Elektrotehnički odsek
Matematička analiza 2 - pismeni ispit
1. oktobar 2017.

Deo završnog ispita:

1. (E1-6 poena, E2-5 poena) Dokazati da red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(-n)^n}$ konvergira i naći sumu sa tačnošću od 0.01
2. (E1-8 poena, E2-8 poena) Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n+1}\left(\frac{1}{x}\right)^n$. Koristeći dobijeni razvoj, izračunati sumu konvergentnog reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n(n+1)}$.
3. (E1-7 poena, E2-6 poena) Razviti u Maklorenov red funkciju $f(x) = x^4 \arctan x^4 + x^4 + 4$ i napisati gde odgovarajući razvoj konvergira.
4. (E1-7 poena, E2-6 poena) Izračunati površinu i zapreminu tela ograničenog površima $z = 2 - (x^2 + y^2)$, $z = -2$ i $z = 0$.
5. (E1-7 poena, E2-7 poena) Izračunati vrednost integrala $\int_L 2y\,dx - 4x\,dy$ ako je kriva L deo kružnice $x^2 + y^2 = 6y$ u drugom kvadrantu orijentisan od tačke $A(-3, 3)$ do tačke $B(0, 6)$.
   (a) direktno
   (b) primenom Grinove formule.
6. (E1-7 poena, E2-7 poena) Preslikavanjem $w = \frac{i}{1 + e^{\frac{\pi}{2} i \frac{z+1}{z}}}$ preslikati oblast $G = \{z \in \mathbb{C} : \ |z + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2},\ Im\, z < 0,\ Re\, z < 0\}$.
7. (E1-7 poena, E2-7 poena) Ispitati prirodu singulariteta u proširenoj kompleksnoj ravni i naći ostatke funkcije $f(z) = \frac{1 - \sin z}{z(z - \frac{\pi}{2})^2}$. Izračunati $\oint_L f(z)\,dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z + \frac{\pi}{2}| = r, r \notin \{\frac{\pi}{2}, \pi\}\}$ pozitivno orijentisana.
8. (E1-6 poena) Izračunati $\int_C \frac{\mathrm{Re}\, z + 1}{\mathrm{Im}\, z}\,dz$, ako je kriva C duž koja spaja tačke $A(2, 2)$ i $B(3, 2)$ orijentisana od tačke B do tačke A.
9. (E2-4 poena) Razviti funkciju $f(x) = |x| + 1$ u Furijeov red na intervalu $[-\pi, \pi]$.
10. (E2-5 poena) Koristeći Laplasovu transformaciju, rešiti sistem jednačina:
$$x(t) - 2y'(t) = e^t, \quad x'(t) - x(t) + y'(t) - y(t) = 1,$$
uz uslove $x(0) = 0$ i $y(0) = 0$.

Teorija:

1. (15 poena)
2. (15 poena)
3. (15 poena) Dat je funkcionalni red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^{n-1} x}{n}$.
   a) Koristeći Vajerštrasov kriterijum, pokazati da red uniformno konvergira na skupu $\left(-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right) \setminus \{0\}$ za svako $k \geq 1$.
   b) Za $x = \frac{\pi}{4}$ pokazati da je $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^{n-1} x}{n} \leq \sqrt{2} \ln |1 - \frac{\sqrt{2}}{2}|$.