Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ **30.01.2022. Studijski program** E1 E2 PR SW IT IN (zaokruži) **KOLOKVIJUM 2**

Studenti koji kod pitanja do zvezdica naprave više od pet grešaka nisu položili ispit! U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,…,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Vektor normale ravni $\alpha: z = x + y - 1$ je: **1)** $(1,0,1)$ **2)** $(1,0,-1)$ **3)** $(0,1,0)$ **4)** $(-1,-1,1)$ **5)** $(1,1,-1)$
  Koordinate jedne njene tačke su: **6)** $(0,0,0)$ **7)** $(1,0,0)$ **8)** $(0,1,0)$ **9)** $(0,0,1)$ **10)** $(1,1,1)$
- Sistem jednačina $ax + ay = a \wedge ax - ay = -a$ je određen za: **1)** $a \neq 1$ **2)** $a \neq -1$ **3)** $a \neq 1 \wedge a \neq -1$ **4)** $a \neq 0$
  neodređen za: **5)** $a = 1$ **6)** $a = 0$ **7)** $a = -1$ protivrečan za: **8)** $a = 1$ **9)** $a = 0$ **10)** $a = -1$ **11)** $a = -1 \wedge a = 1$
- Izračunati vektore položaja $r_{\vec{T'}}$ i $r_{\vec{T''}}$ projekcija tačke $T(-1,1,-1)$ na pravu
  $a: \vec{r} = (-1,0,-2) + t(1,-1,1),\ t \in \mathbb{R}$ i ravan $\alpha: (1,-1,0)\cdot\vec{r} = (1,-1,0)\cdot(1,0,0)$.
  $r_{\vec{T'}} = (-1,0,-2)$ $r_{\vec{T''}} = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1)$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1,-3,2) + \beta(3,7,-3) = (0,0,0)$: $(\alpha,\beta) \in \{(0,0)$ $\}$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1,-3,2) + \beta(2,-6,4) = (0,0,0)$: $(\alpha,\beta) \in \{(-2\beta, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}$ $\}$
- Neka je $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ nezavisna **4)** postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ zavisna **5)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ nezavisna **6)** za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ zavisna **7)** svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$
- Format (m,n), matrice linearne transformacije **1)** $h(x) = 5x$ je (0,1),(1,0),(1,1); **2)** $f(x,y) = x + 2y$ je (2,2),(2,1),(1,2); **3)** $g(x,y) = (x, x-y, x+y)$ je (2,3),(3,2),(2,2); **4)** $s(x,y) = x$ je (2,1),(1,2),(1,1)
- Ispod svake matrice zaokružiti broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ 1 2 3; $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3; $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 1 2 3; $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ 1 2 3; $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 0 1 2; $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 1 2 3; $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3; $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ 0 1 2; $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ 0 1 2
- Ako je $\vec{a} = (-2,2,1)$ i $\vec{b} = (1,-4,8)$, tada je: **1)** $|\vec{a}| = 3$ **2)** $|\vec{b}| = 9$ **3)** $\vec{a}\vec{b} = -2$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} = (20, 17, 6)$ **5)** $\cos\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) = -\frac{2}{27}$
- Ako je: $a = \big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$ $b = \big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ $c = \big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$
  $d = \big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$, tada su nezavisne u $\mathbb{R}^3$: **1)** a **2)** b **3)** c **4)** d
- Ako je $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, tada je: **1)** $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^\top$ **2)** $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$ **3)** $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{DT} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$
- Neka je u sedmodimenzionalnom vektorskom prostoru V, k-torka vektora $(a_1, \ldots, a_k)$ generatorna. Tada je uvek: **1)** $k < 7$ **2)** $k \leq 7$ **3)** $k = 7$ **4)** $k > 7$ **5)** $k \geq 7$ **6)** ništa od prethodnog
- Ako su nenula vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **kolinearni** tada je: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
  3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
  7) $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} \neq \lambda\vec{b}$ **8)** $(\forall\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{b} \neq \lambda\vec{a}$ **9)** $(\forall\lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} \neq \lambda\vec{b} \wedge \lambda\vec{a} \neq \vec{b})$ **10)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$
  11) $(\exists\alpha,\beta \in \mathbb{R})\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$. **12)** $(\forall\alpha,\beta \in \mathbb{R})\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 0$.
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
  1) $|det(A)| = \lambda|det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ **2)** $\mathbf{rang}(A) = \mathbf{rang}(A')$ **3)** $A \cdot A' = I$ **4)** $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
  1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $(B + C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **4)** $\det(AB) = \det(B)det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A)\mathbf{rang}(B)$ **7)** $\mathbf{rang}(AB) = \mathbf{rang}(A) + \mathbf{rang}(B)$ **8)** $A(BC) = (AB)C$

