

• Za ravan $\alpha : 2y - 5z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (0, 2, -5)$ i koordinate jedne njene tačke $A(0, 3, 1)$

• Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $x + y + z = a \wedge ax + ay + az = 1$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: $a = 1 \vee a = -1$ **2)** određen: *nikada* **3)** kontradiktoran: $a \neq 1 \wedge a \neq -1$

• Za vektore $\vec{a} = (1, 1, -3)$ i $\vec{b} = (-2, -2, 6)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$

• Koje su od sledećih uređenih n -torki baze vektorskog prostora \mathbb{R}^3 : **1)** $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$
2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$ **3)** $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$ **4)** $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$

• $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -1$ $\begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 9 & -8 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 9 & -8 \end{bmatrix}$

• Ako je $\vec{a} = (0, 1, -3)$ i $\vec{b} = (-1, 1, 2)$, tada je $\vec{a}\vec{b} = -5$ i $\vec{a} \times \vec{b} = (5, 3, 1)$.

• Matrice linearnih transformacija $f(x, y, z) = x + y + z$ i $g(x, y, z) = x$ su:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3 **2** **2** **1** **1** **2** **2** **1** **0**

• Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{cases} x + by = 0 \\ ax - by = b \end{cases}$ **1)** kontradiktoran: $a = -1 \wedge b \neq 0$
2) određen: $a \neq -1 \wedge b \neq 0$
3) 1 puta neodređen: $b = 0$
4) 2 puta neodređen: *nikada*

• Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla ACD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor \vec{AT} kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AB}$ i $\vec{b} = \vec{BC}$.

$$\vec{AT} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

• Izračunati ugao između vektora $\vec{a} = (-1, -1, 0)$ i $\vec{b} = (2, 0, 2)$: $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$

• U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je:

1) uvek baza, **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude baza.

• U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora $(a, b, \vec{0})$ je:

1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.

• Neka je u k -dimenzionalnom vektorskom prostoru V , n -torka vektora (a_1, \dots, a_n) generatorna za V . Tada je:

1) $k < n$ **2)** $k \leq n$ **3)** $k = n$ **4)** $k > n$ **5)** $k \geq n$ **6)** ništa od prethodnog

• Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

• Koje od tvrdjenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.

1) $\det(A) = \det(A')$ **2)** $Rang(A) = Rang(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $A = \alpha A'$ za neki skalar α

• Koje od tvrdjenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ :

1) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$ **3)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

4) $rang(A + B) = rang(A) + rang(B)$ **5)** $rang(AB) = rang(A)rang(B)$ **6)** $A(BC) = (AB)C$

7) $A(B + C) = AB + AC$ **8)** $AB = BA$ **9)** $A + B = B + A$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $f(1) = 1$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = xf(y)$ **6)** $f(-x) = -x$ **7)** $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda, v \in \mathbb{R}$
- Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (x \sin(a + b) - y - z, y) \quad (\forall a, b \in \mathbb{R}), \quad \begin{bmatrix} \sin(a + b) & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad r = 2$$

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = ((a - bx)y, x + ab) \quad b = 0, \quad \begin{bmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad a = 0 \Rightarrow r = 1, \quad a \neq 0 \Rightarrow r = 2$$

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = ax + bxy + cy \quad b = 0, \quad [a \ c], \quad (a = 0 \wedge c = 0) \Rightarrow r = 0, \quad (a \neq 0 \vee c \neq 0) \Rightarrow r = 1$$

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija f : **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija
- U koji potskup \mathcal{S} skupa tačaka iz \mathbb{R}^2 se funkcijom $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x + y, y)$ preslikava unutrašnjost trougla sa temenima u tačkama $(-1, 0), (1, 0)$ i $(0, 1)$? Skup \mathcal{S} je: **unutrašnjost trougla $(-1, 0), (1, 0)$ i $(1, 1)$**

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor:

$$\mathbf{1)} \quad U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0, y = 0\} \quad \mathbf{2)} \quad U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 1, y = 0\}$$

$$\mathbf{3)} \quad U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0, xy = 0\} \quad \mathbf{4)} \quad U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z^2 = 0\}$$

- Neka je $a = (0, 0, 0), b = (1, 0, 1), c = (1, 0, -1), d = (-1, 0, 1), e = (1, 1, 1), f = (1, 0, 0), g = (2, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora \mathbb{R}^3 :
 - 1)** $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) = 0$ **2)** $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V) = 1$
 - 3)** $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V) = 2$ **4)** $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V) = 2$
 - 5)** $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V) = 3$ **6)** $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V) = 3$

- Zaokruži skupove \mathcal{A} za koje je uredna četvorka $(\mathcal{A}, \mathbb{R}, +, \cdot)$ potprostor vektorskog prostora $(\mathcal{F}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{F} = \{f \mid \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$, i za sve $\lambda \in \mathbb{R}$ i sve $f, g \in \mathcal{F}$ je $(\lambda f)(x) = \lambda f(x), x \in \mathbb{R}$ i $(f + g)(x) = f(x) + g(x), x \in \mathbb{R}$:
 - 1)** $\mathcal{A} = \{f \mid \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}\}$ **2)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a \in \mathbb{R}, f(x) = ax\}$ **3)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a, b \in \mathbb{R}, f(x) = a \sin x + b \cos x\}$
 - 4)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid n \in \mathbb{N}, p_i \in \mathbb{R}, f(x) = p_n x^n + \dots + p_1 x + p_0\}$ **5)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a \in \mathbb{R}, f(x) = a\}$
 - 6)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid n \in \mathbb{N}, p_i \in \mathbb{Z}, f(x) = p_n x^n + \dots + p_1 x + p_0\}$ **7)** $\mathcal{A} = \{f \in \mathcal{F} \mid a \in \mathbb{R}, f(x) = \sin(ax)\}$