

DISKRETNA MATEMATIKA

- PREDAVANJE 9 -

Jovanka Pantović

STABLO = POVEZAN + ACIKLIČAN GRAF

Teorema

Svaka dva čvora stabla su povezana jedinstvenim putem.

Teorema

Svaka dva čvora stabla su povezana jedinstvenim putem.

Teorema

Svako stablo sa bar dva čvora ima bar dva lista.

Teorema

Svaka dva čvora stabla su povezana jedinstenim putem.

Teorema

Svako stablo sa bar dva čvora ima bar dva lista.

Teorema

Svako stablo sa n čvorova ima $n - 1$ granu.

Teorema

Neka je G graf sa $n \geq 3$ čvorova i bar n grana. Tada G sadrži konturu.

Teorema

Neka je G graf sa $n \geq 3$ čvorova i bar n grana. Tada G sadrži konturu.

Dokaz:

- (i) G je povezan:
ako G nema konturu, onda je stablo $\Rightarrow G$ ima $n - 1$ grana.
- (ii) G nije povezan: neka se $V(G_1), \dots, V(G_l)$ komponente povezanosti grafa G .

$$|V(G_1)| = k_1, \dots, |V(G_l)| = k_l \quad k_1 + \dots + k_l = n.$$

Lemma

Neka su $V(G_1), \dots, V(G_l)$ komponente povezanosti grafa G , sa k_1, \dots, k_l čvorova, respektivno. Tada postoji $i \in \{1, \dots, l\}$ sa osobinom $|E(G_i)| \geq k_i$.

Lemma

Neka su $V(G_1), \dots, V(G_l)$ komponente povezanosti grafa G , sa k_1, \dots, k_l čvorova, respektivno. Tada postoji $i \in \{1, \dots, l\}$ sa osobinom $|E(G_i)| \geq k_i$.

Pp. suprotno,

$$\begin{aligned} n &\leq |E(G)| = |E(G_1)| + \dots + |E(G_l)| \\ &< k_1 + \dots + k_l = n \end{aligned}$$

Ako G_i nema konturu, onda je G_i stablo i ima $k_i - 1$ granu.

Karakterizacija stabla

Neka je $G = (V, E)$ graf i $|V| = n$. Sledeća tvrđenja su ekvivalentna:

- (i) G je stablo.
- (ii) Za svaka dva čvora $u, v \in V$ postoji jedinstven put od u do v .
- (iii) G je povezan i brisanjem proizvoljne grane dobija se nepovezan graf. (minimalan povezan)
- (iv) G je acikličan i dodavanjem grane se dobija graf koji sadrži konturu. (maksimalan acikličan)
- (v) G je povezan i $|E| = n - 1$.
- (v) G je acikličan i $|E| = n - 1$.