

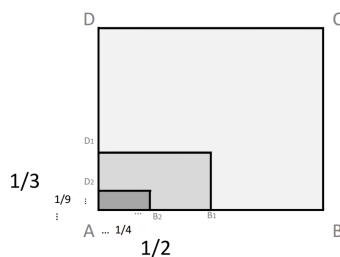
Elektrotehnički odsek
Matematička analiza 2 - pismeni ispit
17. jun 2017.

Deo završnog ispita:

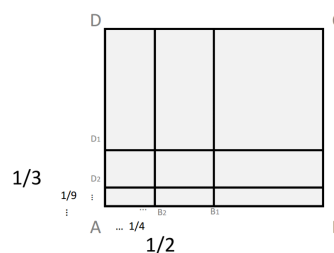
- (E1-6 poena, E2-5 poena) U zavisnosti od realnog parametra α diskutovati apsolutnu i uslovnu konvergenciju i divergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} n(-\alpha)^n$.
- (E1-8 poena, E2-7 poena) Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{(n-1)n!} \left(\frac{2}{x}\right)^n$. Koristeći dobijeni razvoj, izračunati sumu konvergentnog reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{(n-1)n!}$.
- (E1-6 poena, E2-5 poena) Izračunati zapreminu tela $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.
- (E1-7 poena, E2-7 poena) U integralu $\int_L (2 \ln x + \frac{a}{2} \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 2) dx + (b \ln x - \frac{2y}{x} + 2) dy$ odrediti parametre a i b tako da vrednost integrala ne zavisi od putanje integracije, a zatim ga izračunati od tačke $A(1, -1)$ do tačke $B(2, 2)$.
- (E1-7 poena, E2-7 poena) Preslikavanjem $w = \frac{i}{1 + e^{\frac{\pi}{2}i \frac{z+1}{z}}}$ preslikati oblast $G = \{z \in \mathbb{C} : |z + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2}, \operatorname{Im} z < 0, \operatorname{Re} z < 0\}$.
- (E1-7 poena, E2-6 poena) Razviti funkciju $f(z) = \frac{z}{z^2 + (2-i)z - 2i}$ u Loranov red u na prstenu $1 < |z| < 2$.
- (E1-8 poena, E2-8 poena) Ispitati prirodu singulariteta funkcije $f(z) = \frac{1}{z} \sin \frac{1}{z+i}$ a zatim izračunati $\int_L f(z) dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z - 99| = 999\}$ pozitivno orijentisana.
- (E1-6 poena) Odrediti analitičku funkciju $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, $z = x + iy$, ako je $u(x, y) = 9e^{9x} \cos 9y - 9$ i $f(0) = 0$. Izračunati $f'(0)$.
- (E2-5 poena) Razviti funkciju $f(x) = e^{4x}$ u Furijeov red na intervalu $[0, 2\pi]$. Koristeći dobijeni razvoj izračunati sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 16}$.
- (E2-5 poena) Koristeći Laplasovu transformaciju, rešiti jednačinu $2y' - y' - y = -1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Teorija:

- (15 poena) Funkcionalni niz osnovne definicije, vrste konvergencije, osnovne teoreme.
- (15 poena) Definicija i osnovne osobine integrala duž krive u kompleksnoj analizi.
- (15 poena) Dat je kvadrat stranice 1. Na stranici AB se biraju tačke B_1, B_2, \dots tako da je B_1 središte duži AB , B_2 središte duži AB_1 itd. Na stranici AD se biraju tačke D_1, D_2, \dots tako da je AD_1 trećina duži AD , AD_2 trećina duži AD_1 itd.



Slika 1.



Slika 2.

- Pomoću brojnog reda napisati izraz za izračunavanje sume površina svih pravougaonika $AB_i CD_i$, $i = 0, 1, \dots$ (Slika 1). Pokazati po definiciji da red konvergira i naći sumu.
- Pomoću dvojnog brojnog reda napisati izraz za izračunavanje sume površina svih pravougaonika čija je jedna stranica bilo koja duž AB_i , $i = 0, 1, \dots$ a druga stranica bilo koja duž AD_j , $j = 0, 1, \dots$ (Slika 2). Pokazati po definiciji da red konvergira i naći sumu.