

VEKTORSKI PROSTORI

- (1) Dokazati da je $V = \{(-x, 0, x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ potprostor vektorskog prostora $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$.
(2) Ispitati da li je $V = \{(x, y, 0) \in \mathbb{Q}^3 \mid x, y \in \mathbb{N}\}$ potprostor vektorskog prostora $(\mathbb{Q}^3, \mathbb{Q}, +, \cdot)$.
(3) Neka su $P[x] = \{ax^2 + bx \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ i $\mathbb{R}_2[x] = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$. Dokazati da je $(P[x], \mathbb{R}, +, \cdot)$ potprostor vektorskog prostora $(\mathbb{R}_2[x], \mathbb{R}, +, \cdot)$.

- Dokazati da vektori

$$a = (2, 0, 0, 0), \quad b = (0, -1, 2, 0), \quad c = (0, 0, -3, 0), \quad d = (-1, 0, 0, 1)$$

čine bazu vektorskog prostora $\mathbb{R}^4$, a zatim napisati vektor $v = (1, 2, -1, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora a, b, c i d .

- Vektorski prostor W je generisan skupom vektora $A = \{a, b, c, d, e\}$ gde su

$$a = (-1, 0, 2, 1), \quad b = (0, 1, 4, 1), \quad c = (-5, -2, 2, 3), \quad d = (2, 1, 0, -1), \quad e = (3, 0, -6, -3).$$

Odrediti:

- dimenziju vektorskog prostora W ,
 - linearne zavisnosti vektora iz A ,
 - bar jednu bazu vektorskog prostora W .
- Dati je skup vektora $B = \{a, b, c, d\}$ gde su
$$a = (1, 0, -1, 2), \quad b = (1, -1, 2, m), \quad c = (0, -1, 3, 1), \quad d = (1, m, -4, 1).$$
 - Za koje vrednosti realnog parametra m je B baza vektorskog prostora $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$?
 - Za vrednosti parametra m za koje B nije baza za $\mathbb{R}^4$ odrediti dimenziju prostora generisanog sa B .
 - Skup vektora $A = \{a, b, c, d\}$ čini bazu vektorskog prostora $\mathbb{R}^4$. Da li skup vektora

$$B = \{a + d, \quad a + b + c, \quad a + c, \quad b + d\}$$

čini bazu tog prostora?

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^4$ potprostor V je generisan skupom vektora $A = \{a, b, c, d\}$, gde je

$$a = (4, 5, -1, 3), \quad b = (2, 1, 1, -1), \quad c = (0, -3, 3, 1), \quad d = (2, -2, 4, 0).$$

- Odrediti dimenziju prostora V i naći bar jednu njegovu bazu.
 - Nadjenu bazu dopuniti do baze prostora $\mathbb{R}^4$.
- Neka je W potprostor vektorskog prostora C^3 nad poljem C generisan vektorima $a_1 = (1, 0, i)$ i $a_2 = (1 + i, 1, -1)$.
 - Dokazati da je $A = \{a_1, a_2\}$ baza potprostora W .
 - Dokazati da $b_1 = (1, 1, 0) \in W$ i $b_2 = (1, i, 1 + i) \in W$, i da je $B = \{b_1, b_2\}$ takodje baza potprostora W .
 - Izraziti vektore a_1 i a_2 u bazi B .
 - U zavisnosti od realnog parametra a , odrediti bazu i dimenziju prostora S generisanog vektorima

$$v_1 = (a, a, a, a), \quad v_2 = (a, 2, 2, 2), \quad v_3 = (a, 2, a, a), \quad v_4 = (a, 2, a, 3).$$