac{1}{2}]\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=x^2+x+1$. Tada $f^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$________________.

- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. **1)** $\arg z\in(0,\pi]\Leftrightarrow I_m(z)>0$ **2)** $\arg z\leq 0\Rightarrow I_m(z)\leq 0$ **3)** $\arg z\leq 0\Leftarrow I_m(z)\leq 0$ **4)** $0<\arg z\leq\frac{\pi}{2}\Rightarrow R_e(z)>0$ **5)** $-\frac{\pi}{2}<\arg z<\frac{\pi}{2}\Leftarrow R_e(z)>0$

- Komutativne grupe su: **1)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=k^2x,k\in\mathbb{R}\},+\right)$ **2)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+\right)$ **3)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},\circ\right)$ **4)** $\left(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\Big|f_k(x)=k^2x,k\in\mathbb{R}\},\circ\right)$ **5)** $\left(\{f\Big|f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\underset{\text{na}}{\to}}\mathbb{R}\},\circ\right)$

- Neka su u,z,w kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke w oko tačke z za ugao $-\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka __________, a $\sphericalangle wzu=$ __________

- Navesti geometrijsku interpretaciju sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\setminus\{0\}\to\mathbb{C}$ i $s:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f,g,h i s.
  $f(z)=\overline{z}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ je ______
  $g(z)=|z|e^{i\arg z}\wedge g(0)=0$ je ______
  $h(z)=e^{i\arg z}$ je ______
  $s(z)=-z\cdot\frac{i+1}{\sqrt{2}}$ je ______

- Neka je $\{1,3\}$ skup **svih** korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada je
  $a\in\{\qquad\}$, $b\in\{\qquad\}$ $c\in\{\qquad\}$

- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to A\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___.

- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{z\overline{z}}=\pm|z|$ **2)** $z=e^{i\varphi}\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$ **3)** $|z_1z_2|=|z_1||z_2|$ **4)** $R_e(z)=\frac{1}{2}(z+\overline{z})$
  5) $\overline{z_1-z_2}=\overline{z}_1-\overline{z}_2$ **6)** $|z|=1\Leftarrow z^{-1}=\overline{z}$ **7)** $|-z_1-z_2|=|z_1|+|z_2|$ **8)** $z_1|z_2|=z_2|z_1|\Leftarrow\arg z_1=\arg z_2$

- Ako je $P(x)=ax^4+bx^2+cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P)=4$, **2)** $dg(P)\in\{1,4\}$, **3)** $dg(P)\in\{0,4\}$, **4)** $dg(P)\in\{1,2,4\}$, **5)** $dg(P)\in\{0,1,2,4\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu domeni integriteta: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$
  3) $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Ako je p polinom stepena 3 nad nekim poljem F i ako nema koren u tom polju, tada je p: **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$.
  1) $(xy)'=x+y$ **2)** $(xx')'=(x+1)'$ **3)** $x\neq 1\Rightarrow xy\neq 1$ **4)** $(x\neq 0\wedge y\neq 0)\Rightarrow xy\neq 0$
  5) $xy\neq 0\Rightarrow(x\neq 0\wedge y\neq 0)$ **6)** $x=xy+xy'+x$ **7)** $xx=x+x$ **8)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1\wedge xy=0$

- Napisati jedan primer konačne nekomutativne grupe i jedan primer beskonačne nekomutativne grupe
  Konačna: . Beskonačna:

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C}\setminus\{0\},\cdot)$: **1)** $(\mathbb{R}\setminus\{0\},+)$ **2)** $((0,\infty),\cdot)$ **3)** $((-\infty,0),\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},\cdot)$
  5) $(\mathbb{Z}\setminus\{0\},\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+)$ **7)** $((0,1),\cdot)$ **8)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **9)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^4+t^2+1 svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{2}})=0$. Tada važi:
  1) $x-i\,\big|\,f(x)$; **2)** $x+i\,\big|\,f(x)$; **3)** $x^2+1\,\big|\,f(x)$; **4)** $x^2-1\,\big|\,f(x)$; **5)** $x-e^{-i\frac{\pi}{2}}\,\big|\,f(x)$ **6)** $x-e^{i\frac{\pi}{2}}\,\big|\,f(x)$
- Koje jednakosti su tačne za sve $z\in\mathbb{C}$ i sve $\varphi\in(-\pi,\pi]$ za koje su i definisane: **1)** $\overline{e^{i\varphi}}=e^{i\overline{\varphi}}$ **2)** $\overline{e^{i\varphi}}=e^{\overline{i\varphi}}$
  3) $\arg z+\arg(-\overline{z})\in\{-\pi,\pi\}$ **4)** $\arg z+\arg\overline{z}=0$ **5)** $z^{-1}|z|^2=\overline{z}$ **6)** $|z|=|\overline{z}|$ **7)** $|\arg z|=|\arg\overline{z}|$

KOLOKVIJUM 2 **27.04.2014.**

- Neka tačke $O(0,0,0), A(1,0,1)$ i $B(1,1,1)$ pripadaju ravni α. Napisati vektor $\overrightarrow{AB}=(\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $M\in\alpha$ i $M\notin\{O,A,B\}$, $M(\quad,\quad,\quad)$.

- Ako je $\vec{a}=(2,-1,1)$ i $\vec{b}=(-1,1,1)$, tada je $|\vec{a}|=$ ___ $|\vec{b}|=$ ___ $\vec{a}\vec{b}=$ ___ $\cos\measuredangle(\vec{a}\vec{b})=$ _____ $\vec{a}\times\vec{b}=$ _______.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax+y=1 \wedge -x+ay=a$ nad poljem realnih brojeva je:
1) neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su NEZAVISNE u vektorkom prostoru uređenih trojaka $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,1),(1,1,0),(2,3,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$
5) $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$, $f(x)=(x,x)$ i $g,h,r,s,p:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $g(x,y,z)=(x+x,z+z)$, $h(x,y,z)=(x,z)$, $r(x,y,z)=(x,y)$, $s(x,y,z)=(x,x+y+z)$ i $p(x,y,z)=(0,0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f=$ $M_g=$ $M_h=$ $M_r=$ $M_s=$ $M_p=$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_D$ i $\vec{r}_S$ napisati vektore položaja tačaka B i C. $\vec{r}_B=$ $\vec{r}_C=$

✻ ✻

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra a za koje je sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{ccccc} ax & + & ay & = & 1 \\ ax & + & ay & = & 1 \end{array}$$
1) kontradiktoran: ______
2) određen: ______
3) 1 puta neodređen: ______
4) 2 puta neodređen: ______

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AD i DC. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{BP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AC}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{BP}=$

- Izraziti vektor $\vec{x}=(1,2,0)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,2,1)$, $\vec{b}=(1,1,-1)$ i $\vec{c}=(1,1,0)$:
$\vec{x}=$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4,\mathbb{R},+,\cdot)$, petorka vektora (a,b,c,d,e) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad generatorna, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{C},\mathbb{R},+,\cdot)$, vektor $a\neq 0$ je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** uvek baza.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A=[a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij}\in\mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
1) $(\exists\lambda\in\mathbb{R})|det(A')|=\lambda|det(A)|$ **2)** $\mathbf{rang}(A)=\mathbf{rang}(A')$ **3)** $\det A=0 \Leftrightarrow \det A'=0$ **4)** $\det A\neq 0 \Leftrightarrow \det A'\neq 0$

- Ako su vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ **komplanarni** tada je:
1) $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **2)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\leq 3$ **3)** $\mathrm{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=0$

5) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})\neq 0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \Rightarrow\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $\vec{x}=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k}$ i $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1,x_2,x_3)=\vec{m}\cdot\vec{x}$ i $\vec{m}\neq 0$, tada funkcija f **uvek** jeste:
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za **svaki** izomorfizam $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i svako $x,y\in\mathbb{R}$ tačno je:**1)** $f(x)=ax$ za neko $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ **2)** $f(0)=0$ **3)** $x=0\Leftarrow f(x)=0$ **4)** $f(xy)=yx$ **5)** $f(xy)=y\,f(x)$ **6)** $f(x)=ax$ za neko $a\in\mathbb{R}$ **7)** f je sirjektivna

- Neka je $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_3\vec{k})=(x_1-x_2,x_1-x_3,x_2-x_3)$, gde su $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi:V\to\mathbb{R}^3$
  1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\det:\mathcal{M}\longrightarrow\mathbb{R}$ **2)** $\det:\mathcal{M}\xrightarrow{1-1}\mathbb{R}$ **3)** $\det:\mathcal{M}\xrightarrow{na}\mathbb{R}$ **4)** $\det:\mathcal{M}\xrightarrow[na]{1-1}\mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3,1)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\mathbb{N}\cup\{0\}$ **4)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\to\{0,1\}$ **5)** $\mathsf{rang}:\mathcal{M}\overset{na}{\to}\{0,1\}$

