

Relacije i funkcije

1. Ispitati koje od osobina (R, S, A, T) imaju sledeće relacije skupa $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} & \rho_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix} & \rho_5 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \\ \rho_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & \rho_4 &= \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} & \rho_6 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 3 & 4 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2. Relacije iz prethodnog zadatka dopuniti do relacija poretka (ako je moguće), a zatim nacrtati njihove Haseove dijagrame, i odrediti najveći, najmanji, minimalne i maksimalne elemente (ako postoje).
3. Za date uredjene skupove nacrtati Haseov dijagram, i odrediti najveći, najmanji, minimalne i maksimalne elemente (ako postoje):
- (a) $(\mathbb{N} \cup \{a\}, \leq \cup \{(3, a)\})$;
 - (b) $(\{\emptyset, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, c, d, f\}\}, \subseteq)$;
 - (c) $(\{2, 3, 4, 6, 9, 36, 72\}, |)$;
4. Relacije iz 1. zadatka dopuniti do relacija ekvivalencije, a zatim odrediti odgovarajuće faktor skupove.
5. Naći relaciju ekvivalencije ρ na skupu $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ako je njen faktor skup

$$[A]_\rho = \{\{2, 5, 7\}, \{1\}, \{3, 6\}, \{4\}\}.$$

6. Za date skupove A i B , i date skupove $f_i \subseteq A \times B$ ispitati: da li su f_i funkcije iz skupa A u skup B , da li su injektivne i da li su surjektivne funkcije iz A u B :

(a) $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{a, b, c, d, e\}$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ a & b & b & a \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ c & d \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ a & d & c & e \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ a & b & c & d & e \end{pmatrix}$$

(b) $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{a, b, c, d\}$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ a & b & d \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ c & b & a & d \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ d & a & c & d & b \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ b & c & b & a \end{pmatrix}$$

7. Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i neka su funkcije $f: A \rightarrow A$ i $g: A \rightarrow A$ definisane sa

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Odrediti funkcije f^{-1} , $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$.

8. Za realne funkcije f i g definisane sa $f(x) = \frac{x}{1-x}$ i $g(x) = \frac{1}{x+1}$ naći funkcije f^{-1} , g^{-1} , $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$, $f \circ g \circ f$, $f^2 \circ g$.