

ANALITIČKA GEOMETRIJA

1. Date su ravni $\alpha : Ax + 3y + 4z - 4 = 0$, $\beta : x + By + Cz = 0$ i $\gamma : 2x - y + z = D$.
 - (a) Odrediti A, B, C i D tako da se ravni α, β i γ seku u tački $T(1, 0, 1)$ i da je ravan β normalna na ravan γ .
 - (b) Naći pravu p koja je presek ravni β i γ .
2. Naći jednačinu ravni α koja sadrži tačke $A(-1, 2, 3)$ i $B(1, 2, 1)$ i koja je normalna na ravan $\beta : 4x - y - 2z = 7$. Odrediti rastojanje ravni α od koordinatnog početka.
3. Odrediti tačku A koja je simetrična tački $B(5, 5, 2)$ u odnosu na pravu $p : \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}$.
4. Date su prave

$$p : \vec{r} = (1 + t, -t, -3), \quad q : \vec{r} = (1 - u, 2 + 3u, -2 + u), \quad s : \vec{r} = (-2 + 2v, 2 - 2v, 0), \quad t, u, v \in \mathbb{R}.$$
 Naći jednačinu ravni α koju određuju prave p i q , i jednačinu ravni β koju određuju prave p i s .
5. Date su prave $p : \vec{r} = (1 - 2t, t, -1 + at)$, $t \in \mathbb{R}$ i $q : \vec{r} = (s, b + 2s, -2 - s)$, $s \in \mathbb{R}$. Odrediti $a, b \in \mathbb{R}$ tako da se prave p i q seku pod pravim uglom.
6. Odrediti projekciju prave $p : \vec{r} = (-1 - 4t, 1, 3 + 5t)$, $t \in \mathbb{R}$ na ravan $\alpha : x + y + 2z = 0$.
7. Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ će prava $p : \frac{x-b}{-4} = \frac{y}{a} = \frac{z+1}{3}$ pripadati ravni α određenoj pravama $q : \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ i $r : \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+2}{1}$?
8. Date su ravni $\alpha : x - 3y - 1 = 0$ i $\beta : x - y - 2z + 3 = 0$, i tačka $M(-4, 5, 1)$. Ispitati da li je veće rastojanje tačke M od ravni α ili od presečne prave ravni α i β .
9. Date su prave $p : \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{m} = \frac{z-1}{0}$ i $q : \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Naći vrednost parametra m tako da prave p i q pripadaju istoj ravni β , a zatim naći tačku simetričnu tački $T(-1, 1, -2)$ u odnosu na ravan β .
10. Prave $p : \frac{x}{4} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-2}{-2}$, $q : \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{-4}$ i $r : \frac{x-2}{-2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-4}{-2}$ ograničavaju trougao ABC , gde je $\{A\} = p \cap r$, $\{B\} = p \cap q$, $\{C\} = q \cap r$.
 - (a) Odrediti jednačinu prave koja sadrže visinu iz temena C .
 - (b) Odrediti jednačinu prave koja sadrže težišnu duž iz temena B .
 - (c) Izračunati površinu trougla ABC .
11. Odrediti jednačinu ravni α određene tačkama A, B i C , ako su koordinate tačke A nule polinoma $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$, date u opadajućem redosledu, tačka B je presek pravih $p : \vec{r} = (-1, 1, 2) + (-2, 1, 2)t$, $t \in \mathbb{R}$ i $q : \vec{r} = (1, 0, 0) + (3, -1, 1)s$, $s \in \mathbb{R}$, a tačka C projekcija tačke B na ravan $\beta : -x + 3y + z - 10 = 0$.
12.
 - (a) Napisati parametrizaciju vektora od A do B , ako je $A(1, 0, -3)$ i $B(5, -1, 2)$.
 - (b) Skicirati geometrijsko mesto tačaka $r(t) = (1 + 2t, -t, -2 + t)$, $t \in [-2, 3]$.
 - (c) Date su tačke A, B i prava $\vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{AB}$. Skicirati datu pravu i podebljati tačke za koje je $-2 \leq t \leq \frac{3}{4}$.
13. Date su tačke $A(1, 0, 1)$, $B(2, 3, 0)$ i $C(-1, 4, -1)$.
 - (a) Odrediti parametarske jednačine ravni određene tačkama A, B i C .
 - (b) Napisati parametrizaciju paralelograma određenog tačkama A, B i C .
14. Ravan je data parametarskim jednačinama:

$$x = 1 - 2u + v, \quad y = -3, \quad z = -2 + u + 2v, \quad u, v \in \mathbb{R}.$$

Skicirati geometrijsko mesto tačaka za koje je $u \in [0, 2]$ i $v \in [-1, 3]$.