- Neka $(a_1,a_2,\dots,a_n)$ nije generatorna u prostoru V, $(c_1,c_2,\dots,c_m)$ **nezavisna** za prostor V i $\dim V=4$. Tada
  1) $m\leq 4\leq n$ **2)** $n\leq 4\leq m$ **3)** $m\leq 4$ **4)** $4\leq m\leq n$ **5)** $4\leq n\leq m$ **6)** $n\geq 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}|=3$ i $|\overrightarrow{BC}|=4$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB}\parallel\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}\parallel\vec{b}$ i vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\vec{a}$ su suprotog smera, a vektori $\overrightarrow{BC}$ i $\vec{b}$ istog smera. $\vec{r}_C=$

- Neka je $k-$torka vektora $(b_1,b_2,\dots,b_k)$ nezavisna i $(d_1,d_2,\dots,d_\ell)$ generatorna $\ell-$ torka vektora. Tada je:
  1) $k\leq\ell$ **2)** $\ell\leq k$ **3)** $k=\ell$ **4)** $\ell<k$ **5)** $\ell>k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U\subseteq\mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
  1) $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=y=z\}$, **dim** U=_____ **2)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x=0\}$ **dim** U=_____ **3)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2\geq 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\mid x^2+y^2+z^2=0\}$ **dim** U=_____

- Ako je A kvadratna matrica **reda 5**, tada je: **1)** $\det A=0\Rightarrow$ **rang** A$=0$ **2)** $\det A=0\Leftarrow$ **rang** A≤ 4, **3)** $\det A=0\Leftarrow$ **rang** A$=4$ **4)** **rang** A$=4\Rightarrow\det A\neq 0$, **5)** **rang** A$=4\Leftarrow\det A\neq 0$, **6)** **rang** A$=5\Leftarrow\exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, i $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
  f g h F G

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f:V\to V$ sledi da je transformacija f:
  1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f:V\to V$ sledi da je f:
  1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** izomorfizam $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** $n=m$
  4) f je sirjektivna **5)** f je bijektivna **6)** A je regularna **7)** $\det A\neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V. Zaokruži tačan odgovor DA NE

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: **1)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ **4)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ vektori iz skupa svih slobodnih vektora V. Tada $(\vec{a} \times \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a}\vec{b})(\vec{a}\vec{b}) = (\vec{a}\vec{a})(\vec{b}\vec{b})$ **akko je**:
  1) $\vec{a}, \vec{b}$ proizvoljni vektori iz V **2)** $\vec{a} = 0 \vee \vec{b} = 0$ **3)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \perp \vec{b}$

KOLOKVIJUM 1 — 26.06.2014.

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to R \setminus \{3\}$ definisana sa $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$. Tada je: $f^{-1}(x) =$

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2x + 1$ i $g(x) = x^3 - 1$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- **Sirjektivne** funkcije su: **1)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2$ **2)** $f : [-1, 1] \to [0, 2\pi], f(x) = \arccos x$ **3)** $f : [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}] \to [\frac{1}{2}, 1],\ f(x) = \cos x$ **4)** $f : [-3, 3] \to [0, 9],\ f(x) = x^2$ **5)** $f : (1, \infty) \to [0, \infty),\ f(x) = \ln x^2$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  1) $(a')'0' = a + 1$ **2)** $a' + a' = a' + 1'$ **3)** $a \cdot 0' = (a')'$ **4)** $1 + a = a'$ **5)** $(ab) = (a' + b')'$

- Skup S **svih** kompleksnih rešenja jednačine $e^{ix} = 0$ je $S =$.

- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{2}} - 1$, naći:
  $R_e(z) =$, $I_m(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$, $z^2 =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}, \rho \in [0, \infty), \varphi \in (-\pi, \pi]$:
  $-2i^{-2} =$, $(\sqrt[3]{i}\ )^3 =$, $\sqrt[3]{i^3} \in \{\quad ,\quad ,\quad \}$, $-2 - 2i =$, $-5\pi =$ $3\pi i =$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom. **1)** $(\{-1, 1\}, +)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N}, +)$ **4)** $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$ **6)** $\left(\left\{\frac{m}{2} \mid m \in \mathbb{Z}\right\}, +\right)$

- Ako su P i $Q \neq -P$ polinomi i $dg(P) = dg(Q) = 0$, tada je $dg(PQ) \in \{\_\_\_\_\_\}$ i $dg(P + Q) \in \{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$

- Za polinome $p(x) = (x + 1)^2 x(x - 2)^6$ i $q(x) = x^5(x + 1)^3(x - 5)^2(x - 2)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p, q) =$

* *

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$, $f : A \to A$ i $g : A \to A$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$,
  $g^{-1} = \begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $g \circ f = \begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$, $(g \circ f)^{-1} = \begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \end{pmatrix}$.

- Neka je ρ relacija „deli" skupa $A = \{2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ i neka je θ relacija „deli" skupa $B = \{1, 2, 3, 6, 12, 18, 36\}$
  Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A, ρ):

(B, θ):

	(A, ρ)	(B, θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **1)** $x+y = x'y'$ **2)** $xy = (x'+y')'$**3)** $xy = 1 \Rightarrow y = 1$ **4)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **5)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **6)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\rightarrow} B$ **7)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{1-1}}{\rightarrow} B$

- Za funkciju $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ iz grupe $(\mathbb{R}, +)$ u grupu $((0, \infty), \cdot)$, definisanu sa $f(x) = 2^x$, važi: **1)** f je homomorfizam **2)** f je izomorfizam **3)** f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam **4)** f^{-1} je izomorfizam

- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^3 + t + 1$ svodljiv: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$

- Skup svih mogućih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ je $\{ \qquad \}$

- U prstenu polinoma, za svaki polinom p važi: **1)** ako je p jednak proizvodu dva polinoma, tada je p svodljiv **2)** ako je $p = 0$, tada je on svodljiv **3)** ako je $p = 0$, tada je on nesvodljiv **4)** ako je p svodljiv tada je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0 **5)** ako je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0, tada je p je svodljiv

- Neka su $p(x) = 2x + 1$ i $q(x) = x^2 + 2$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_7$ i $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_7[x]/p, +, \cdot)$ i $\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_7[x]/q, +, \cdot)$. Tada su polja: **a)** Samo $\mathcal{A}$ **b)** Samo $\mathcal{B}$ **c)** $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ **d)** Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.

- Neka je $g : (-\infty, 1] \to (-\infty, 0]$, $g(x) = -\sqrt{1-x}$. Tada inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$
- Neka je funkcija $f : (-\infty, -\frac{1}{4}] \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = -2x^2 - x - 2$. Tada $f^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$________________.

- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. **1)** $\arg z > 0 \Rightarrow I_m(z) > 0$ **2)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) < 0$ **3)** $\arg z < 0 \Leftrightarrow I_m(z) < 0$ **4)** $\arg z > 0 \Leftarrow I_m(z) > 0$ **5)** $\arg z \notin [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow R_e(z) < 0$

- Grupe su: **1)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \middle| f_k(x) = k^2 x, k \in \mathbb{R}\}, +\right)$ **2)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \middle| f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}, \circ\right)$
3) $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \middle| f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +\right)$ **4)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \middle| f_k(x) = k^2 x, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}, \circ\right)$
5) $\left(\{f \middle| f : \mathbb{R} \overset{1-1}{\underset{\text{na}}{\rightarrow}} \mathbb{R}\}, \circ\right)$

- Neka su u, z, w kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke u oko tačke w za ugao $-\frac{\pi}{4}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke w za vektor u dobija se tačka __________, a $\measuredangle uwz =$ __________

- Navesti geometrijsku interpretaciju sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f,g,h i s.

$f(z) = \overline{z} e^{i\pi}$ je ______________________________
$g(z) = |z| e^{i \arg(-z)} \wedge g(0) = 0$ je ______________________________
$h(z) = e^{i \arg |z|}$ je ______________________________
$s(z) = -z \cdot (\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5})$ je ______________________________

- Neka je $\{1\}$ skup **svih** korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je $a \in \{ \qquad \}$, $b \in \{ \qquad \}$ $c \in \{ \qquad \}$

- Neka je $A = \{1\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___,
$\left|\{f | f : B \to A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___.

- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **2)** $z = e^{i\frac{\pi}{7}} \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$ **3)** $|z_1 z_2| = |z_2||z_1|$ **4)** $R_e(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$
5) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z}_2 - \overline{z}_1$**6)** $|z| = 1 \Leftarrow z^{-2} = \overline{z}^2$**7)** $|-z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$**8)** $z_1 |z_2| = z_2 |z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$

- Ako je $P(x) = ax^3 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 3$, **2)** $dg(P) \in \{0, 1, 3\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 3\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 3, 4\}$, **5)** $dg(P) \in \{0, 1, 2, 3\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta, a nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Ako je p svodljiv polinom stepena 4 nad nekim poljem F, tada polinom p: **1)** uvek ima korena u polju F **2)** nikada nema korena u polju F **3)** nekada ima a nekada nema korena u polju F **4)** ništa od prethodnog

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0,1\},+,\cdot,',0,1)$.
1) $(xy)' = x + y$ **2)** $(xx')' = (x+1)'$ **3)** $x \neq 1 \Rightarrow xy \neq 1$ **4)** $(x \neq 0 \wedge y \neq 0) \Rightarrow xy \neq 0$ **5)** $xy \neq 0 \Rightarrow (x \neq 0 \wedge y \neq 0)$ **6)** $x = xy + xy' + x$ **7)** $xx = x + x$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Napisati jedan primer konačnog prstena bez jediice i jedan primer beskonačnog prstena bez jediice.
Konačan: . Beskonačan:
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{i\pi}) = 0$. Tada važi:
1) $x - e^{i\pi} \mid f(x)$ **2)** $x - e^{-i\pi} \mid f(x)$ **3)** $x^2 + 1 \mid f(x)$; **4)** $x - 1 \mid f(x)$; **5)** $x + 1 \mid f(x)$; **6)** $x^2 - 1 \mid f(x)$;
- Koje jednakosti su tačne za sve $z \in \mathbb{C}$ i sve $\varphi \in (-\pi, \pi]$ za koje su i definisane:**1)** $\overline{e^{i\varphi}} = e^{-i\overline{\varphi}}$**2)** $\overline{e^{i\varphi}} = e^{-i\varphi}$ **3)** $e^{i(\arg z + \arg(-\overline{z}))} = -1$ **4)** $e^{i(\arg z + \arg \overline{z})} = 1$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}|z|^{-2}$ **6)** $|-z| = |\overline{z}|$ **7)** $|\arg(-z)| + |\arg \overline{z}| = \pi$

KOLOKVIJUM 2 **26.06.2014.**

- Neka tačke $M(3,0,3)$, $N(0,3,3)$ i $P(3,3,0)$ pripadaju ravni α. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n} = (\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D) = (\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $Q \in \alpha$ i $Q \notin \{M,N,P\}$, $Q(\quad,\quad,\quad)$. Težište T trougla MNP je $T(\quad,\quad,\quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (3,-3,0)$ i $\vec{b} = (-3,0,3)$, tada je $|\vec{a}| =$ ___ $|\vec{b}| =$ ___ $\vec{a}\vec{b} =$ ___ $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$ _____ $\vec{a} \times \vec{b} =$ ________.

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $2ax - 2y = 1 \wedge -4x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je:
1) neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 9 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Ako je A kvadratna matrica **reda 3**, tada je: **1)** $\det A = 0 \Rightarrow$ **rang** A$= 0$ **2)** $\det A = 0 \Leftarrow$ **rang** A≤ 2, **3)** $\det A = 0 \Leftarrow$ **rang** A$= 2$ **4)** **rang** A$= 3 \Rightarrow \det A \neq 0$, **5)** **rang** A$= 2 \Leftarrow \det A \neq 0$, **6)** **rang** A$= 3 \Leftarrow \exists A^{-1}$.

- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
f g h F G

- Za **svaki** izomorfizam $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** $n = m$
4) f je sirjektivna **5)** f je bijektivna **6)** A je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Za **svaki** vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V. Zakruži tačan odgovor DA NE

- Zaokružiti cifre ispred uređenih n-torki koje su GENERATORNE u vektorskom prostoru uređenih trojki $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$: **1)** $\big((1,2,3)\big)$**2)** $\big((1,0,1),(1,1,0),(0,1,1)\big)$**3)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$**4)** $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,3),(3,3,4)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0),(0,7,0)\big)$ **7)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $f(x) = (2x, 3x)$ i $g, h, r, s, p : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (x+y, y+y+y)$, $h(x,y,z) = (2x, 3x)$, $r(x,y,z) = (z,y)$, $s(x,y,z) = (x+y+z, x+y+z)$ i $p(x,y,z) = (0, 0+0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f =$ $\quad M_g =$ $\quad M_h =$ $\quad M_r =$ $\quad M_s =$ $\quad M_p =$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S sredina od CD. U zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_D$ i $\vec{r}_S$ napisati vektore položaja tačaka B i C. $\quad \vec{r}_B =$ $\quad \vec{r}_C =$

* *

- Projekcija vektora $\vec{x}$ na pravac vektora $\vec{n}$ je $\vec{x}\,' =$ $\quad$ a na ravan $\alpha : \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ je $\vec{x}\,'' =$
- Napisati vektore položaja bar dve tačke M i N u zavisnosti od $\vec{n}, \vec{r}_Q$ i d, koje su sa različitih strana ravni $\alpha : \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i od nje udaljene za d. $\quad \vec{r}_M =$ $\quad \vec{r}_N =$
- Neka je tačka P presk ravni $\alpha : \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a : \vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a} \neq 0$. Tada je: **1)** $\vec{r}_P = \vec{r}_Q + \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **2)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$. **3)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **4)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **5)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$.
- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(2a - 3b + c, 3b - c, a - 5b + c)$ je: **1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.
- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b - c, a + b, -c)$ je: **1)** uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.
- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$
- Za proizvoljne vektore $\vec{n}$ i $\vec{r}$ važi: **1)** $\vec{n}\vec{r} = |\vec{n}||\vec{r}| \Leftrightarrow \vec{n} \times \vec{r} = 0$ **2)** $\vec{n}\vec{r} = |\vec{n}||\vec{r}| \Rightarrow \vec{n} \times \vec{r} = 0$ **3)** $\vec{n}\vec{r} = |\vec{n}||\vec{r}| \Leftarrow \vec{n} \times \vec{r} = 0$ **4)** $\vec{n}\vec{r} \neq |\vec{n}||\vec{r}| \Rightarrow \vec{n} \times \vec{r} \neq 0$ **5)** $\vec{n}\vec{r} \neq |\vec{n}||\vec{r}| \Leftrightarrow \vec{n} \times \vec{r} \neq 0$
- Odrediti sve vrednosti realnog parametra a za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & ay & = & 1 \\ ax & - & ay & = & 1 \end{array}$$

1) kontradiktoran: ______________________

2) određen: ______________________

3) 1 puta neodređen: ______________________

4) 2 puta neodređen: ______________________

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AD i DC. (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{BP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{BD}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{BP} =$
- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$: $\vec{x} =$
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je: **1)** uvek nezavisna **2)** nikad generatorna, **3)** nekada zavisna, a nekada nezavisna .
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{C}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je: **1)** uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** uvek baza.
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je: **1)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})|det(A')| = \lambda |det(A)|$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $\det A = 0 \Leftrightarrow \det A' = 0$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** akko: **1)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \ \Rightarrow\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, tada funkcija f **uvek** jeste:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Za **svaki** izomorfizam $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ za neke $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
2) $f(0) = 0$ **3)** $(x, y) = 0 \Leftarrow f(x, y) = 0$ **4)** $f(x, y) = 0 \Leftarrow (x, y) = 0$ **5)** f je injektivna **6)** f je sirjektivna

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 1 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ **2)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$ **3)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \to \{0, 1\}$ **5)** $\mathsf{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ generatorna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ **nezavisna** za prostor V i $\dim V = 4$. Tada
1) $m \le 4 \le n$ **2)** $n \le 4 \le m$ **3)** $m \le 4$ **4)** $4 \le m \le n$ **5)** $4 \le n \le m$ **6)** $n \ge 4$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = 1$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} \parallel \vec{b}$ i vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\vec{a}$ su istog smera, a vektori $\overrightarrow{BC}$ i $\vec{b}$ suprotog smera. $\vec{r}_C =$

- Neka je $k-$torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$ nezavisna i $(d_1, d_2, \ldots, d_\ell)$ baza. Tada je:
1) $k \le \ell$ **2)** $\ell \le k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = z\}$, **dim** U=_____ **2)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$ **dim** U=_____
3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim**U= _____ **4)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \ge 0\}$ **dim** U=_____

KOLOKVIJUM 1 **14.07.2014.**

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = e^x - 1$ i $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- **Bijektivne** funkcije su: **1)** $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^-$, $f(x) = -x^2$ **2)** $f : [-1, 1] \to [0, 2\pi]$, $f(x) = \arccos x$
3) $f : [-\frac{\pi}{3}, 0] \to [\frac{1}{2}, 1]$, $f(x) = \cos x$ **4)** $f : [-3, 0] \to [0, 9]$, $f(x) = x^2$ **5)** $f : [1, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = \ln x^2$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')'0' = a$ **2)** $a' + 0' = 1 + 0$ **3)** $a \cdot 1' = (a')'$ **4)** $1 + a = a' + 0'$ **5)** $(ab)' = (a' + b')'$

- Skup S **svih** kompleksnih rešenja jednačine $e^{ix} = 1$ je $S =$.

- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{3}} - 1$, naći:
$R_e(z) =$, $I_m(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\overline{z} =$, $z^2 =$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}, \rho \in [0, \infty), \varphi \in (-\pi, \pi]$:
$-2 =$, $9 =$, $e^{i\frac{\pi}{3}} - 1 =$, $-2i =$, $5\pi =$ $-3\pi + 3\pi i =$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su grupe. **1)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **2)** $(\{f | f : \mathbb{R} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N}, +)$
4) $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **5)** $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, +)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$ **7)** $(\{\frac{m}{5} \mid m \in \mathbb{Z}\}, +)$

- Ako su P i $Q \ne -P$ polinomi i $dg(P) = dg(Q) = 1$, tada je $dg(PQ) \in \{$_____$\}$ i $dg(P + Q) \in \{$__________$\}$

- Za polinome $p(x) = (x-5)^3 x(x-2)^6$ i $q(x) = x^5(x+1)^3(x-5)^2(x-2)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p,q) =$

$$\circledast \circledast$$

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (1,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = 2x+1$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x) =$, **2)** $(f \circ g)(x) =$, **3)** $(f \circ g) : \quad \xrightarrow[na]{1-1}$, **4)** $(g \circ f) : \quad \xrightarrow[na]{1-1}$.

- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$, $f : A \to A$ i $g : A \to A$ funkcije definisane sa $f = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5\\4&1&5&3&2\end{smallmatrix}\right)$, $g = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5\\3&5&1&4&2\end{smallmatrix}\right)$. Tada je $f^{-1} = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5\\ & & & & \end{smallmatrix}\right)$, $g^{-1} = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5\\ & & & & \end{smallmatrix}\right)$, $g \circ f = \left(\begin{smallmatrix} & & & & \\1&2&3&4&5\end{smallmatrix}\right)$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5\\ & & & & \end{smallmatrix}\right)$, $(g \circ f)^{-1} = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5\\ & & & & \end{smallmatrix}\right)$.

- Neka je ρ relacija „deli" skupa $A = \{1,2,3,,6,12,18,36\}$ i neka je θ relacija „deli" skupa $B = \{1,2,4,6,12\}$
  Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A,ρ):

(B,θ):

	(A,ρ)	(B,θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B,+,\cdot,',0,1)$ definisana je relaija $f = \{(x,x')|x \in B\}$. Relacija f je: **1)** Refleksivna
  2) Simerična **3)** Tranzitivna **4)** Antisimetrična **5)** Funkcija **6)** $f : B \underset{\text{na}}{\to} B$ **7)** $f : B \underset{\text{1-1}}{\to} B$

- Za funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ iz grupe $(\mathbb{R},+)$ u grupu $(\mathbb{R},+)$, definisanu sa $f(x) = 7x$, važi:
  1) f je homomorfizam **2)** f je izomorfizam **3)** f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam **4)** f^{-1} je izomorfizam

- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^3 + t^2 - 1$ svodljiv: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$

- Skup svih mogućih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem kompleksnih brojeva $\mathbb{C}$ je $\{ \qquad \}$

- U prstenu polinoma, za svaki polinom p važi: **1)** ako je p jednak proizvodu dva nesvodljiva polinoma, tada je p svodljiv **2)** ako je $p = 4$, tada je on svodljiv **3)** ako je $p = 3$, tada je on nesvodljiv **4)** ako je p nesvodljiv tada je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p nije jednak proizvodu dva polinoma stepena većih od 0 **5)** ako je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena manjeg od $dg(p)$, tada je p je svodljiv

- Neka su $p(x) = x + 2$ i $q(x) = x^2 + 1$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_5$ i $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_7[x]/p,+,\cdot)$ i $\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_7[x]/q,+,\cdot)$. Tada su polja: **a)** Samo $\mathcal{A}$ **b)** Samo $\mathcal{B}$ **c)** $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ **d)** Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.
- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. **1)** $\arg z > 0 \Leftarrow I_m(z) > 0$ **2)** $\arg z < 0 \Leftrightarrow I_m(z) < 0$ **3)** $\arg z \geq 0 \Rightarrow I_m(z) \geq 0$ **4)** $\arg z \geq 0 \Leftarrow I_m(z) \geq 0$ **5)** $\arg z \notin [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow R_e(z) < 0$
- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B,+,\cdot,',0,1)$, broj rešenja sistema jednačina $x + a = 1 \wedge xa = 0$, po nepoznatoj x, u zavisnosti od $a \in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja): 0 1 2 ∞

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
  1) $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\},\cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}),\cap)$ **3)** $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\},+)$ **4)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **5)** $(\{f|f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\},\circ)$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koja su polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$ **9)** $\left(\left\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \middle| f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\right\},+,\circ\right)$
- Neka su z_1, z_2, z_3 kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z_3 oko tačke z_2 za ugao $-\frac{\pi}{3}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z_2 za vektor z_3 dobija se tačka __________, a $\measuredangle z_2 z_1 z_3 =$ __________

- Navesti geometrijsku interpretaciju sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f,g,h i s.

  $f(z) = ze^{-i\frac{\pi}{4}}$ je ____________________
  $g(z) = |z|e^{i \arg \overline{z}} \wedge g(0) = 0$ je ____________________
  $h(z) = e^{i \arg |z|} \wedge h(0) = 1$ je ____________________
  $s(z) = \overline{z} \cdot (\cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5})$ je ____________________

- Neka je $\{-1,0,1\}$ skup **svih** korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada je
  $a\in\{\qquad\qquad\qquad\}$, $\quad b\in\{\qquad\qquad\qquad\}$ $\quad c\in\{\qquad\qquad\qquad\}$
- Neka je $A=\{4,7\}$ i $B=\{1,2,5\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{1-1}{\longrightarrow}B\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___,
  $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\to A\wedge f\nearrow\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ___, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ___.
- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{z\overline{z}}=|z|$ **2)** $z=e^{i\frac{\pi}{7}}\Rightarrow z^{-1}=\overline{z}$ **3)** $|z_1z_2|=|z_2||z_1|$ **4)** $R_e(z)=\frac{1}{2}(z+\overline{z})$
  5) $\overline{z_1-z_2}=\overline{z}_2-\overline{z}_1$ **6)** $|z|=1\Leftarrow z^{-2}=\overline{z}^2$ **7)** $|-z_1-z_2|\le|z_1|+|z_2|$ **8)** $z_1|z_2|=z_2|z_1|\Rightarrow \arg z_1=\arg z_2$
- Ako je $P(x)=ax^3+c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c\neq0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P)=3$, **2)** $dg(P)\in\{0,1,3\}$, **3)** $dg(P)\in\{1,3\}$, **4)** $dg(P)\in\{0,1,3\}$, **5)** $dg(P)\in\{0,3\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\{9k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$
  3) $(\mathbb{Z}_9,+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$
- Ako je p nesvodljiv polinom stepena 4 nad nekim poljem F, tada polinom p: **1)** uvek ima korena u polju F
  2) nikada nema korena u polju F **3)** nekada ima a nekada nema korena u polju F **4)** ništa od prethodnog
- Napisati primere dva konačna prstena i dva primera beskonačnih prstena koji nisu polja.
  Konačni: . Beskonačni:
- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{12}})=0$. Zaokruži tačno: **a)** $x-e^{-i\frac{\pi}{12}}\Big|f(x)$ **b)** $x+e^{i\frac{\pi}{12}}\Big|f(x)$ **c)** $x-e^{i\frac{\pi}{12}}\Big|g\,f(x)$
  d) $x^2-x\sqrt{2-\sqrt{3}}+1\Big|f(x)$; **e)** $x^2-x\sqrt{2+\sqrt{3}}+1\Big|f(x)$; **f)** $x^2-2x\sqrt{2+\sqrt{3}}+1\Big|f(x)$;
- Koje jednakosti su tačne za sve $z\in\mathbb{C}$ i sve $\varphi\in(-\pi,\pi]$ za koje su i definisane: **1)** $\overline{e^{-i\varphi}}=e^{-i\overline{\varphi}}$ **2)** $\overline{e^{-i\varphi}}=e^{-i\varphi}$
  3) $e^{i(\arg z-\arg(-z))}=-1$ **4)** $e^{i(\arg z+\arg(-z))}=1$ **5)** $1=z\overline{z}|z|^{-2}$ **6)** $\arg z>0\Rightarrow\arg z-\arg(-z)=\pi$