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ **30.01.2022.**

Studijski program E1 E2 PR SW IT IN (zaokruži) **KOLOKVIJUM 1**

Studenti koji kod pitanja do zvezdica naprave više od pet grešaka nisu položili ispit! U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Neka su funkcije $f, g : (-1,0) \to (-1,0)$ definisane sa $f(x) = -\sqrt{x+1}$ i $g(x) = x^2 - 1$. Tada je
  $f^{-1}(x) =$ $g(x)$, $(f \circ g)(x) =$ $-\sqrt{x^2} = x$, $(f \circ g)^{-1}(x) =$ x , $g^{-1}(x) =$ $f(x)$, $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$ x
- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: 1) $x + y = x'y'$ 2) $xy = (x' + y')'$ 3) $xy = 1 \Rightarrow x + y = 1$
  4) $x + y = 1 \Leftrightarrow xy = 1$ 5) $x = y \Rightarrow x' = y'$ 6) $x' = y' \Rightarrow x = y$ 7) $f(x) = x' \Rightarrow f : B \underset{\text{na}}{\to} B$
- Za funkciju $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ grupe $((0,\infty), \cdot)$ u grupu $(\mathbb{R}, +)$, definisanu sa $f(x) = -\log_3 x$ važi da je:
  1) homomorfizam 2) izomrfizam 3) f^{-1} homomorfizam 4) f^{-1} funkcija 5) f^{-1} izomorfizam
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(R, +, \cdot)$: 1) $(b + c)a = ca + ba$
  2) $(b + c)a = ca + ab$ 3) $(R, +)$ je grupa 4) $(R, \cdot)$ je asocijativni grupoid 5) $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$
  6) operacija $\cdot$ je distributivna prema operaciji $+$ 7) $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ 8) $a \cdot 0 = 0$ 9) $a \cdot (-a) = -a^2$
- Pri delenju polinoma $x^4 - 4x^2 - 5$ sa $x^2 + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $x^2 - 5$, a ostatak je 0.
- NZD(P,Q) za polinome $P = (t-3)^4(t+7)^2(t-1)^5(t+13)^3$ i $Q = (t-3)^2(t-15)(t-1)^7(t+13)^5$ je polinom
  1) $(t-3)^4(t-1)^7(t+13)^5$ 2) $(t-3)(t-1)(t+13)$ 3) $(t-3)^4(t+7)^2(t-1)^7(t+13)^5(t-15)$
  4) $(t-3)(t+7)(t-1)(t+13)(t-15)$ 5) $(t-3)^2(t-1)^5(t+13)^3$
- Ako je $z \in \mathbb{C}$, upiši nedostajući element u skupu A, ako je $z^4 = -7-24i \Leftrightarrow z \in \left\{ -1-2i, 2-i, 1+2i, -2+i \right\} = A$
- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} d & a & b & c \\ c & b & d & a \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & b & d \end{pmatrix}$,
  $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & d & b \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}$.
- Izračunati: 1) $\arg(\pi) =$ 0 2) $\arg(5e^{4i}) =$ $4 - 2\pi$ 3) $\arg(-6\pi) =$ π 4) $\arg(9\pi) =$ 0 5) $\arg(2i) =$ $\frac{\pi}{2}$
  6) $\arg(-1 - i) =$ $-\frac{3\pi}{4}$ 7) $\arg(8e^{2i}) =$ 2 8) $\arg(-1 - i\sqrt{3}) =$ $-\frac{2\pi}{3}$ 9) $\arg(e^{i\pi} + 1) =$ $\backslash$
- Zaokružiti brojeve ispred sirektivnih funkcija: 1) $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 3$ 2) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $f(x) = x^4$
  3) $f : (-\infty, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ 4) $f : \mathbb{R}^+ \to (0, \infty)$, $f(x) = \ln(x + 1)$ 5) $f : \mathbb{R} \to [1, \infty)$, $f(x) = e^{x^2}$
- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
  $\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ 8, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ 0, $\left|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| =$ 0, $\left|\{f | f : B \overset{na}{\rightrightarrows} B\}\right| =$ 2,
  $\left|\{f | f : B \to A\}\right| =$ 9, $\left|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\right| =$ 1, $\left|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ 6, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\rightrightarrows} B\}\right| =$ 6.
- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(1 + 3i) = 0$, tada je: 1) $x - 1 + 2i \mid f(x)$ 2) $x - 1 - 3i \mid f(x)$ 3) $x - \sqrt{10}\, e^{i \operatorname{arctg} 3} \mid f(x)$
  4) $x^2 - 2x + 10 \mid f(x)$; 5) $x^2 - 2x - 8 \mid f(x)$; 6) $x - \sqrt{5}\, e^{-i \operatorname{arctg} 2} \mid f(x)$; 7) $x^2 - x + 4 \mid f(x)$
- Za svako $z \in \mathbb{C}$ je: 1) $\arg z \geq 0 \Leftrightarrow I_m(z) \geq 0$ 2) $\arg z \geq 0 \Leftrightarrow \left(R_e(z) \geq 0 \wedge z \neq 0\right)$
  3) $\arg z \geq 0 \Leftrightarrow \left(I_m(z) \geq 0 \wedge z \neq 0\right)$ 4) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \geq 0$ 5) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow R_e(z) \geq 0$
  6) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \left(I_m(z) \in \mathbb{R} \wedge z \neq 0\right)$ 7) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \left(I_m(z) \in \mathbb{R} \wedge z \neq 0\right)$
- Funkcija $f : (-\pi, 0) \longrightarrow (-1, 1]$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \longrightarrow (-1, 1]$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}) \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- Ako je $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$, tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$, $f \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$.
- Neka je $\{-2, 1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{$ 2 $\}$.
- Neka su $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2$ i $z_3 = 1$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ $\arg \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_2 z_3 z_1 =$ $\frac{\pi}{2}$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE