

DETERMINANTE

1. Izračunati vrednost determinanti: (a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$; (b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Izračunati vrednost determinanti:

(a) $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$; (b) $\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix}$; (c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & a^2 & a^4 & a^6 \\ 1 & a^3 & a^6 & a^9 \end{vmatrix}$.

3. Rešiti jednačine:

(a) $\begin{vmatrix} 1-x & 2 & 2 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 2 & 2 & 2-x \end{vmatrix} - 2(4x-1) = 0$; (b) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 6-x^2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 6-x^2 \end{vmatrix} = 0$.

4. Primenom Kramerovog pravila rešiti sistem jednačina

$$\begin{aligned} -x &- 2y + 2z + t = 1 \\ 2x &+ 3y - z - 3t = -3 \\ 3x &+ y + z - 4t = 0 \\ -2x &- y - 3z + 2t = 3 \end{aligned}$$

5. Primenom Kramerovog pravila u zavisnosti od realnih parametara a i b diskutovati i rešiti sisteme jednačina:

(a) $\begin{aligned} ax &- 3y - z = 1 \\ -x &+ ay + (a+1)z = a \\ (a-1)x &- y + 2z = a+1 \end{aligned}$; (b) $\begin{aligned} x &+ ay + z = 1 \\ 2bx &+ 2ay + 2z = 2 \\ 3bx &- y + 3z = 6 \end{aligned}$.

6. Pomoću adjungovane matrice Odrediti inverznu matricu za:

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$; (b) $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

7. Odrediti rang matrice: (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}$; (b) $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 3 & 2 \\ 10 & 0 & 6 & 4 \end{bmatrix}$.

8. U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati rang matrice:

(a) $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 3a \\ 3a & a+4 & 10a \\ 2a^2 & 6a-4 & 7a^2+3a \end{bmatrix}$; (b) $B = \begin{bmatrix} a & a & 2 & 0 \\ 2a & a & a-1 & 1 \\ -3a & -3a & -3-a & 1-a \end{bmatrix}$.

9. Koristeći Kroneker-Kapelijevu teoremu, u zavisnosti od realnog parametra a , diskutovati sistem jednačina:

$$\begin{aligned} (a+1)x &+ y + z = 1 \\ x &+ (a+1)y + z = a \\ x &+ y + (a+1)z = a^2 \end{aligned}$$