KOLOKVIJUM 2 **14.07.2014.**

- Neka tačke $M(1,-1,2)$, $N(-1,1,2)$ i $P(1,1,0)$ pripadaju ravni α. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni α. Napisati koordinate tačke Q koja pripada ravni α i x osi. $Q(\quad,\quad,\quad)$.
- Ako je $\vec{a}=(2,-2,0)$ i $\vec{b}=(-2,0,2)$, tada je $|\vec{a}|=$ ___ $|\vec{b}|=$ ___ $\vec{a}\vec{b}=$ ___ $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b})=$ _____ $\vec{a}\times\vec{b}=$ _______.
- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ sistem jednačina $ax-y=1\wedge x+ay=a$ nad poljem realnih brojeva je:
  1) neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:
- $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{vmatrix}5&7&1\\4&2&0\\3&0&0\end{vmatrix}=$ $\qquad\begin{bmatrix}4&3\\1&1\end{bmatrix}^{-1}=$
- Koje su od sledećih uređenih n-torki zavisne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\Big)$
  2) $\Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ **3)** $\Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$ **4)** $\Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$
- Matrice linearnih transformacija $h(x)=5x$, $f(x,y)=x+2y$, $g(x,y,z)=(x,x-y)$ i $s(x,y)=(3x,y)$ su:
  $M_h=$ $\qquad M_f=$ $\qquad M_g=$ $\qquad M_s=$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S sredina od BC. U zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_D$ i $\vec{r}_S$ napisati vektore položaja tačaka B i C. $\vec{r}_B =$ $\qquad$ $\vec{r}_C =$

****

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1,2,2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (1,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$:
$\vec{x} =$
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:
1) uvek nezavisna **2)** nikad generatorna, **3)** nekada zavisna, a nekada nezavisna .
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{C}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** uvek baza.
- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: **1)** $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ **2)** $na = an$ **3)** $n^\top a = a^\top n$ **4)** $(n^\top x)a = (an^\top)x$ **5)** $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ **6)** $(n^\top x)a = n^\top(xa)$

- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$.
a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f\big(g(x_1, x_2)\big) =$
b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g $M_f = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$, $M_g = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$.
c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$
e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R})\ h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE
- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{ccccc} x & + & by & = & 1 \\ bx & - & ay & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: __________
(b) određen: __________
(c) 1 puta neodređen: __________
(d) 2 puta neodređen: __________
- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: **1)** 0 **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{4}$ **4)** $\frac{\pi}{3}$ **5)** $\frac{\pi}{2}$ **6)** π
- Izračunati vektore položaja $\vec{r_{T'}}$ i $\vec{r_{T''}}$ projekcija tačke $T(-1, 1, -1)$ na pravu $a : \vec{r} = (-1, 0, -2) + t(1, -1, 1),\ t \in \mathbb{R}$ i ravan $\alpha : (1, -1, 0) \cdot \vec{r} = (1, -1, 0) \cdot (1, 0, 0)$.
$\vec{r_{T'}} =$ $\qquad$ $\vec{r_{T''}} =$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(3, 7, -3) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \qquad \}$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(2, -6, 4) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \qquad \}$
- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna **4)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna **5)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna **6)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna **7)** svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$
- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11}, \ldots, a_{1n})$, $\mathbf{a_2} = (a_{21}, \ldots, a_{2n}), \ldots, \mathbf{a_n} = (a_{n1}, \ldots, a_{nn})$ vektori vrste matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \mathrm{Lin}(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \ldots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada
1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\, A < n$ **2)** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna akko $\det A = 0$ **3)** $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\, A \geq 1$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ **5)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}\, A \leq n$ **6)** $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots \mathbf{a_n})$ je zavisna akko $\mathrm{rang}\, A < n$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, **2)** uvek zavisan, **3)** nekad nezavisan a nekad zavisan, **4)** uvek generatoran.

- Ako je uređena trojka vektora (a, b, c) zavisna, tada je uređena trojka vektora $(a+b, a+c, a+2b-c)$
a) uvek nezavisna b) uvek zavisna c) nekada zavisna, a nekada nezavisna.

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{DT} =$

- Neka je u sedmodimenzionalnom vektorskom prostoru V, k-torka vektora $(a_1, \ldots, a_k)$ generatorna. Tada je uvek: **1)** $k < 7$ **2)** $k \leq 7$ **3)** $k = 7$ **4)** $k > 7$ **5)** $k \geq 7$ **6)** ništa od prethodnog

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada je: **1)** postoji f^{-1} **2)** V i W su izomorfni **3)** $V = W$ **4)** za svaku nezavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je nezavisna u W **5)** za svaku zavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u W

  Potreban i dovoljan uslov da ravan α bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je:
  ____ i tada je α potprostor dimenzije: __________

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda 2 važi:
1) $A(BC) = (AB)C$ **2)** $AB = BA$ **3)** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **4)** $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
5) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **6)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **7)** $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su podprostori i za one koji jesu napisati njihove dimenzije.
1) $U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y \vee x = -y\}$ **2)** $U_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$ **3)** $U_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 = -y^3\}$
4) $U_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\}$ **5)** $U_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$ **6)** $U_6 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$
dim $U_1 =$ **dim** $U_2 =$ **dim** $U_3 =$ **dim** $U_4 =$ **dim** $U_5 =$ **dim** $U_6 =$

- Neka je $a = (2, 2, 0)$, $b = (-3, 3, 0)$, $c = (1, -1, 0)$, $d = (-1, 1, 0)$, $e = (0, 0, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 2, 0)$.
1) $V = L(b, c, d) \Rightarrow dim(V) =$ **2)** $V = L(a, f, g) \Rightarrow dim(V) =$ **3)** $V = L(a) \Rightarrow dim(V) =$
4) $V = L(0, 0, 0) \Rightarrow dim(V) =$ **5)** $V = L(a, b) \Rightarrow dim(V) =$ **6)** $V = L(e, f, g) \Rightarrow dim(V) =$
7) $V = L(b, c, e) \Rightarrow dim(V) =$ **8)** $V = L(a, b, c) \Rightarrow dim(V) =$ **9)** $V = L(a, g) \Rightarrow dim(V) =$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni akko je**: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\forall\lambda \in \mathbb{R})\ \ \big(\vec{a} \neq \lambda\vec{b}\ \wedge\ \lambda\vec{a} \neq \vec{b}\big)$ **10)** $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0\ \wedge\ \alpha^2 + \beta^2 = 0$

KOLOKVIJUM 1 **06.09.2014.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
  $>$: R S A T F $\rho = \{(-1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$: R S A T F

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = 2^x - 1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3 - x$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^2$ **3)** $f : \mathbb{R} \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$
4) $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ \ f(x) = x^2$ **5)** $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty),\ \ f(x) = \operatorname{tg} x$ **6)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  1) $(a')'=a'$ **2)** $a+a'=0$ **3)** $a\cdot 0=0$ **4)** $1+a=a$ **5)** $(a+b)'=a'+b'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2=-1$ je $S=\{\qquad\qquad\}$.
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$:
  $Re(z)=\qquad$, $Im(z)=\qquad$, $|z|=\qquad$, $\arg(z)=\qquad$, $\overline{z}=\qquad$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
  $e^{i\pi}=\qquad$, $2e^{i\frac{\pi}{2}}=\qquad$, $2e^{0\cdot i}=\qquad$.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
  1) $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+)$ **4)** $(\mathbb{R},\cdot)$ **5)** $((0,\infty),+)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$
- Neka su $P=(a_0,a_1,\dots,a_4)$ i $Q=(b_0,b_1,\dots,b_3)$ polinomi. Tada je
  $dg(P+Q)=$ __________ i $dg(PQ)=$ __________

* *

- Napisati jednu relaciju skupa $A=\{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna:
  $\rho=\{\qquad\qquad\}$
- Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A=\{1,2\}$ je:
- Neka je $A=\{1,2,3,4,5\}$, $\rho=\{(x,x)|x\in A\}\cup\{(1,2),(1,3),(2,3),(4,5),(4,3),(5,3)\}$, $B=\{a,b,c,d\}$ i $\theta=\{(x,x)|x\in B\}\cup\{(a,c),(a,d),(c,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

  (A,ρ):

  (B,θ):

	(A,ρ)	(B,θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- U skupu $\mathbb{C}$ date su relacije: $\rho_1=\{(z,w)\in\mathbb{C}^2 \mid |z|=|w|\}$, $\rho_2=\{(z,w)\in\mathbb{C}^2 \mid z\cdot w=0\}$, $\rho_3=\{(0,0)\}\cup\{(z,w)\in\mathbb{C}^2 \mid \arg(z)=\arg(w)\}$, $\rho_4=\{(0,0)\}\cup\{(z,w)\in\mathbb{C}^2 \mid z\cdot w=1\}$, $\rho_5=\{(z,w)\in\mathbb{C}^2 \mid R_e(z)=I_m(w)\}$, $\rho_6=\mathbb{C}^2$
  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: *R*- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija .
  ρ_1 : R S A T F ρ_2 : R S A T F ρ_3 : R S A T F ρ_4 : R S A T F ρ_5 : R S A T F ρ_6 : R S A T F
- Ako je $f:A\to B$ sirjektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Ako je $f:A\to B$ injektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x)=\ln(x^2-4)$ dobro definisana funkcija $f:A\to B$. Tada je $A=$ ____________ i $B=$ ____________. Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** sirjektivna i injektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** nije sirjektivna a jeste injektivna
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$.
  1) $xx=x+x$ **2)** $xy=x+y$ **3)** $xy=(x+y)'$ **4)** $xy=0 \Rightarrow (x=0 \vee y=0)$
  5) $(x=0 \vee y=0) \Rightarrow xy=0$ **6)** $x=xy+xy'$ **7)** $(\forall x\in B)(\exists y\in B)\ x+y=1 \wedge xy=0$
- U Bulovoj algebri $\mathcal{B}=(B,+,\cdot,',0,1)$, broj rešenja sistema jednačina $x+a=1 \wedge xa=0$, po nepoznatoj x, u zavisnosti od $a\in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja): 0 1 2 ∞

