**Merenje i regulacija - Algebra** 1.2.2018.

**Prezime, ime, br. indeksa:** ____________________

**TEORIJA T1** (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija $\{(1,1),(2,2),(3,3),(2,5),(5,2),(1,4),(4,1)\}$ u skupu $\{1,2,3,4,5\}$ : R S A T

- Zaokružiti sirjektivne funkcije:

  **1)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+x+1$ **2)** $g:(0,\infty)\to(0,\infty),\ g(x)=x^2$

  **3)** $w:[0,\pi]\to[-1,1],\ w(x)=\sin x$ **4)** $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ h(x)=e^{3x+1}$

  **5)** $u:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ u(x)=e^{3x+1}$.

- U Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$ tačna su tvrđenja

  **1)** $a+a'=(a\cdot a')'=1$ **2)** $(aa')'=0'$ **3)** $a+1'=(a')'$ **4)** $1+a'=(1')'$ **5)** $a+b=(a'b')'$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni.

  **a)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$

  **e)** $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **f)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **h)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$

- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^3+1$ **svodljiv**: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$

- Izračunati:

  **1)** $arg(9i)=$ **2)** $arg(-2+2i)=$ **3)** $arg(777)=$

  **4)** $arg(-777)=$ **5)** $arg(-777i)=$

- Neka je $z=1$ i $w=1+3i$. Rotacijom tačke $z$ oko tačke $w$ za ugao $\frac{\pi}{4}$ dobija se tačka:

  ____________________

**ZADACI Z1** (raditi u ispitnoj svesci)

1. Naći sve proste implikante i sve minimalne $DNF$ Bulove funkcije $f(x,y,z,u)=xyzu'+xyz'u'+xy'zu'+x'y'zu+x'y'zu'+x'y'z'u+x'y'z'u'$.
2. Dokazati da je $(\{z\in\mathbb{C}|z^4=1\},\cdot)$ komutativna grupa.
3. Neka je $p(x)=x^5-6x^4+9x^3+5x^2+ax+b$ polinom nad poljem $\mathbb{R}$. Izračunati vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je 3 dvostruki koren polinoma $p(x)$, a zatim za te vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ faktorisati polinom $p$ nad poljima $\mathbb{C}$ i $\mathbb{R}$.

**Merenje i regulacija - Algebra** 1.2.2018.

**Prezime, ime, br. indeksa:** ____________________________________________

**TEORIJA T2** (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti brojeve ispred uređenih $n$-torki koje su GENERATORNE u vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$:
**1)** $\big((0,3,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(3,0,3)\big)$ **4)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$
**5)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,7)\big)$ **6)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,7),(3,6,9)\big)$

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su potprostori u $\mathbb{R}^3$ i za one koji jesu potprostori napisati njihove dimenzije:
**1)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2=0\}$, **dim** $U$=_____
**2)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x=y=1\}$, **dim** $U$=_____
**3)** $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x+3y+z=5\}$, **dim** $U$=_____

- Za date vektore $a=(1,0,7,7)$, $b=(2,0,0,0)$, $c=(3,0,7,7)$, $d=(3,2,5,4)$ napisati dimenzije sledećih lineala:
**1)** $V = L(a,c)$, **dim** $V$=_____
**2)** $V = L(a,b,c)$, **dim** $V$=_____
**3)** $V = L(a,b,c,d)$, **dim** $V$=_____

- Ravan $\alpha$ sadrži pravu $p: x=y=z$ i pravu $q: \frac{x}{3}=y=\frac{z}{2}$.
Napisati jedan vektor normale ravni $\alpha: n = (\quad,\quad,\quad)$
i jednu tačku ravni $\alpha$: $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Date su prava $m: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{p} = \frac{z}{5}$ i ravan $\alpha: x+y+z=0$. Odrediti vrednost realnog parametra $p$ tako da prava $m$ bude paralelna ravni $\alpha$.

____________________________________________

- Za date linearne transformacije $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ i $g: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ napisati odgovarajuće matrice i diskutovati njihov rang u zavisnosti od realnog parametra $a$, ako je:

a) $f(x,y,z) = (x+y+z, y+z, ay+z)$,

b) $g(x,y,z) = (2y+2z, ay+z)$

**ZADACI Z2** (raditi u ispitnoj svesci)

1. Date su ravan $\alpha: x+2y+z=0$ i tačka $A(1,0,2)$.
   a) Odrediti jednačinu prave $p$ koja sadrži tačku $A$ i normalna je na ravan $\alpha$.
   b) Odrediti tačku $A'$ koja je ortogonalna projekcija tačke $A$ na ravan $\alpha$.
   c) Odrediti tačku $A''$ koja je simetrična tački $A$ u odnosu na ravan $\alpha$.

2. Diskutovati po $a,b \in \mathbb{R}$ i rešiti po $x,y \in \mathbb{R}$ sistem jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} 2x & + & ay & = & 3 \\ 4ax & + & 6ay & = & 4a+2b \end{array}$$

3. Neka je $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ linearna transformacija za koju je $f(1,-2)=(0,1,1)$ i $f(1,-3)=(2,-2,1)$.
   (a) Napisati matricu linearne transformacije $f$.
   (b) Izračunati $f(-1,2)$.
   (c) Izračunati dimenziju prostora slika $f\left(\mathbb{R}^2\right)$.