

KARAKTERISTIČNI KORENI I VEKTORI MATRICE

1. Data je matrica $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$.

- (a) Naći karakteristične korene i vektore matrice A .
- (b) Izračunati A^{-1} (ako postoji).

2. Data je matrica $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

- (a) Naći karakteristične korene i vektore matrice A .
- (b) Izračunati $f(A) = A^4 - 3A^3 - 3A^2 + 8A + 5I$.

3. Data je matrica $A = \begin{bmatrix} b & 0 & -a \\ 0 & a & 0 \\ -a & 0 & b \end{bmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

- (a) Naći karakteristične korene matrice A .
- (b) U zavisnosti od realnog parametra b , odrediti karakteristične vektore za bar jedan od korena.

LINEARNE TRANSFORMACIJE

1. Za sledeće funkcije diskutovati po realnim parametrima kada su linearne transformacije, i u slučaju kada jesu naći njihove matrice i odrediti rang:

- (a) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (\frac{ax+b}{bx+a} + y, \sin(bx) + az)$;
- (b) $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x, y) = ((ax - b)y, x + ab)$;
- (c) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $h(x, y) = (xe^{(a-1)y+b}, (\ln b)y^2, ax + cy)$.

2. Neka su linearne transformacije $f, g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisane sa

$$f(x, y, z) = (x - 2y, y + z, -2x + y - z) \text{ i } g(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x - z, 2y + 4z).$$

Napisati matrice M_f i M_g za transformacije f i g , a zatim koristeći te matrice odrediti kompoziciju $f \circ g$ i inverzna preslikavanja f^{-1} i g^{-1} ako postoje.

3. Za linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ važi

$$f(1, -1, 0) = (1, 0, 1), \quad f(1, 2, -4) = (0, -1, -2) \text{ i } f(-2, 0, 3) = (-1, 1, 0).$$

Odrediti $f(x, y, z)$ i odgovarajuću matricu M linearne transformacije f , i izračunati $f(-1, 3, 0)$.