Merenje i regulacija - Algebra 15.4.2018.

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________

TEORIJA T1 (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija $|$ (deli) u skupu prirodnih brojeva $\mathbb{N}$: R S A T

- Zaokružiti INJEKTIVNE funkcije:

  1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3 + 17$ **2)** $g : (0, \infty) \to (0, \infty),\ g(x) = \ln(x^2 + 1)$

  3) $w : [0, \pi] \to [-1, 1],\ w(x) = \cos x$ **4)** $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ h(x) = \sin(3x^2)$

- Napisati sve podalgebre Bulove algebre $(P(A), \cup, \cap, \bar{}, \emptyset, A)$, gde je $A = \{3, 5\}$:

  ____

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su POLJA.

  a) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$

  e) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **f)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **h)** $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^3 + t$ NESVODLJIV: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_5$ $\mathbb{Z}_7$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A_i :

  $A_1 = \{z \in \mathbb{C} |\ (z - i)^5 = 2 + 2i\}$ ______________________________

  $A_2 = \{z \in \mathbb{C} |\ |z - i| = 17\}$ ______________________________

  $A_3 = \{z \in \mathbb{C} |\ |z - i| = 17 + 17i\}$ ______________________________

  $A_4 = \{z \in \mathbb{C} |\ \arg z = \frac{\pi}{4}\}$ ______________________________

  $A_5 = \{z \in \mathbb{C} |\ |\arg z| = \frac{\pi}{4}\}$ ______________________________

ZADACI Z1 (raditi u ispitnoj svesci)

1. Naći sve proste implikante i minimalne DNF Bulove funkcije f date tabelom:

x	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
z	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
u	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
f	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1

2. Na skupu realnih brojeva $\mathbb{R}$ je definisana binarna operacija $*$ sa

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x * y = x + y - xy.$$

   Ispitati asocijativnost, komutativnost, egzistenciju neutralnog i inverznih elemenata za operaciju $*$.

3. U skupu kompleksnih brojeva rešiti po z sistem jednačina $\left|\dfrac{z-1}{2-\bar{z}}\right| = 1 \ \wedge\ \mathrm{Re}\left(\dfrac{z}{2+i}\right) = 2.$

Merenje i regulacija - Algebra 15.4.2018.

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________

TEORIJA T2 (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^4$ koji su potprostori u $\mathbb{R}^4$ i za one koji jesu potprostori napisati njihove dimenzije:
  1) $U = \{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 \mid x^2 + y^2 = 0\}$, **dim** U=_____
  2) $U = \{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 \mid 3x = u\}$, **dim** U=_____
  3) $U = \{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 \mid x \leq z\}$, **dim** U=_____

- Za date vektore $a = (1,5,9,7)$, $b = (2,0,2,0)$, $c = (1,0,-1,-1)$, $d = (3,0,1,-1)$ napisati dimenzije sledećih lineala:
  1) $V = L(a,c)$, **dim** V=_____
  2) $V = L(a,b,c)$, **dim** V=_____
  3) $V = L(a,b,c,d)$, **dim** V=_____

- Ravan α sadrži pravu $p : \frac{x}{5} = \frac{y}{2} = z$ i tačku $P(0,0,3)$.
  Napisati jedan vektor normale ravni $\alpha : n = (\quad,\quad,\quad)$
  i jednačinu ravni α : ______________________________

- Date su ravan $\alpha : 6x + 2y + 10z = 0$ i ravan $\beta : 3x + y + 5z = 7$. Odrediti presek ove dve ravni.

  ____

- Za date linearne transformacije $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ i $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ napisati odgovarajuće matrice i diskutovati njihov rang u zavisnosti od realnog parametra a, ako je:

  a) $f(x,y,z) = (x + 2y + az, x + z)$,

  b) $g(x,y) = (x, (a+2)y)$

ZADACI Z2 (raditi u ispitnoj svesci)

1. Data je tačka P, i prava a određena tačkom $A \in a$ i vektorom pravca $\vec{a}$, pri čemu $P \notin a$. U funkciji od $\vec{r}_P$, $\vec{r}_A$ i $\vec{a}$ izraziti vektore položaja tačaka Q i R takvih da je PQR jednakostranični trougao kod kojeg je $PQ \parallel a$ i $R \in a$.

2. Diskutovati po $a, b, c \in \mathbb{R}$ i rešiti nad $\mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & + & ay & = & c \end{array}$$

3. Neka je $\vec{v} = (x,y,z)$, $\vec{a} = (1,2,-3)$, $\vec{b} = (5,0,0)$, i neka je linearna transformacija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $f(\vec{v}) = \left|\vec{b}\right| \cdot \vec{v} + \vec{a} \times \vec{v}$.
   (a) Odrediti $f(x,y,z)$, i napisati matricu M_f linearne transformacije f.
   (b) Izračunati inverznu matricu matrice M_f, ako postoji.