Merenje i regulacija - Algebra 22.6.2018.

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________

TEORIJA T1 (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija $\{(a,a),(b,b),(c,c),(b,e),(e,b),(a,d),(d,a)\}$ u skupu $\{a,b,c,d,e\}$: R S A T

- Zaokružiti bijektivne funkcije:

  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+x+1$ **2)** $g:(0,\infty)\to(0,\infty),\ g(x)=x^2$

  3) $w:[0,\pi]\to[-1,1],\ w(x)=\sin x$ **4)** $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ h(x)=e^{x+1}$

  5) $u:\mathbb{R}\to(0,\infty),\ u(x)=e^{x+1}$.

- U Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$ tačna su tvrđenja

  1) $a+a'=(a\cdot a')'=1$ **2)** $(aa')'=0'$ **3)** $a+1'=(a')'$ **4)** $1+a'=(1')'$ **5)** $a+b=(a'b')'$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativni prsteni sa jedinicom.

  a) $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **b)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **c)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **d)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$

  e) $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **f)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$ **g)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **h)** $(\{-1,1\},+,\cdot)$

- Zaokružiti polja nad kojima je polinom t^2+1 **svodljiv**: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$

- Izračunati:

  1) $arg(7i)=$ **2)** $arg(-4+4i)=$ **3)** $arg(60)=$

  4) $arg(-60)=$ **5)** $arg(-60i)=$

- Neka je $z=1$ i $w=1+3i$. Rotacijom tačke z oko tačke w za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka:

  ____

ZADACI Z1 (raditi u ispitnoj svesci)

1. Naći sve proste implikante i sve minimalne DNF Bulove funkcije
   $f(x,y,z,u)=xy'zu'+xy'z'u'+x'yzu+x'yz'u+x'y'zu'+x'y'zu+x'y'z'u'$.

2. Dokazati da je $(\{z\in\mathbb{C}|z^7=1\},\cdot)$ komutativna grupa.

3. Neka je p polinom nad poljem $\mathbb{R}$. Izračunati ostatak pri deljenju polinoma p polinomom $(x-1)(x-2)(x+1)$, ako se zna da je ostatak pri deljenju polinoma p polinomom $(x-1)$ jednak 2, ostatak pri deljenju polinoma p polinomom $(x-2)$ je 3, a ostatak pri deljenju polinoma p polinomom $(x+1)$ je 6.

Merenje i regulacija - Algebra 22.6.2018.

Prezime, ime, br. indeksa: ____

TEORIJA T2 (raditi na ovom papiru)

- Zaokružiti brojeve ispred uređenih n-torki koje su GENERATORNE u vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$:
  1) $\big((0,8,0)\big)$ **2)** $\big((1,2,0),(3,3,0),(2,-1,1)\big)$ **3)** $\big((1,0,0),(7,0,7)\big)$ **4)** $\big((0,0,2),(0,0,0),(19,0,0)\big)$
  5) $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(11,22,77)\big)$ **6)** $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(11,22,77),(33,66,99)\big)$

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su potprostori u $\mathbb{R}^3$ i za one koji jesu potprostori napisati njihove dimenzije:
  1) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 + y^2 = 0\}$, **dim** U=_____
  2) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = 2\}$, **dim** U=_____
  3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$, **dim** U=_____
  4) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = x\}$, **dim** U=_____

- Za date vektore $a = (1,0,7,7)$, $b = (1,0,0,0)$, $c = (3,0,7,7)$, $d = (6,4,10,8)$ napisati dimenzije sledećih lineala:
  1) $V = L(a,c)$, **dim** V=_____
  2) $V = L(a,b,c)$, **dim** V=_____
  3) $V = L(a,b,c,d)$, **dim** V=_____

- Ravan α sadrži pravu $p : x = y = z$ i pravu $q : \frac{x-3}{3} = y - 1 = \frac{z-2}{2}$.
  Napisati jedan vektor normale ravni $\alpha : n = (\quad,\quad,\quad)$
  i jednu tačku ravni $\alpha :$ $A(\quad,\quad,\quad)$.

- Date su prava $m : \frac{x-5}{4} = \frac{y+1}{3p} = \frac{z}{2}$ i ravan $\alpha : x + y + z = 0$. Odrediti vrednost realnog parametra p tako da prava m bude paralelna ravni α.

  ____

- Za date linearne transformacije $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ napisati odgovarajuće matrice i diskutovati njihov rang u zavisnosti od realnog parametra a, ako je:

  a) $f(x,y,z) = (x + y + z, y + z, y + az)$,

  b) $g(x,y,z) = (4y + 4z, y + az)$

ZADACI Z2 (raditi u ispitnoj svesci)

1. Date su ravan $\alpha : x + 3y + z = 0$ i tačka $A(1,0,2)$.
   a) Odrediti jednačinu prave p koja sadrži tačku A i normalna je na ravan α.
   b) Odrediti tačku A' koja je ortogonalna projekcija tačke A na ravan α.
   c) Odrediti tačku A'' koja je simetrična tački A u odnosu na ravan α.

2. Diskutovati po $m, n \in \mathbb{R}$ i rešiti po $x, y \in \mathbb{R}$ sistem jednačina
$$\begin{array}{rcrcl} 6x & + & 3my & = & 9 \\ 2mx & + & 3my & = & 2m + n \end{array}$$

3. Neka je $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ linearna transformacija za koju je $f(1,1) = (0,1,1)$ i $f(1,-2) = (2,0,1)$.
   (a) Napisati matricu linearne transformacije f.
   (b) Izračunati $f(-1,2)$.
   (c) Izračunati dimenziju prostora slika $f\left(\mathbb{R}^2\right)$.