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ **3)** $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{f|f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \circ)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni a nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Zaokružiti homomorfizme $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_2$ iz grupe $(\mathbb{Z}, +)$ u grupu $(\mathbb{Z}_2, +)$: **1)** $\forall x \in \mathbb{Z},\ f(x) = 0$
2) $\forall x \in \mathbb{Z},\ f(x) = 1$ **3)** $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je paran broj} \\ 1 & x \text{ je neparan broj} \end{cases}$ **4)** $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je neparan broj} \\ 1 & x \text{ je paran broj} \end{cases}$

- Ako je $z_1 = -1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - i$, tada je $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$
$\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_1) =$ $\arg(z_2) =$ $\arg(z_1 z_2) =$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$

- Zaokružiti brojeve za koje je prsten $(\mathbb{Z}_3[t]/P, +, \cdot)$ polje:
1) $P(t) = t + 2$ **2)** $P(t) = t^2 + 1$ **3)** $P(t) = t^2 + t + 1$ **4)** $P(t) = t^3 + t + 1$ **5)** $P(t) = t^{2005} + 1$

- Pri delenju polinoma $t^5 + t + 1$ polinomom $t^2 + t + 1$ nad poljem $\mathbb{Z}_7$ dobija se količnik ______________
i ostatak ______________. Da li dobijeni rezultat važi nad proizvoljnim poljem? DA NE

- Skup svih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ je $\{ \qquad \}$, a nad poljem $\mathbb{C}$ je $\{ \qquad \}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f, g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z) = z \cdot (-i)$ je ______________________________
$g(z) = -\overline{z}$ je ______________________________
$A = \{z|\ z^2 = \overline{z} \ \wedge \ z \neq 0\}$ je ______________________________
$B = \{z|\ |z| = |\overline{z}|\}$ je ______________________________
$C = \{z|\ \frac{z+\overline{z}}{2} = \frac{z-\overline{z}}{2i}\}$ je ______________________________
$D = \{z|\ |z| \leq 2 \ \wedge \ 0 \leq \arg z \leq \pi\}$ je ______________________________

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ definisana je relaija $f = \{(x', x)|x \in B\}$. Relacija f je: **1)** Refleksivna
2) Simetrična **3)** Tranzitivna **4)** Antisimetrična **5)** Funkcija **6)** $f : B \underset{\text{na}}{\to} B$ **7)** $f : B \underset{\text{1-1}}{\to} B$

- Neka su z_1, z_2, z_3 kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z_1 oko tačke z_3 za ugao $-\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka __________, translacijom tačke z_2 za vektor z_1 dobija se tačka __________, a $\sphericalangle z_2 z_1 z_3 =$ __________

- Neka je $A = \{4, 7, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f|f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to A \ \wedge \ f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \to A \wedge f\underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **2)** $z = e^{i\frac{\pi}{7}} \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$ **3)** $|z_1 z_2| = |z_2||z_1|$ **4)** $R_e(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$
5) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z}_2 - \overline{z}_1$ **6)** $|z| = 1 \Leftarrow z^{-2} = \overline{z}^2$ **7)** $|-z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ **8)** $z_1|z_2| = z_2|z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$

KOLOKVIJUM 2 **06.09.2014.**

- Neka tačke $M(1, 0, 0), N(-1, 1, 1)$ i $P(0, -1, -1)$ pripadaju ravni α. $\overrightarrow{MP} = (\quad , \quad , \quad)$ $\overrightarrow{MN} = (\quad , \quad , \quad)$.
Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n} = (\quad , \quad , \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad , \quad , \quad , \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $S \in \alpha$ i $S \notin \{M, N, P\}$, $S(\quad , \quad , \quad)$.

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je p prava čija je jednačina $x-1=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p: $\vec{p}=(\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne tačke prave p: $(\quad,\quad,\quad)$.

- Matrica linearne transformacije $f(x,y,z)=(x+y-2z,x-z)$ je:

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} =$ $\qquad\qquad$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Ako je $\vec{a}=(1,-1,0)$ i $\vec{b}=(1,1,-1)$, tada je $|\vec{a}|=$ __________ $|\vec{b}|=$ __________ $\vec{a}\vec{b}=$ __________, $\vec{a}\times\vec{b}=$ __________ $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ __________ $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=$ ____________________.

- Proizvoljna linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ je oblika $f(x,y)=$

- Neka je S presek dijagonala paralelograma $ABCD$. Zaokružiti slovo (slova) ispred tačnih jednakosti:
a) $\vec{r}_S=\frac{1}{2}\vec{r}_A+0\cdot\vec{r}_B+\frac{1}{2}\vec{r}_C+0\cdot\vec{r}_D$ **b)** $\vec{r}_S=0\cdot\vec{r}_A+\frac{1}{2}\vec{r}_B+0\cdot\vec{r}_C+\frac{1}{2}\vec{r}_D$ **c)** $\vec{r}_S=\frac{1}{4}\vec{r}_A+\frac{1}{4}\vec{r}_B+\frac{1}{4}\vec{r}_C+\frac{1}{4}\vec{r}_D$

✻✻

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x+y+z=0 \wedge ax+ay+az=1$ nad poljem realnih brojeva
a) neodređen: **b)** određen: **c)** kontradiktoran:

- Broj rešenja homogenog sistema linernih jednačina nad poljem realnih brojeva može da bude:
a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** ∞.

- Funkcija $f:V\to W$ između vektorskih prostora V i W nad poljem F je linearna ako
a) $f(\alpha x+\beta y)=\alpha f(x)+\beta f(y)$ **b)** f zadovoljava osam aksioma vektorskog prostora. **c)** $f:V\to W$ je bijektivna funkcija.

- Ako je $f:V\to W$ linearna transformacija, koje od sledećih tvrđenja je tačno?
a) $f(0)=0$. **b)** $f(-x)=-x$ za svako $x\in V$. **c)** $f(\lambda v)=f(\lambda)+f(v)$ za svako $\lambda\in F$, $v\in V$.

- Linearna transformacija $f:V\to W$ je izomorfizam ako
a) $(\forall x\in V)(\forall y\in V)\ f(x)=f(y)\Leftrightarrow x=y$ i $(\forall z\in W)(\exists v\in V)\ f(v)=z$ **b)** V i W su izomorfni. **c)** za svaku n-torku vektora $(v_1,...,v_n)$ iz V, n-torka vektora $\Big(f(v_1),...,f(v_n)\Big)$ je baza od W.

- Izračunati vektore položaja $\vec{r_{T'}}$ i $\vec{r_{T''}}$ projekcija tačke $T(-1,1,-1)$ na pravu $a:\Big(A(-1,0,-2),\vec{a}=(1,-1,1)\Big)$ i ravan $\alpha: x-y=1$.
$\vec{r_{T'}}=$ $\qquad\qquad$ $\vec{r_{T''}}=$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A,B,C reda 4:
a) $det(A+B)=det(A)+det(B)$ **b)** $det(AB)=det(BA)$ **c)** $det(AB)=det(BA)\ \Rightarrow\ AB=BA$ **d)** $det(A)=det(A^\top)$

- Napisati analitičke izraze za funkcije $f,g,h,s,t,u,v:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, čije su geometrijske interpretacije redom:
Osna simetrija u odnosu na x-osu: $f(x,y)=(\quad,\quad)$
Osna simetrija u odnosu na y-osu: $g(x,y)=(\quad,\quad)$
Osna simetrija u odnosu na pravu $y=-x$: $h(x,y)=(\quad,\quad)$
Osna simetrija u odnosu na $y=x$: $s(x,y)=(\quad,\quad)$
Centralna simetrija u odnosu na koordinatni početak: $t(x,y)=(\quad,\quad)$
Rotacija za 90° oko koordinatnog početka: $u(x,y)=(\quad,\quad)$
Projekcija na x-osu: $v(x,y)=(\quad,\quad)$
Od navedenih funkcija linearne transformacije su: $\qquad\qquad$, izomorfizmi su: $\qquad\qquad$.

