

KOMPLEKSNI BROJEVI

1. Izračunati vrednost izraza: $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ ako je $z_1 = i$ i $z_2 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.
2. Odrediti kompleksan broj z iz uslova $(2+i)^3 + 2\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{z}+1}{2}\right) - i\operatorname{Im}\left(\frac{2+z}{1-i}\right) + \bar{z} = 5 + 5i$.
3. Izračunati:
$$\frac{\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{536} - |\overline{3-7i} + 3i| + 6}{i^{2011}}.$$
4. Naći kompleksne brojeve z za koje važi $\operatorname{Im}\left(\frac{z+2}{2-i}\right) = 1$ i $\operatorname{Re}(z^2 + 1) = 1$, a zatim za rešenje z_1 koje se nalazi u drugom kvadrantu naći z_1^{2011} i $\sqrt[3]{z_1}$.
5. Odrediti kompleksan broj $z = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}i}{2-2i}\right)^{137}$ u algebarskom obliku.
[*Uputstvo:* Vrednosti sinusa i kosinusa argumenta broja z odrediti koristeći stepenovanje kompleksnih brojeva u trigonometrijskom obliku.]
6. Predstaviti proizvod $\sin^2 3x \cos 4x$ u obliku zbira trigonometrijskih funkcija.
7. Ako su $2 + 3i$ i $4 - i$ dva temena kvadrata u kompleksnoj ravni, odrediti preostala dva temena i napisati jednačinu kružnice opisane oko tog kvadrata.
[*Napomena:* Razmotriti slučajeve kada su date tačke susedna i kada su naspramna temena kvadrata.]
8. Neka je $z_1 = 2 + i$ teme jednakostraničnog trougla $z_1 z_2 z_3$ i $z_4 = \frac{-2+\sqrt{3}}{2} + \frac{4+2\sqrt{3}}{2}i$ središte stranice $z_2 z_3$. Naći preostala temena trougla.