Elektrotehnički odsek
Pismeni ispit iz Analize 2
28. 6. 2016.

1. (E1-8 poena, E2-8 poena) Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{n+1}\left(\frac{2}{2x^2-x}\right)^n$. Koristeći dobijeni razvoj, izračunati sumu konvergentnog reda $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2}{3^n(n+1)}$.
2. (E1-5 poena, E2-4 poena) Izračunati površinu dela površi $z = 9 + x^2 + y^2$ koju odseca $x^2 + y^2 = 8x$.
3. (E1-6 poena, E2-5 poena) Razviti u Tejlorov red u okolini tačke $x_0 = 1$ funkciju $f(x) = \sin 3x \cos 3x$ i napisati gde odgovarajući razvoj konvergira.
4. (E1-6 poena, E2-6 poena) Ispitati da li vrednost krivolinijskog integrala $\int_L (x \ln y + x^2 \ln^2 x)\, dx + \left(\frac{x^2}{2y} + 3\right) dy$ zavisi od izbora putanje integracije, a zatim ga izračunati po duži koja spaja tačke $A(3,3)$ i $B(1,2)$ (orijentisana od tačke A do tačke B).
5. (E1-6 poena) Odraditi analitičku funkciju $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ ako je $v(x,y) = 2xy + xe^x \sin y + ye^x \cos y$ i $f(0) = 0$. Izračunati $f''(2)$.
6. (E1-5 poena, E2-5 poena) Izračunati $\oint_C z|z|\, dz$, ako je kriva C pozitivno orijentisan rub oblasti
$$G = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2, \operatorname{Im} z \geq 0, \operatorname{Re} z \geq 0\}.$$
7. (E1-7 poena, E2-7 poena) Preslikavanjem $w = -i \tan \frac{\pi}{z}$ preslikati oblast
$$G = \{z \in \mathbb{C} : \ |z+1| > 1, \operatorname{Re} z < 0, \operatorname{Im} z < 0\}.$$
8. (E1-5 poena, E2-5 poena) Funkciju $f(z) = \frac{1}{(z-3i)(z+2)}$ razviti u Loranov red na prstenu $2 < |z| < 3$.
9. (E1-7 poena, E2-6 poena) Ispitati prirodu singulariteta funkcije $f(z) = \frac{1-\cos(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1}$ i izračunati $\int_L f(z)dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z+i| = r,\ r \neq \sqrt{2}\}$ pozitivno orijentisana.
10. (E2-5 poena) Razviti funkciju $f(x) = |x-2|$ u Furijeov red na intervalu $[-\pi, \pi]$.
11. (E2-4 poena) Primenom Laplasove transformacije, rešiti sistem diferencijalnih jednačina:
$$x' = 2x + y, \quad y' = -x + 4y,$$
uz uslove $x(0) = 1$ i $y(0) = 0$.

Teorija:

1. (15 poena) Funkcionalni red
2. (15 poena) $\sin z$, $\operatorname{Arcsin} z$, $z \in \mathbb{C}$
3. (Teorijski zadatak) Dat je dvojni red $\sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{1}{p^n q^m}$, $|p| > 1$, $|q| > 1$.
   (a) (8 poena) Dokazati po definiciji da dati red konvergira.
   (b) (4 poena) Da li je $\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{p^n q^m} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p^n q^m}$?
   (c) (3 poena) Naći sumu reda $\sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{1}{2^n 3^m}$.