Merenje i regulacija - Algebra 20.1.2019. **KOLOKVIJUM 2**

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________

PREDISPITNE OBAVEZE PO2 (raditi na ovom papiru)

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ izračunati

  $\det B =$ $AB =$

  $CB =$ $3 \cdot A =$

- Za vektore $\vec{a} = (3, 1, -1)$ i $\vec{b} = (1, 0, 2)$ izračunati:

  1) $2\vec{a} + \vec{b} =$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

  3) $\vec{a} \times \vec{b} =$ **4)** $|\vec{a}| =$

- Skup rešenja sistema linearnih jednačina S :

$$x + y + 2z = 1$$

$$y + 3z = 0$$

  je $R_S =$

- Neka je p prava čija je jednačina $x - 3 = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{5}$. Napisati jedan vektor pravca prave p: $\vec{p} = (\quad , \quad , \quad)$, i koordinate jedne tačke prave p: $(\quad , \quad , \quad)$.

- Zaokružiti brojeve ispred uređenih n-torki koje su BAZE vektorskog prostora $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$:
  1) $\big((0,1,3)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((5,0,0),(3,0,2)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,7)\big)$
  5) $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(5,6,8)\big)$ **6)** $\big((1,1,1),(7,7,7)\big)$ **7)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $f(x) = (x, 11x)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (y, 3x+z)$ su:

  $M_f =$ $M_g =$

TEORIJA T2 (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti brojeve ispred uređenih n-torki koje su LINEARNO NEZAVISNE u vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$:
  1) $\big((9,0,0),(3,0,3)\big)$ **2)** $\big((1,3,7)\big)$ **3)** $\big((1,2,0),(7,7,0),(2,-1,1)\big)$ **4)** $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,7)\big)$
  5) $\big((9,9,9),(5,5,5)\big)$ **6)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(6,0,0)\big)$ **7)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(5,5,5)\big)$

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su potprostori u $\mathbb{R}^3$ i za one koji jesu potprostori napisati njihove dimenzije:
  1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 2y = 0\}$, **dim** U=_____
  2) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 3y = 0\}$, **dim** U=_____
  3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 7 = x\}$, **dim** U=_____
  4) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 2\}$, **dim** U=_____

- Za date vektore $a = (1,2,1,0)$, $b = (2,4,2,0)$, $c = (1,0,1,1)$, $d = (3,4,3,1)$ napisati dimenzije sledećih lineala:
  1) $V = L(a,b)$, **dim** V=_____
  2) $V = L(a,c)$, **dim** V=_____
  3) $V = L(a,b,c)$, **dim** V=_____
  4) $V = L(a,b,c,d)$, **dim** V=_____

- Napisati u obliku $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačinu ravni koja sadrži tačku $(1,1,2)$ i paralelna je sa osama x i y, gde su A, B, C, D realni brojevi:

- Za prave $m : \frac{x-2}{6} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z}{10}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **a)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ **b)** paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **c)** poklapaju se $(m = n)$ **d)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$.

- Za koje vrednosti realnog parametra a je data transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ izomorfizam, ako je:

  a) $f(x,y) = (x + 2ay, x + y)$,

  b) $f(x,y) = (3ax, 0)$

ZADACI Z2 (raditi u ispitnoj svesci)

1. Date su ravan $\alpha : -x - 2y - z = 0$ i tačka $A(1,1,1)$.
   a) Odrediti jednačinu prave p koja sadrži tačku A i normalna je na ravan α.
   b) Odrediti tačku A' koja je ortogonalna projekcija tačke A na ravan α.
   c) Odrediti tačku A'' koja je simetrična tački A u odnosu na ravan α.

2. Diskutovati po realnim parametrima a, b i rešiti nad $\mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina:

$$x - ay = 1$$

$$bx + by = 1.$$

3. Neka je $\vec{v} = (x,y,z)$, $\vec{a} = (1,1,1)$. Neka je linearna transformacija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $f(\vec{v}) = \vec{v} - 3(\vec{a} \times \vec{v})$.
   a) Odrediti $f(x,y,z)$ i matricu M_f linearne transformacije f.
   b) Odrediti dimenziju prostora slika $f(\mathbb{R}^3)$.
   c) Da li je f izomorfizam?