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$ i $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ **su kolinearni akko**: **1)** $\vec{a}\times\vec{b}=0$ **2)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ **3)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}=1$ **4)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\leq 2$ **5)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}\leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni **7)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\lambda\vec{b}$ **8)** $\vec{a}\parallel\vec{b}$ **9)** $(\exists\lambda\in\mathbb{R})\big(\vec{a}=\lambda\vec{b}\ \vee\ \lambda\vec{a}=\vec{b}\big)$ **10)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\,\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2\neq 0$

- Vektori $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c}=c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$ **su komplanarni akko**: **1)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=2$ **2)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}\leq 3$ **3)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}=3$ **4)** $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}\neq 0$
5) $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})=0$ **6)** $(\exists\alpha,\beta\in\mathbb{R})\ \vec{a}=\alpha\vec{b}+\beta\vec{c}$ **7)** $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}=0\ \wedge\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$ **8)** $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je zavisna.

- Neka je $ABCD$ kvadrat, M sredina dijagonale AC, a N težište trougla ABC, napisati $\overrightarrow{MN}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{MN}=$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **a)** $Rang(A)=0\Rightarrow det(A)=0$ **b)** $det(A)=0\Leftrightarrow Rang(A)\leq n-1$ **c)** $Rang(A)=n\Rightarrow det(A)\neq 0$, **d)** $Rang(A)=n\Rightarrow det(A)=0$.

- Napisati vektor položaja $\vec{r}_B$ tačke B koja je simetrična tački A u odnosu na tačku T: $\vec{r}_B=f(\vec{r}_A,\vec{r}_T)=$

- $(m+1)$ - torka vektora u m - dimenzionalnom vektorskom prostoru je: **a)** uvek linearno nezavisna, **b)** uvek linearno zavisna, **c)** nekad linearno nezavisna, a nekad linearno zavisna.

- m - torka vektora u m - dimenzionalnom vektorskom prostoru je: **a)** uvek linearno nezavisna, **b)** uvek linearno zavisna, **c)** nekad linearno nezavisna, a nekad linearno zavisna.

- $(m-1)$ - torka vektora u m - dimenzionalnom vektorskom prostoru je: **a)** uvek linearno nezavisna, **b)** uvek linearno zavisna, **c)** nekad linearno nezavisna, a nekad linearno zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$, linearno nezavisna trojka (a,b,c) je: **a)** uvek baza, **b)** uvek generatorna, **c)** nikad generatorna, **a)** nikad baza.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$, generatorna trojka (a,b,c) je: **a)** uvek baza, **b)** uvek linearno nezavisna, **c)** nikad linearno nezavisna, **a)** nikad baza.

- Za koje vrednosti parametara a,b su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
$f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R},\ \ f(x,y,z)=(x+y+z+a)^b$
$g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2,\ \ g(x)=(\frac{a}{x},ax+b)$

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** sirjektivna **2)** injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog

- **Postoji** linearna transformacija $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna **2)** sirjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f:V\to V$ sledi da je transformacija f:
1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.

- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f:V\to V$ sledi da je transformacija f:
1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog

---

KOLOKVIJUM 1 **18.09.2014.**

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.

  $\geq$: R S A T F $\qquad$ $\rho = \{(x,x)|x \in \mathbb{R}\}$: R S A T F $\qquad$ $\rho = \{(1,2),(1,3)\}$: R S A T F

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ i $g(x) = \ln(\sqrt{x}+1)$. Izračunati:

  1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \binom{a\,b\,c\,d}{c\,d\,a\,b}$, $g = \binom{a\,b\,c\,d}{b\,a\,d\,c}$ i $h = \binom{a\,b\,c\,d}{d\,c\,b\,a}$. Tada je $f \circ g = \binom{a\ \ b\ \ c\ d}{\ }$, $f^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ \ d}{\ }$, $g^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ d}{\ }$, $(f \circ g)^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ d}{\ }$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \binom{a\ \ b\ \ c\ d}{\ }$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
  1) $ab + bc + ac + a = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a'$ **3)** $a + a' = 0$ **4)** $a \cdot 0 = 0$ **5)** $1 \cdot 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su: $2^{-1} =$ ____, $3^{-1} =$ ____, $4^{-1} =$ ____,

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1+i)^2$ i $z_2 = 1 + i^3$ izračunati

  $z_1 + z_2 =$ $\qquad$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\qquad$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\qquad$ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ $\qquad$ $|z_1 + z_2| =$

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
  1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1,0,1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1,0,1\}, \cdot)$

✳ ✳

- Napisati jednu relaciju ρ skupa $A = \{1,2,3\}$ koja nije refleksivna, nije simetrična, nije antisimetrična nije tranzitivna i nije funkcija: $\rho = \{ \qquad \}$

- Napisati jednu relaciju ρ skupa $A = \{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična tranzitivna i funkcija: $\rho = \{ \qquad \}$

- Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1,2\}$ je:

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **a)** $x + y = (x'y')'$ **b)** $xy = (x' + y')'$
  c) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **d)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **e)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **f)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} B$

- Za funkciju $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ iz grupe $((0,\infty), \cdot)$ u grupu $(\mathbb{R}, +)$, definisanu sa $f(x) = \ln x$, važi: **1)** f je homomorfizam **2)** f je izomorfizam **3)** f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam **4)** f^{-1} postoji i f^{-1} je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0,\infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty,0), \cdot)$
  4) $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0,1), \cdot)$ **8)** $(\{-1,1\}, \cdot)$

- Da li su sledeći uređeni parovi asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
  a) $(\mathbb{N}, +)$ b) $(\mathbb{N}, \cdot)$ c) $(\mathbb{N}, -)$ d) $(\mathbb{Z}, -)$ e) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ f) $(\mathbb{Z}\setminus\{0\}, :)$ g) $(\mathbb{R}, :)$ h) $(\mathbb{R}\setminus\{0\}, :)$.

- Ako je $f : G \to H$ izomorfizam grupoda $(G, +)$ sa neutralnim elementom 0 u grupoid $(H, \cdot)$ sa neutralnim elementom 1, tada je: **1)** $f(0) = 1$ **2)** $f(-a) = a^{-1}$ **3)** $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$

- Navesti dva primera domena integriteta koji nisu polja:

- U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $(3^2)^{-1} + 2^{-1} \cdot 3 =$ ______________

- U polju $\mathbb{Z}_5$, skup rešenja po $x \in \mathbb{Z}_5$ jednačine $3 + 4(x^{-1} + 2x^2) = x$ je ______________________________

- Ako je $|z| = 1$ tada je: **1)** $z = \overline{z}$ **2)** $\arg z = \arg \overline{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\overline{z}|$ **5)** $z^{-1} = \overline{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \overline{z}|$

- **1)** $-\frac{\pi}{2} \le \arg z \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \Big(I_m(z) \ge 0 \wedge z \ne 0\Big)$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \le \arg z \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \Big(R_e(z) \ge 0 \wedge z \ne 0\Big)$
3) $|z| > 0 \Rightarrow |\arg(z)| = |\arg(\overline{z})|$ **4)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$, gde je $\sqrt{\ }$ realni koren

- $\arg(e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}) =$ ______, $|e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}| =$ ______, $R_e(e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}) =$ ______, $I_m(e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}) =$ ______.

- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^2 + t + 1$ svodljiv: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$

- Skup svih mogućih stepena svodljivih polinoma nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ je

- U prstenu polinoma, za svaki polinom p važi: **1)** ako je p jednak proizvodu dva polinoma, tada je p svodljiv **2)** ako je $p = 0$, tada je on svodljiv **3)** ako je $p = 0$, tada je on nesvodljiv **4)** ako je p svodljiv tada je $p \ne 0$ i $dg(p) \ne 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0 **5)** ako je $p \ne 0$ i $dg(p) \ne 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0, tada je p je svodljiv

- Neka su $p(x) = 2x + 1$ i $q(x) = x^2 + 2$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_5$ i $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_5[x]/p, +, \cdot)$ i $\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_5[x]/q, +, \cdot)$.
Tada su polja: **a)** Samo $\mathcal{A}$ **b)** Samo $\mathcal{B}$ **c)** $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ **d)** Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.

- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{z\overline{z}} = |z|$ **2)** $z = e^{i\frac{\pi}{7}} \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$ **3)** $|z_1 z_2| = |z_2||z_1|$ **4)** $R_e(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$
5) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z}_2 - \overline{z}_1$**6)** $|z| = 1 \Leftarrow z^{-2} = \overline{z}^2$**7)** $|-z_1 - z_2| \le |z_1| + |z_2|$**8)** $z_1|z_2| = z_2|z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljiv i koji je stepena:
a) 1 **b)** 2

- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$: _

- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{\qquad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{\qquad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{\qquad\}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___,
$\Big|\{f|f : B \to A\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \to A \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ ___, $\Big|\{f|f : A \overset{na}{\to} B\}\Big| =$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$
d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R}$, tada je: **a)** $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ **b)** $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ **c)** $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$
d) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **e)** $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **f)** $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$; **g)** $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $z_1 \ne w$, $z_2 \ne w$, $z_1 \ne 0$ i $z_2 \ne 0$, tada je: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2}$
2) $\arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w) \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$
3) Množenjem kompleksnog broja s realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
4) $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w)$ **5)** $(\exists k \in \mathbb{R}^+)\overrightarrow{wz_1} = k\overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$
6) Kompleksni brojevi koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
7) Množenje kompleksnog broja z realnim brojem k je homotetija sa centrom $O(0, 0)$ i koeficijentom k odnosno $H_{O,k}(z)$.

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je:
1) injektivna i nije sirjektivna **2)** sirjektivna i nije injektivna **3)** bijektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
1) injektivna i nije sirjektivna **2)** sirjektivna i nije injektivna **3)** bijektivna **4)** nije injektivna i nije sirjektivna

---

KOLOKVIJUM 2 **18.09.2014.**

- Neka tačke $M(2,0,0), N(0,2,0)$ i $P(1,1,1)$ pripadaju ravni α. $\overrightarrow{MP}=(\quad,\quad,\quad)$ $\overrightarrow{MN}=(\quad,\quad,\quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α, $\vec{n}=(\quad,\quad,\quad)$. Ako je $(A,B,C,D)=(\quad,\quad,\quad,\quad)$, tada je $Ax+By+Cz+D=0$ jednačina ravni α. Napisati bar jednu tačku $S\in\alpha$ i $S\notin\{M,N,P\}$, $S(\quad,\quad,\quad)$.

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 1 \\ 2x & + & 2y & + & 2z & = & 2 \end{array}$ je
1) kontradiktoran, **2)** određen, **3)** 1 puta neodređen, **4)** 2 puta neodređen.

- Neka je p prava čija je jednačina $x+5=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p: $\vec{p}=(\quad,\quad,\quad)$, i koordinate jedne tačke prave p: $(\quad,\quad,\quad)$.

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ sistem jednačina $ax+y=1\wedge x+ay=a$ nad poljem realnih brojeva je:
1) neodređen: **2)** određen: **3)** kontradiktoran:

- $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}=$ $\qquad\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1}=$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su GENERATORNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$: **1)** $\big((0,1,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$
5) $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ **7)** $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ **8)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$, $f(x)=(0,9x)$ i $g,h,r,s:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $g(x,y,z)=(x+y,x+z)$, $h(x,y,z)=(x-y,0)$, $r(x,y,z)=(0,y)$, $s(x,y,z)=(x-y-z,6y)$ i $p(x,y,z)=(z,0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f=$ $\qquad M_g=$ $\qquad M_h=$ $\qquad M_r=$ $\qquad M_s=$ $\qquad M_p=$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_S$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektore položaja tačaka C i D $\quad\vec{r}_C=$ $\qquad\qquad\vec{r}_D=$

* *

- Izračunati vektore položaja $\vec{r}_{Q'}$ i $\vec{r}_{Q''}$ projekcija tačke $Q(5,-3,4)$ na pravu a i ravan α, ako je $A\in a$, $a\parallel\vec{a}$, $B\in\alpha$, $\vec{n}\perp\alpha$ i pri čemu je $A(0,-5,-4)$, $\vec{a}=(6,3,1)$, $B(3,2,2)$, $\vec{n}=(1,-1,1)$.
$\vec{r}_{Q'}=(\quad,\quad,\quad)$ $\qquad\vec{r}_{Q''}=(\quad,\quad,\quad)$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ navesti po jedan primer vektorskog podprostora koji je redom dimenzije 0,1,2 i 3. Primer navesti jednačinom ili geometrijskim opisom.

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^n = \{x = (x_1, \ldots, x_n) | x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}\}$ je podprostor:
a) $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0\}$ **b)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1\}$
c) $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall i,\ x_i \in \{0, 1\}\}$ **c)** $U = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall i,\ x_i \in [0, \infty)\}$

- Navesti dve baze vektorkog prostora $\mathbb{R}^3$:

- Neka je $p = (1, 0, 1)$, $q = (0, 2, 2)$, $r = (0, 0, 3)$, $s = (0, 4, 0)$. Zaokružiti slovo ispred zavisne n-torke: **a)** (p, q, r), **b)** (q, r, s), **c)** (p, q), **d)** (p, r), **e)** (p, s), **f)** (q, r), **g)** (q, s), **h)** (r, s).

- Trojka (v_1, v_2, v_3) je generatorna za V ako: **a)** svaki od vektora v_1,v_2,v_3 je različit od nula-vektora. **b)** Za svaki vektor v važi $v = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_n v_3$ za neke skalare $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. **c)** $dim(V) = 3$.

- Za linearno zavisnu trojku vektora (v_1, v_2, v_3) prostora V važi: **a)** par (v_1, v_2) je uvek linearno zavisan **b)** par (v_1, v_2) može biti linearno zavisan ili nezavisan u zavisnosti od izbora vektora (v_1, v_2, v_3) **c)** par (v_1, v_2) je uvek linearno nezavisan

- Za linearno nezavisni par vektora (v_1, v_2) prostora V važi: **a)** trojka (v_1, v_2, v_3) je uvek linearno zavisna **b)** trojka (v_1, v_2, v_3) može biti linearno zavisna ili nezavisna u zavisnosti od izbora vektora (v_1, v_2, v_3) **c)** trojka (v_1, v_2, v_3) je uvek linearno nezavisna.

- Uređena trojka nekomplanarnih slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je: **a)** uvek linearno nezavisna **b)** uvek linearno zavisna **c)** u zavisnosti od datih vektora nekada zavisna, a nekada nezavisna.

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je:
a) $f(x, x) = 2x$. **b)** $f(0, 0) = 0$. **c)** $f(x, y) = x + y$. **d)** $f(x, y) = xy$.

- Šta od navedenog nije aksioma vektorskog prostora: **a)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ **b)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **c)** $(\forall x, y \in V)\ x \cdot y = y \cdot x$ **d)** $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$.

- Za proizvoljne kvadratne matrice A, B, C reda n važi:
a) $Rang(AB) = Rang(A)rang(B)$ **b)** $A + (B + C) = (A + B) + C$ **c)** $det(AB) = det(A)det(B)$
d) $AB = BA$ **d)** $A + B = B + A$

- Linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (px + y, x + py)$ je izomorfizam akko $p \in$ __________

- Sistem linernih jednačina nad poljem realnih brojeva $ax + y = 1 \ \wedge\ x + by = 0$ je:
određen za ____________________, 1 puta neodr. za ______________________________,
2 puta neodr. za __________, protivrečan za ____________________________________.

- Vektor $\vec{s}$ simetrale $\sphericalangle BAC$ trougla ABC izraziti kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$:
$\vec{s} =$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ je: ______________________________

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 3 i svaki skalar λ
a) $det(A - B) = det(A) - det(B)$ **b)** $det(\lambda A) = \lambda^3 det(A)$ **c)** $det(ABC) = det(A)det(B)det(C)$.

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada važi:
a) $A \sim B \Leftrightarrow |det(A)| = |det(B)|$, **b)** $det(A) = det(B) \Rightarrow A \sim B$, **c)** $A \sim B \Rightarrow det(A) = det(B)$,
d) $A \sim B \Rightarrow \Big(det(A) = 0 \Leftrightarrow det(B) = 0\Big)$. **e)** $A \sim B \Leftrightarrow \Big(Rang(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(B) = 0\Big)$.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
a) $det(A) \neq 0 \Leftrightarrow det(A') \neq 0$ **b)** $Rang(A) = Rang(A')$
c) $det(A) = \lambda det(A')$ za neki skalar λ **c)** $det(A) = \lambda^2 det(A')$ za neki skalar λ.

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: **a)** $Rang(A) = 0 \Rightarrow det(A) = 0$ **b)** $det(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(A) \leq n - 1$ **c)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) \neq 0$, **d)** $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) = 0$.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, prodora prave $p:\ \vec{r} = (7,7,4) + t(2,2,1),\ t \in \mathbb{R}$ kroz ravan $\alpha:\ \vec{r} \cdot (-1,0,1) = (2,5,2) \cdot (-1,0,1)$. $\vec{r}_T =$__________

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam vektorskih prostora, tada je: **a)** postoji f^{-1}, **b)** $V = W$,
  c) za svaku zavisnu n-torku vektora $(v_1, ..., v_n)$ iz V, n-torka $\Big(f(v_1), ..., f(v_n)\Big)$ je zavisna u W.

- Za koje vrednosti parametara a, b su navede funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ f(x,y,z) = (ax+by+z, a+b)$ ______________________________

  $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^1,\ \ g(x,y) = \sin(a)x + \cos(b)y$ ______________________________