

**Elektrotehnički odsek**  
**Pismeni ispit iz Analize 2**  
**29. 3. 2016.**

1. (E1-8 poena, E2-7 poena) Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{n^2 + n - 2} \cos^n(2x)$ .
2. (E1-7 poena, E2-6 poena) Razviti u Tejlorov red u okolini tačke  $x_0 = -\frac{1}{2}$  funkciju  $f(x) = \sin^2\left(\frac{2x+1}{2}\right) + \ln(1+x+x^2)$  i napisati gde odgovarajući razvoj konvergira.
3. (E1-6 poena, E2-5 poena) Ispitati uniformnu i apsolutnu konvergenciju funkcionalnog reda  $\sum_{n=0}^{\infty} x e^{-2n^6 x^3}$ .
4. (E1-8 poena, E2-8 poena) Izračunati vrednost krivolinijskog integrala  $\int_L 2y dx + 3x dy$  po putanji  
$$L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, -2 \leq x \leq 0, y \geq 0\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 1 - \frac{x}{2}, 0 \leq x \leq 2\},$$
orijentisanoj od tačke  $A(2, 0)$  do tačke  $B(-2, 0)$ .
  - (a) Direktno;
  - (b) Primenom Grinove formule.
5. (E1-6 poena, E2-6 poena) Izračunati zapreminu tela određenog sa:  
$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 8, x^2 + y^2 \leq z^2\}.$$
6. (E1-7 poena, E2-7 poena) Preslikavanjem  $w = -i - i \frac{z^2 - 4z + 7}{z^2 - 4z + 3}$  preslikati oblast  $G = \{z \in \mathbb{C} : |z - 2| < 1, \operatorname{Re} z > 2, \operatorname{Im} z > 0\}$ .
7. (E1-7 poena, E2-7 poena) Ispitati prirodu singulariteta funkcije  $f(z) = \frac{\sin(1-z)}{z^3 + z^2 - 5z + 3}$  i izračunati  $\int_L f(z) dz$ , ako je kriva  $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = r, r \neq 1, r \neq 3\}$  pozitivno orijentisana.
8. (E1-6 poena) Razviti funkciju  $f(z) = \frac{z^2 + 2016}{z^2 - 1}$  u Loranov red po stepenima od  $z - 1$ .
9. (E2-5 poena) Razviti u Furijeov red po sinusima funkciju  $f(x) = 2x + 3$  na intervalu  $[0, \pi]$ .
10. (E2-4 poena) Izračunati po definiciji Laplasovu transformaciju funkcije  $f(x) = x + e^{2x}$ .

**Teorija:**

1. (10 poena) Funkcionalni red-osnovne definicije i teoreme
2. (10 poena) Nezavisnost od putanje integracije krivolinijskog integrala
3. (10 poena) Konformna preslikavanja-definicija, osobine i linearno preslikavanje.
4. (Teorijski zadatak) Neka je  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{(2n)!}$ .
  - (a) (5 poena) Dokazati da dati red uniformno konvergira na skupu  $\mathbb{R}$ .
  - (b) (5 poena) Izračunati  $\int_0^{\pi} f(x) dx$ .
  - (c) (5 poena) Naći  $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x)$ .