Merenje i regulacija - Algebra 13.2.2018.

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________

TEORIJA T1 (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(2,5),(5,2),(3,4),(4,3)\}$ u skupu $\{1,2,3,4,5\}$: R S A T

- Zaokružiti INJEKTIVNE funkcije:

  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+x+1$ **2)** $g:(0,\infty)\to(0,\infty),\ g(x)=x^2$

  3) $w:[0,\pi]\to[-1,1],\ w(x)=\sin x$ **4)** $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ h(x)=e^{3x+1}$

  5) $u:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ u(x)=e^{x^2+1}$.

- Napisati sve podalgebre Bulove algebre $(P(A),\cup,\cap,\bar{\ },\emptyset,A)$, gde je $A=\{a,b,c\}$:

  ____

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su DOMENI INTEGRITETA.

  a) $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$

  e) $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **f)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **h)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$

- Zaokružiti polja nad kojima je polinom t^3+t+1 NESVODLJIV: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A_i :

  $A_1=\{z\in\mathbb{C}|\ (z-i)^3=1+i\}$ ______________________________

  $A_2=\{z\in\mathbb{C}|\ |z-i|^3=1+i\}$ ______________________________

  $A_3=\{z\in\mathbb{C}|\ |z-i|=1\}$ ______________________________

  $A_4=\{z\in\mathbb{C}|\ \arg z=\frac{\pi}{6}\}$ ______________________________

ZADACI Z1 (raditi u ispitnoj svesci)

1. Naći sve proste implikante i sve minimalne DNF Bulove funkcije
   $f(x,y,z,u)=xy'zu'+xy'z'u'+x'yzu+x'yz'u+x'y'zu'+x'y'zu+x'y'z'u'$.
2. Funkcije $g_i:\mathbb{C}\to\mathbb{C},\ i\in\{1,2,3,4\}$ su definisane sa:
   $g_1(w)=\overline{w}i,$ $g_2(w)=-\overline{w}i,$ $g_3(w)=-w,$ $g_4(w)=w.$
   Neka je $G=\{g_1,g_2,g_3,g_4\}$. Dokazati da je $(G,\circ)$ komutativna grupa (gde je $\circ$ kompozicija funkcija).
3. Naći sve realne brojeve a za koje je kompleksni broj ai koren polinoma $P(z)=z^4-2z^3+7z^2-4z+10$, i za takve vrednosti a faktorisati polinom P nad poljima $\mathbb{R}$ i $\mathbb{C}$.

Merenje i regulacija - Algebra 13.2.2018.

Prezime, ime, br. indeksa: ____

TEORIJA T2 (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^4$ koji su potprostori u $\mathbb{R}^4$ i za one koji jesu potprostori napisati njihove dimenzije:
  1) $U = \{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$, **dim** U=_____
  2) $U = \{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y = u\}$, **dim** U=_____
  3) $U = \{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 \mid |x| = |z| = |u|\}$, **dim** U=_____

- Za date vektore $a = (1, 0, 9, 7)$, $b = (2, 0, 2, 0)$, $c = (1, 0, -7, -7)$, $d = (1, -1, 2, -2)$ napisati dimenzije sledećih lineala:
  1) $V = L(a, c)$, **dim** V=_____
  2) $V = L(a, b, c)$, **dim** V=_____
  3) $V = L(a, b, c, d)$, **dim** V=_____

- Ravan α sadrži pravu $p : \frac{x}{5} = \frac{y}{2} = z$ i pravu $q : \frac{x}{3} = y = \frac{z}{2}$.
  Napisati jedan vektor normale ravni $\alpha : n = (\quad,\quad,\quad)$
  i jednačinu ravni α : ________________________________

- Date su prava $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{p} = \frac{z}{5}$ i ravan $\alpha : 6x + 2y + 10z = 0$. Odrediti vrednost realnog parametra p tako da prava m bude normalna na ravan α.

  ____

- Za date linearne transformacije $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ i $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ napisati odgovarajuće matrice i diskutovati njihov rang u zavisnosti od realnog parametra a, ako je:

  a) $f(x, y, z) = (x + ay + z, y + z)$,

  b) $g(x, y) = (2x + 2y, ax)$

ZADACI Z2 (raditi u ispitnoj svesci)

1. Data je tačka $A(1, 1, 1)$, ravan α svojom jednačinom $\alpha : 2x - y - z + 1 = 0$, i prava p svojom jednačinom $p : \dfrac{x+1}{2} = y = \dfrac{z-1}{2}$. **(a)** Napisati jednačinu ravni β koja je paralelna ravni α i sadrži tačku A. **(b)** Izračunati koordinate tačke T koja pripada pravoj p i ravni β. **(c)** Napisati jednačinu prave q koja je paralelna ravni α, seče pravu p i sadrži tačku A.

2. U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati i rešiti u slučajevima neodređenosti sistem jednačina
$$\begin{array}{rcrcrcl} ax & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & ay & + & z & = & a \\ x & + & y & + & az & = & a^2 \end{array}$$

3. Za linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ je:
   $f(1, 1, 1) = (1, 0, 2)$, $f(0, 1, 1) = (1, 3, 0)$ i $f(0, 0, 1) = (0, 3, 4)$.
   (a) Izračunati $f(x, y, z)$ i matricu M linearne transformacije f.
   (b) Odrediti rang linearne transformacije f.
   (c) Ispitati da li postoji inverzna linearna transformacija f^{-1}.