

**Z A D A C I – 55 poena**

1. [4 poena] Iračunati verovatnoću da zbir tri slučajno odabrana broja iz skupa prvih četrdeset prirodnih brojeva  $\{1, 2, 3, \dots, 40\}$  bude neparan broj.
2. [6 poena] Tri strelca nezavisno jedan od drugog gađaju istu metu ispaljujući po jedan metak. Verovatnoća pogađanja za prvog strelca je 0.8, za drugog 0.4, a za trećeg je 0.5. Posle izvedenog gađanja utvrđeno je da je meta pogodena samo jednom. Naći verovatnoću da je prvi strelac promašio.
3. [8 poena] U kutiji se nalazi po jedna bela i jedna crna kuglica. Izvlači se jedna po jedna kuglica. Ako je izvučena kuglica crna, ona se vraća u kutiju i dodaju se još tri crne i jedna bela kuglica, a zatim se izvlačenje ponavlja. Izvlačenje se prekida ako se izvuče bela kuglica ili najduže posle petog izvlačenja. Neka je  $X$  slučajna promenljiva koja predstavlja broj izvlačenja. Odrediti zakon raspodele slučajne promenljive  $X$ , matematičko očekivanje i disperziju za  $X$ .
4. [8 poena] Iz kutije u kojoj su četiri cedulje numerisane brojevima 1, 2, 3 i 4 izvlače se cedulje (bez vraćanja) dok se ne izvuče cedulja sa neparnim brojem. Naći zakon raspodele slučajne promenljive  $(X, Y)$  gde slučajna promenljiva  $X$  predstavlja zbir izvučenih brojeva i slučajna promenljiva  $Y$  predstavlja broj izvlačenja. Naći očekivani zbir izvučenih brojeva, očekivani broj izvlačenja cedulja i raspodelu slučajne promenljive  $Y|X = 5$ .
5. [8 poena]  
Neprekidna slučajna promenljiva  $X$  ima funkciju raspodele  $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ A + B \arcsin x, & -1 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$   
Odrediti za koje vrednosti konstanti  $A$  i  $B$  će funkcija raspodele biti neprekidna, odrediti funkciju gustine slučajne promenljive  $X$ , izračunati verovatnoću  $P(-\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2})$  i naći matematičko očekivanje slučajne promenljive  $Y = 3X - 5$ .
6. [5 poena] Slučajna promenljiva  $Y$  data je zakonom raspodele  $Y : \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ . Slučajna promenljiva  $X$  ima eksponencijalnu  $\mathcal{E}(2)$  raspodelu. Ako su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive naći srednju vrednost, autokorelacionu funkciju i disperziju za slučajni proces  $Z_t = \frac{1}{t}X + tY$ ,  $t \in (0, \infty)$ .
7. [8 poena] Kamion za snabdevanje sladoleda vrši isporuku sladoleda u prodavnice u tri dela Novog Sada, Grbavicu, Petrovaradin i Detelinaru, tako što u toku jednog dana sladoled dostavlja u prodavnice iz tačno jednog dela grada. Nakon prodavnica iz Grbavice sutradan sa podjednako verovatnoćom dostavlja robu u prodavnice iz bilo kog dela grada. Nakon Petrovaradina, sutradan sigurno ne dostavlja sladoled u Petrovaradin, a u preostale dva dela grada podjednako verovatno dostavlja sladoled. Nakon Detelinare sa tri puta većom verovatnoćom dostavlja sladoled u Grbavicu nego u Petrovaradin i Detelinaru.
  - a) Napraviti matricu prelaza za jedan korak.
  - b) Ako se zna da je u utorak sladoled dostavljen u prodavnice u Petrovaradinu, naći verovatnoću da u četvrtak ponovo dostavlja sladoled u Petrovaradin.
  - c) Da li postoji vektor finalnih verovatnoća. Obrazložiti odgovor! Ako postoji pronaći ga.
  - d) Koliko ukupno sladoleda dostavi prodavnicama u Petrovaradinu tokom 100 letnjih dana, ako se zna da prosečno tokom jednog dana dostavljanja sladoleda prodavnicama u Petrovaradinu kamion dostavi 50kg sladoleda?
8. (8 poena) McDrive restoran ima jedan šalter za usluživanje. U dvorištu McDrive restorana može da stane ukupno tri automobila. McDrive restoran se nalazi uz sam put i ukoliko su sva tri mesta u dvorištu zauzeta, on ne može da primi novopristigli automobil. U toku jednog sata u McDrive restoranu se usluži prosečno 10 automobila. Prosečno tokom petnaest minuta dođe 2 automobila. Radno vreme McDrive restorana je 24h na dan i restoran radi sedam dana u nedelji. Ako se radi o  $M : M : k : r$  sistemu usluživanja:
  - a) Odrediti  $r$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\Lambda$ .
  - b) Naći finalne verovatnoće.
  - c) Naći očekivani broj automobila u sistemu u svakom momentu.
  - d) Naći očekivani broj vozila koja su odbijena tokom 3 radna dana zbog popunjenosti dvorišta.

**T E O R I J A**

(samo za stare studente) – 30 poena

1. [15 poena] Slučajna promenljiva i funkcija raspodele - osnovne definicije i osobine.
2. [15 poena] Sistemi rađanja i umiranja - opisati proces dolazaka i proces odlazaka (dužinu usluživanja) u sistemu M:M:1.